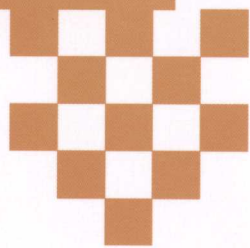




普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 噪声与振动控制技术基础 (第二版)

ZAOSHENG YU ZHENDONG KONGZHI JISHU JICHU



盛美萍  
王敏庆  
孙进才  
编 著



科学出版社

www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 噪声与振动控制技术基础

(第二版)

盛美萍 王敏庆 孙进才 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书为适应环境类专业“振动与噪声控制技术”及其相关课程的教学和实践需要而编写。

本书分为基础篇、控制篇、运用篇三大部分。基础篇利用较少的篇幅,简明扼要地介绍了振动基础和声学理论基础,以及振动与噪声控制的一般过程。本书的重点是振动控制技术和噪声控制技术,在控制篇,用五章的篇幅,详细阐述了吸振、隔振、阻尼减振、吸声、隔声等专项控制技术。在实际工程运用中,每一种专项控制技术并不是孤立的,在运用篇中,介绍了消声器与声屏障,它们是噪声控制各专项技术综合运用的典型例子。

本书可作为高等院校环境类专业和声学专业及相关专业的广大师生和工程技术人员的教材和参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

噪声与振动控制技术基础/盛美萍,王敏庆,孙进才编著. —2版.

—北京:科学出版社,2007.12

(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)

ISBN 978-7-03-020235-2

I. 噪… II. ①盛…②王…③孙… III. ①噪声控制—高等学校—教材  
②振动控制—高等学校—教材 IV. TB53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 181080 号

责任编辑:杨向萍 赵晓霞 / 责任校对:张怡君  
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2001年8月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2007年12月第 二 版 印张: 12 3/4

2007年12月第五次印刷 字数: 234 000

印数: 7 201—10 200

定价: 19.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈文林〉)

## 第二版前言

在过去几年中,我们已经看到,振动与噪声污染的危害日益受到人们的重视,社会对振动与噪声控制技术的需求也日益增长,相关图书大量面世的情况前所未有,振动与噪声控制行业正处在蓬勃发展阶段。

本书第一版教材从2001年出版以来,得到了广大读者的支持和厚爱,第二版有幸入选“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”,这是对我们的鞭策与鼓励,为此作者深表感谢!

在第二版中,我们对教材内容做了部分修正,并将全书分为基础篇、控制篇、运用篇三大部分。在基础篇里,将振动基础和声学基础加以浓缩,分别用一章的篇幅加以介绍;在控制篇里,介绍了吸振、隔振、阻尼减振、吸声、隔声等专项控制技术;在运用篇里,主要介绍了消声器与声屏障,它们是噪声控制各专项技术综合运用的典型例子。为便于读者查阅,本书附录收录了一些常用标准,并在第1章列出了常用符号与公式。

振动与噪声控制技术发展到今天,凝结了大量科研人员、工程技术人员的心血,为此我们向为这一技术发展做出贡献的专家学者表示由衷的感谢,向为本书第一版、第二版提供无私帮助的人们表示衷心感谢。我们由衷希望本书能够对广大学生和工程技术人员有益,同时也恳请各位读者对本书提出宝贵意见。

在时间的长河中,六年只是一瞬间;对于作者而言,这是一段值得终生回味和铭记的时光。值此教材再版之际,请允许我表达一个心愿:愿人间少一点嘈杂与喧嚣,多一分和谐与美好。

盛美萍

2007年11月

## 第一版前言

噪声污染是严重的环境污染之一,随着现代工业化程度的不断提高,噪声污染也日益加剧,严重影响广大人民群众的身心健康,因此噪声控制已经成为环境保护的一项重要内容。大气污染、水污染属于化学污染,它们对人体和环境的影响是长期的;噪声污染属于物理污染,它的显著特点是几乎没有后效性,只要噪声停止,噪声污染随即消失,因此采用消声、吸声和隔声措施,可以有效消除噪声污染。

振动是产生噪声的主要原因,因此振动控制不仅可以保护仪器设备和人员不受振动危害,而且采用减振隔振措施也可以有效地控制噪声污染。

从事噪声污染控制的专业人员必须具备振动和声学的基础知识,而目前高校理工科专业课程设置中,机械或力学类专业一般都设置振动基础类课程,而声学工程专业一般只设置专业声学(如水声学、建筑声学、超声学等)或声学基础课程。本教材为适应环境噪声控制人员的需要而编写,主要包括振动基础、声学基础、声和振动相互作用、噪声和振动控制技术等基本内容。同时也为从事低噪声机械设计人员提供了声和振动的基础知识。

环境科学与工程学科是一个综合性学科,该学科不同专业的基础知识相差甚远。因此本教材的编写由浅入深、由简单到复杂,以适合于从事环境规划和环境管理的人员阅读。

本教材不仅提供了声和振动的基础知识,而且为从事噪声和振动控制的工程技术人员提供了噪声与振动控制技术和实际例子,同时还给出了有关材料的参数。因此本教材亦可作为噪声和振动控制手册使用。

编写本教材的目的就是要为环境科学与工程类理工科大学生提供这样一本教材,即通过对本教材的学习,广大大学生不但能够知其然,而且能够知其所以然;不但能够运用现有噪声与振动控制技术,而且具备发展新的噪声与振动控制技术的能力。

本教材分为基础篇和应用篇两大部分。在基础篇里,将振动基础和声学基础加以浓缩,分别以一章的篇幅出现;在应用篇里,介绍了各种振动和噪声控制技术,其中大量地引用了本书作者和其他作者的论著,详细引用情况已在参考文献中列出,在此作者向他们表示衷心感谢。

作者衷心希望本教材能够对广大学生和工程技术人员有益。但由于作者水平有限及时间仓促,教材中难免存在一些差错或遗漏,恳请各位读者批评指正。最



# 目 录

第二版前言

第一版前言

## 基 础 篇

第 1 章 振动基础概述	3
§ 1.1 质点振动学	3
§ 1.1.1 单自由度系统的自由振动	4
§ 1.1.2 有阻尼的自由振动	6
§ 1.1.3 质点的强迫振动	8
§ 1.2 弹性体振动基础	13
§ 1.2.1 弦振动	13
§ 1.2.2 梁的纵振动	16
§ 1.2.3 梁的横振动	19
§ 1.2.4 薄板的横振动*	25
振动基础部分常用符号与公式	29
习题	32
第 2 章 声学基础概述	33
§ 2.1 声波的基本性质	33
§ 2.1.1 理想流体介质中的声波方程	34
§ 2.1.2 平面波、球面波和柱面波	36
§ 2.1.3 声波的反射与透射	39
§ 2.2 典型声源及其声辐射	42
§ 2.2.1 脉动球源、点声源和多极子声源	42
§ 2.2.2 无限障板上活塞式辐射声场	47
§ 2.2.3 板的声辐射	50
习题	52
第 3 章 振动与噪声控制的一般过程	54
§ 3.1 倍频程分析	54
§ 3.2 振动的危害与评价	55
§ 3.2.1 振动的危害	55

§ 3.2.2 振动的评价 .....	56
§ 3.3 振动控制过程概述 .....	58
§ 3.4 噪声的危害与评价 .....	60
§ 3.4.1 噪声的危害 .....	60
§ 3.4.2 噪声的评价 .....	61
§ 3.5 噪声控制的一般步骤 .....	67
习题 .....	68

## 控制篇

<b>第 4 章 动力吸振</b> .....	71
§ 4.1 动力吸振原理 .....	71
§ 4.1.1 无阻尼动力吸振器 .....	71
§ 4.1.2 无阻尼动力吸振器的使用条件 .....	73
§ 4.1.3 阻尼动力吸振器 .....	74
§ 4.1.4 动力吸振器设计步骤 .....	75
§ 4.2 复式动力吸振器 .....	76
§ 4.2.1 复式动力吸振特性 .....	76
§ 4.2.2 复式动力吸振器最佳参数的选择 .....	78
§ 4.3 非线性动力吸振器 .....	79
习题 .....	80
<b>第 5 章 振动隔离</b> .....	81
§ 5.1 隔振原理 .....	81
§ 5.1.1 隔振的分类 .....	81
§ 5.1.2 隔振的评价 .....	82
§ 5.1.3 隔振原理 .....	83
§ 5.1.4 隔振性能分析 .....	84
§ 5.2 隔振设计与隔振器 .....	86
§ 5.2.1 隔振设计步骤 .....	86
§ 5.2.2 常用隔振器及其应用 .....	88
§ 5.3 防振沟 .....	91
习题 .....	92
<b>第 6 章 阻尼减振</b> .....	93
§ 6.1 阻尼减振原理 .....	93
§ 6.1.1 阻尼的定义与作用 .....	93
§ 6.1.2 阻尼的产生机理 .....	94



§ 6.2 阻尼材料与阻尼结构	97
§ 6.2.1 阻尼材料	97
§ 6.2.2 阻尼基本结构及其应用	102
<b>第 7 章 吸声技术</b>	106
§ 7.1 吸声评价方法	106
§ 7.1.1 吸声系数	106
§ 7.1.2 吸声量	107
§ 7.1.3 吸声预估与应用	107
§ 7.2 吸声材料	109
§ 7.2.1 多孔性吸声材料的吸声机理	109
§ 7.2.2 影响多孔性吸声材料吸声系数的因素	110
§ 7.2.3 常用的吸声材料的吸声特性	111
§ 7.3 吸声结构	112
§ 7.3.1 共振吸声原理	113
§ 7.3.2 常用吸声结构	113
习题	117
<b>第 8 章 隔声技术</b>	119
§ 8.1 隔声原理	119
§ 8.1.1 透声系数与隔声量	119
§ 8.1.2 质量定律	120
§ 8.1.3 吻合效应	121
§ 8.1.4 单层匀质墙的隔声性能	123
§ 8.1.5 双层墙的隔声性能	123
§ 8.2 隔声间	127
§ 8.3 隔声罩	129
习题	130
<b>运 用 篇</b>	
<b>第 9 章 消声器</b>	135
§ 9.1 消声器分类与性能评价	135
§ 9.1.1 消声器分类	135
§ 9.1.2 消声器性能评价	135
§ 9.2 阻性消声器	140
§ 9.2.1 单通道直管式阻性消声器	141
§ 9.2.2 片式消声器	144

§ 9.2.3	折板式、声流式、蜂窝式消声器 .....	145
§ 9.2.4	弯头消声器 .....	145
§ 9.2.5	迷宫式消声器 .....	146
§ 9.2.6	气流对阻性消声器声学性能的影响 .....	147
§ 9.2.7	气流再生噪声对消声器声学性能的影响 .....	148
§ 9.2.8	阻性消声器的设计 .....	149
§ 9.3	抗性消声器 .....	151
§ 9.3.1	扩张室消声器 .....	151
§ 9.3.2	扩张室消声器设计 .....	158
§ 9.3.3	共振腔消声器 .....	159
§ 9.3.4	共振腔消声器的设计 .....	163
§ 9.4	阻抗复合式消声器 .....	164
习题	.....	168
<b>第 10 章</b>	<b>声屏障</b> .....	169
§ 10.1	声屏障声学性能评价主要参数 .....	169
§ 10.1.1	声屏障插入损失 $IL$ .....	169
§ 10.1.2	隔声量 $TL$ .....	169
§ 10.1.3	吸声系数 $\alpha$ .....	169
§ 10.1.4	降噪系数 $NRC$ .....	169
§ 10.2	声屏障降噪原理 .....	169
§ 10.2.1	声屏障的绕射 .....	170
§ 10.2.2	声屏障的透射 .....	172
§ 10.2.3	声屏障的反射 .....	172
§ 10.3	声屏障插入损失计算 .....	173
§ 10.4	声屏障的结构形式 .....	173
§ 10.5	声屏障设计 .....	174
<b>参考文献</b>	.....	177
<b>附录</b>	.....	178
附录一	城市区域噪声标准 GB 3096—93 .....	178
附录二	城市区域环境噪声测量方法 GB/T 14623—93 .....	179
附录三	工业企业厂界噪声标准 GB 12348—90 .....	182
附录四	工业企业厂界噪声测量方法 GB 12349—90 .....	183
附录五	建筑施工场界噪声测量方法 GB 12524—90 .....	186
附录六	机场周围飞机噪声环境标准 GB 9660—88 .....	188
附录七	城市区域环境振动标准 GB 10070—88 .....	189

基础篇



## 第1章 振动基础概述

声音的本质就是气体、液体、固体介质中的质点振动,声音的产生和传播都离不开介质的力学振动行为。一阵微风吹来,人们就会听到树叶运动而发出“沙沙”的响声。音乐家轻轻拨动琴弦,提琴就会发出美妙的曲调。医生将听筒的一端置于病人的心脏部位,就能从另一端听到心脏“嘭嘭”跳动的声音。这些都是振动产生和传播声音的例子。声音有有利的一面,也有有害的一面。人们把不和谐的、令人反感的声音称为噪声。要抑制噪声的发生和传播,就必须了解噪声产生的原因和传播的规律,也就必须具备振动基本知识。

在我们生活的这个世界中,振动现象是无处不在的。世界上所有的物质都处在运动中,运动的方式千姿百态,而振动就是物体运动的一种十分重要和特殊的形式。物体在振动过程中,某些物理量(如位移、速度、加速度、电流、压力等)时大时小,发生周期性变化。例如,钟摆的周期性摆动、汽轮机主轴和叶轮在周期旋转过程中由于微小的偏心而产生的振动、汽车在凹凸不平的路面上行驶受到路面不断激励所发生的振动、高层建筑在风力作用下发生摇摆振动等。

振动学的研究范围十分广泛,本章主要介绍与声学问题联系比较密切的一些力学振动基础知识。1.1节主要介绍质点振动学,1.2节介绍一些典型弹性体的振动。

### § 1.1 质点振动学

所谓质点振动系统,就是假定:构成振动系统的物体,不论几何尺寸大小如何,都可看作是一个物理量集中的系统。质点振动系统又称为集中参数系统。质点振动系统的最基本构成就是质量块和弹簧。在质点振动系统中,质量块的质量可认为是集中在一点上,整个弹簧的刚度是均匀的,也就是说弹性也可认为是集中在一点上,由此构成的运动系统的运动状态是均匀的。

任何物体都具有一定的几何尺寸,但是在一定的假设条件下,可以用质点振动系统来描述。判断实际振动系统是否可以简化为质点振动系统模型,就要看物体的几何尺寸相比物体中传播的振动波的波长的相对值。如果物体的几何尺度大于振动波的波长,这就意味着在某一个瞬时,物体上各个位置的振动状态是不一样的,这种情况下振动系统不能用质点振动系统来描述。如果物体的几何尺寸与振

动波的波长相比小得多,那么振动物体上各个位置的振动状态就可以看成是近似均匀的,这种情况下振动系统就可以近似为质点振动系统。需要特别强调的是:判断实际物体的振动能否作为质点振动系统来近似,并不决定于它的绝对几何尺寸大小,而要看它的几何尺寸与振动波波长的相对关系。

在质点振动系统的假设下,实际振动物体的振动分析就变得较为简单,而研究获得的振动规律也比较清晰和直观。

### § 1.1.1 单自由度系统的自由振动

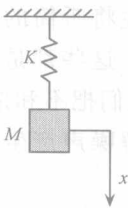


图 1.1 弹簧-质量系统

一个振动系统的自由度是指在振动过程中任何瞬时都能完全确定系统在空间的几何位置所需要的独立坐标的数目。一个振动系统究竟有多少个自由度,不仅取决于系统本身的结构特性,还要根据我们所研究的振动问题的性质、要求的精度,以及振动的实际情况等来确定。如图 1.1 所示的弹簧-质量系统,质量作为一个质点在空间有三个自由度,但是如果它只是在垂直方向作上下振动,则在振动过程中任何瞬时,系统的几何位置只需要一个独立坐标  $x$  就可以完全确定,这时可视其为单自由度系统。

最简单的单自由度振动系统就是一个弹簧连接一个质量块的系统。我们把质量块的质量记作  $M$ ,把弹簧的刚度记作  $K$ 。在没有外力扰动的情况下,质量块受到的重力与弹簧的弹力相平衡,系统处于相对静止状态。我们将静止状态下质量块的位置称为平衡位置。以平衡位置为坐标原点,假设有一个外力突然在  $x$  方向推动或拉动质量块,使得弹簧产生拉伸或压缩,随即释放,此后质量块在弹簧弹力的作用下,将在平衡位置附近作往复运动,也就是发生了振动。如果外力仅在初始时刻使物体产生一个初位置或初速度,而在振动过程中并无外力作用,那么这种情况下质点振动系统的振动就称为自由振动。

对于图 1.1 所示的单自由度自由振动系统进行受力分析,如图 1.2 所示。当质量块离开平衡位置,沿  $x$  轴正方向产生位移  $\xi$  时,弹簧也相应伸长  $\xi$ ,这时质点就受到了弹簧的作用力。我们假设质点离开平衡位置的位移很小,以致弹簧的伸长或收缩没有超出弹性变形的限度,按照胡克定律,在弹性范围内,弹簧力的大小与变量成正比,称为线性恢复力,并可表示为

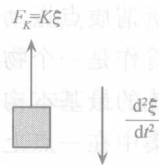


图 1.2 振子受力分析

$$F_k = -K\xi \quad (1.1.1)$$

式中,比例系数  $K$  就是弹簧的刚度系数,简称刚度,它等于使弹簧发生单位变形量所需要的力。有时也用其倒数来表示,刚度系数的倒数称为顺性系数,或简称力

顺,它等于单位力产生的变形量。线性恢复力的作用就是使离开平衡位置的质点趋于恢复到平衡位置,因此线性恢复力的方向与质点位移的方向刚好相反。

按照牛顿第二运动定律,质点在线性恢复力的作用下将产生加速度,有

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -K\xi \quad (1.1.2)$$

式(1.1.2)经过整理可以写成如下形式:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (1.1.3)$$

式中,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$  是引入的一个参量,称为振动圆频率。式(1.1.3)就是质点的自由振动方程。通过求解自由振动方程,就可以获得自由振动的一般规律。式(1.1.3)是对时间  $t$  的齐次二阶常微分方程,其解的一般形式应是两个简谐函数的线性叠加,

$$\xi = C \cos(\omega_0 t) + D \sin(\omega_0 t) \quad (1.1.4)$$

式中,  $C, D$  为两个待定常数,由运动的初始条件确定。式(1.1.4)也可写成另一种形式:

$$\xi = \xi_A \cos(\omega_0 t - \phi_0) \quad (1.1.5)$$

式中,  $\xi_A$  称为位移振幅;  $\phi_0$  为振动起始时刻的初相位。

振动问题也可以通过复数解来表示,采用复数解可以简化数学处理,式(1.1.3)的复数解为

$$\xi = A e^{j\omega_0 t} \quad (1.1.6)$$

式中,系数  $A$  由初始条件确定。当然采用复数解也有一些缺点,因为复数解不能直接地描述物理问题的直观情况,在必要时还需对求解结果取实部(或虚部)。

不管采用哪一种形式的解,获得振动位移之后,由振动位移可以方便地获得振动速度  $v = \frac{d\xi}{dt}$  和振动加速度  $a = \frac{d^2 \xi}{dt^2}$ 。

运动自  $t=0$  时刻开始,经过  $t=T$  时间又恢复到原来状态,  $T$  就是振动的周期。从式(1.1.5)可以得到,  $\omega_0 T = 2\pi$ , 即振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (1.1.7)$$

振动分析中我们通常采用频率的概念,频率  $f$  与周期  $T$  互为倒数,频率  $f = \frac{1}{T}$  表示每秒振动的次数,频率的单位是赫兹,记作 Hz。频率  $f$  与圆频率  $\omega$  满足如下关系:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.1.8)$$

对于上述的单自由度自由振动系统,频率  $f$  反映了系统振动的固有特性,因此称为固有频率,固有频率一般以符号  $f_0$  表示。对于我们上述分析的自由振动系

统,可以写出其固有频率为

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (1.1.9)$$

由式(1.1.9)可见:

(1) 当质点作自由振动时,其振动频率仅与系统的固有参量有关,而与振动的初始条件无关。自由振动系统的这一特性,我们在日常生活中司空见惯。例如,键盘类乐器标定后,按动某一个琴键,不管你按动的轻重如何,琴键所发出的声音的频率是一定的,按得轻或按得重仅影响声音的强弱。

(2) 对于质点振动系统,质量越大,则系统的固有频率越低;刚度越大,则系统的固有频率越高。这一规律在振动与噪声控制中具有重要意义,通过改变系统的质量或刚度,就可以改变系统的固有频率,使之落于一定的频带范围之外,从而保证在我们关心的频带范围内具有较小的振动或噪声。

### § 1.1.2 有阻尼的自由振动

在前面所述的自由振动中,我们略去了运动的阻力。因此振动过程中机械能守恒,系统保持持久的等幅振动。但实际系统振动时不可避免地存在阻力,因而在一定时间内振动逐渐衰减直至停止。阻力有多种来源,例如,两个物体之间的干摩擦阻力、气体或液体介质的阻力、有润滑剂的两个面之间的摩擦力、由于材料的黏弹性而产生的内部阻力等。在振动中这些阻力统称为阻尼。

阻尼的存在将消耗振动系统中的能量,消耗的能量转变为热能和声能传播出去。有阻尼的自由振动也称为衰减振动。

不同的阻尼具有不同的性质。两个平滑接触面之间的摩擦力  $F$ ,与两个面之间的垂直压力  $N$  成正比,即我们熟知的

$$F = \alpha N \quad (1.1.10)$$

式中,  $\alpha$  称为摩擦系数。对于平滑接触面,摩擦系数  $\alpha$  为常数;如果这两个接触面是粗糙的,则摩擦系数  $\alpha$  就与速度有关,速度越快摩擦系数  $\alpha$  越小。

两个接触面之间如果有润滑剂的话,摩擦力决定于润滑剂的黏性和运动速度。两个相对滑动面之间存在一层连续油膜时,阻力与润滑剂的黏性和速度成正比,与速度方向相反,即

$$F = -cv \quad (1.1.11)$$

式中,  $c$  称为黏性阻尼系数。一个物体以低速在黏性液体中运动,或者像阻尼缓冲器那样,使液体从很狭窄的缝里通过,阻力与速度成正比,属于黏性阻尼。

黏性阻尼适合小振幅振动,如果物体以较大的速度(如 3m/s 以上)在气体或液体介质中运动,阻力将与速度的平方成正比,即

$$F = \beta v^2 \quad (1.1.12)$$



式中,  $\beta$  为常数。

以上介绍了三种最基本的阻尼形式。振动分析中通常采用黏性阻尼作为基本分析模型。黏性阻尼由于与速度成正比, 因此又称线性阻尼。线性阻尼的假设使得求解过程大为简化, 所以在有阻尼振动分析中一般都以黏性阻尼为基本模型。而非黏性阻尼一般通过等效黏性阻尼来近似。

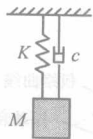


图 1.3 衰减振动系统

图 1.3 为衰减振动系统示意图, 由于阻尼的存在使得质量块在运动过程中比无阻尼自由振动系统多受一个阻力, 即阻力的作用, 将阻力附加到式(1.1.2)中得到有阻尼自由振动系统的衰减振动方程为

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + c \frac{d\xi}{dt} + K\xi = 0 \quad (1.1.13)$$

式(1.1.13)可改写为

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\delta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (1.1.14)$$

式中,  $\delta = \frac{c}{2M}$  为引入的一个新参量, 称为衰减系数。振动分析中常用的另一个表征阻尼特性的参数就是损耗因子  $\eta$ , 令  $\eta = \frac{c}{\omega_0 M}$ , 则损耗因子  $\eta$  与衰减系数  $\delta$  和阻尼系数  $c$  之间满足如下关系:

$$c = 2M\delta = M\omega_0 \eta \quad (1.1.15)$$

衰减振动方程也是一个二阶齐次常微分方程。现在我们设其解为复数,

$$\xi = e^{j\gamma t} \quad (1.1.16)$$

式中,  $\gamma$  为待定常数, 将此解代入方程(1.1.14)可得

$$(-\gamma^2 + j2\delta\gamma + \omega_0^2)e^{j\gamma t} = 0 \quad (1.1.17)$$

要使式(1.1.17)对任意时刻  $t$  都成立, 则必须满足

$$-\gamma^2 + j2\delta\gamma + \omega_0^2 = 0 \quad (1.1.18)$$

求解式(1.1.18)的二次代数方程可得

$$\gamma = j\delta \pm \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (1.1.19)$$

如果  $\delta \geq \omega_0$ , 则方程(1.1.14)的解为

$$\xi = Ae^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + Be^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} \quad (1.1.20)$$

式(1.1.20)是一个非振动状态的解, 这种情况下质点仅仅是从非平衡位置恢复到平衡位置, 而不具备周期振动的特点。我们更关心的是在  $\delta < \omega_0$  情况下, 质点的衰减振动。当  $\delta < \omega_0$  时, 我们引入参数  $\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ , 方程(1.1.14)的解为

$$\xi = Ae^{-\delta t} e^{j\omega'_0 t} \quad (1.1.21)$$