

人教新课标版

Xue Lian
Chuang

学练创

● 轻松学习 ● 快乐练习 ● 探究创新

七年级数学 下

总主编 / 刘文全

湖北长江出版集团
湖北教育出版社

人教新课标版

Xue Lian
Shuang

学练创

● 轻松学习 ● 快乐练习 ● 探究创新

七年级数学

总主编 / 刘文全

学科主编 / 汪四友

本册主编 / 汪四友 霍世详

编写者 (排名不分先后) / 熊新华 谷丰登

王洪贵 华秋实 杨春华 石春祥

何祥俊 明文静 任广富 林 灿

方守恒 汪四友 靳全有 冯瑞祥

崔志浩 段 炜 张育林 蔡振国

秦国基 付耀名 姜红松 欧阳欣

万怀生 霍世详

湖北长江出版集团
湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

学练创七年级数学(人教版)下/刘文全主编. —武汉:湖北教育出版社,2008. 1

ISBN 978 - 7 - 5351 - 5000 - 4

I. 学… II. 刘… III. 数学课 - 初中 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 175889 号

出版 发行:湖北教育出版社 武汉市青年路 277 号

网 址:<http://www.hbedup.com> 邮编:430015 电话:027 - 83619605

经 销:新 华 书 店

印 刷:武汉市新华印刷有限责任公司 (430200 · 武汉市江夏区纸坊古驿道 91 号)

开 本:880mm × 1230mm 1/32 10.25 印张

版 次:2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

字 数:361 千字 印数:1 - 7 000

ISBN 978 - 7 - 5351 - 5000 - 4

定价:15.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

寄读者朋友

亲爱的读者朋友：我是一部名副其实的集“学”“练”“创”为一身的系列丛书！脱胎换骨后的我，是依据《全日制义务教育课程标准》、《义务教育课程标准实验教科书》和《教师教学用书》打造的。你看到的我饱经风霜，经过了策划论证、专家研讨、读者访谈、实验反馈等一系列严格的历练，现在以更全面体现新课标的理念、反映课程改革的精神、贴紧学习实际的面貌与你见面，因此，毋庸置疑，我更具有科学性、实用性和权威性。

我的特点鲜明，现列出以下三点：

其一，传授方法，启迪思维——是破译科学思维方法的秘码

查理德·费思曼说过，“科学是一种方法”，因此，学习和运用科学知识的核心是方法，而方法的核心是思维方法，尤其是超常规思维方法，它是知识转化为创造的必经之路。我突出思维方法的训导，所开辟的“方法特快专递（方法快递）”专门用来引导你调整思维视角，扩大思维范围，寻求变异的思路和方法，做到触类旁通，举一反三。

其二，诠释课标，演绎时尚——是揭开新课标神秘面纱的秘籍

新课标目标设计中，我认为“过程和方法”是一切的根本。因此我注重“过程和方法”的目标指导，重视知识和方法的实际运用，尤其是提供了许多常见的自然现象和当前社会生活中诸多鲜活的情景材料，让你去探究，不仅可以激发你的学习兴趣，而且可以实实在在地培养你的创新精神和实践能力。

其三，完善功能，破解难点——是提高学习成绩的秘方

“知识——方法——能力”是我身体的三维架构：“知识全屏显示（知识小屋）”显示全方位知识内容和结构，“方法特快专递（方法快递）”传递思考并解答问题的技巧及风险规避的方法，“智能自动升级（能力展示）”提供从“双基”训练到考试竞赛的升级平台。不仅如此，语文学科的综合性实践活动、口语交际、作文（习作），数理化学科的考点等你特别关注的重点或疑难问题，都辟有专栏做了详尽、深入的点拨。

握着我的手，“学练创”无忧！我一定会不负众望，在你学习和人生发展道路上发挥魔力，助你走向辉煌！

你的朋友《学练创》

2007年11月

目 录

目 录

第五章 相交线与平行线	1
5.1 相交线	1
5.2 平行线及其判定	16
5.3 平行线的性质	26
5.4 平移	39
本章梳理	51
第五章综合素能评估	51
第六章 平面直角坐标系	56
6.1 平面直角坐标系	56
6.2 坐标方法的简单应用	68
本章梳理	83
第六章综合素能评估	84
第七章 三角形	89
7.1 与三角形有关的线段	89
7.2 与三角形有关的角	105
7.3 多边形及其内角和	120
7.4 课题学习 镶嵌	132
本章梳理	144
第七章综合素能评估	145
第八章 二元一次方程组	149
8.1 二元一次方程组	149
8.2 消元——二元一次方程组的解法	160
8.3 再探实际问题与二元一次方程组	175
8.4 三元一次方程组解法举例	191
本章梳理	201

第八章综合素能评估	201
第九章 不等式与不等式组	205
9.1 不等式	205
9.2 实际问题与一元一次不等式	216
9.3 一元一次不等式组	227
本章梳理	241
第九章综合素能评估	241
第十章 数据的收集 整理与描述	245
10.1 统计调查	245
10.2 直方图	266
10.3 课题学习 从数据谈节水	275
本章梳理	280
第十章综合素能评估	281
期末综合素能评估	287
参考答案	291
附录一 智能自动升级参考答案	291
附录二 综合素能评估参考答案	312

相交线与平行线

5.1 相交线

学前导思

1. 如图 5-1 所示,把两根木条用钉子钉在一起(两端除外),然后转动其中一根木条,观察两根木条所形成的四个角的大小关系.

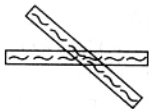


图 5-1

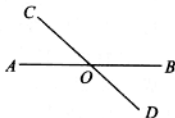


图 5-2

2. 如图 5-2 所示,把两根木条看作直线 AB 和 CD ,钉子所在位置看作直线 AB 和 CD 的交点 O ,形成的四个角分别为 $\angle AOC$ 、 $\angle COB$ 、 $\angle BOD$ 、 $\angle DOA$. 这四个角中,两两相配共组成几对对顶角? 各对顶角存在怎样的位置关系?

知识全屏显示

知识要点归纳

要点 1 对顶角的概念

定义 1: 如图 5-3 所示,两条直线相交所构成的四个角中,有公共顶点但没有公共边的两个角. 图中 $\angle 1$ 的两边是 OA 和 OC , $\angle 2$ 的两边是 OB 和 OD , 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角. 同理 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是对顶角. $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共边 OC , 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 不是对顶角.

定义 2: 一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线,这两个角是对顶角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 的两边 OA 、 OC 分别是 $\angle 2$ 的两边 OB 、 OD 的反向延长线, 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角. 同理 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 也是对顶角.

【注意】(1) 判断两个角是否是对顶角, 要看这两个角是否是两条直线相交所得的, 还要看这两个角是不是有公共顶点而没有公共边, 符合这两个条件时, 才能确定这两个角是对顶角. 对顶角是成对的, 是具有特殊位置关系的两个角.

(2) 两条直线相交所构成的四个角中, 共有两对对顶角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 都是对顶角.

要点2 邻补角的概念

定义1:两条直线相交构成的四个角中,有公共顶点且有一条公共边的两个角是邻补角.如图5-3所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共顶点 O ,且有一条公共边 OC ,另两边成一条直线,所以 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是邻补角.同理 $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 都是邻补角.

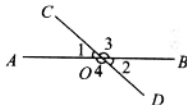


图 5-3

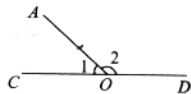


图 5-4

定义2:邻补角也可以看成是一条直线与端点在这条直线上的一条射线组成的两个角.如图5-4所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是邻补角.

【注意】(1)判断两个角是否是邻补角,关键要看这两个角的两边,其中一边是公共边,另外两边互为反向延长线.如图5-4所示, OA 是公共边, OC 和 OD 互为反向延长线.

(2)邻补角是成对的,是具有特殊位置关系的两个互补的角.

(3)两条直线相交所构成的四个角中,有四对邻补角.如图5-3所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 、 $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 都是邻补角.

要点3 对顶角、邻补角的性质

如图5-3所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互补,且 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是邻补角,所以得到邻补角的性质:邻补角互补.

如图5-3所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互补, $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 互补,即 $\angle 3$ 的邻补角是 $\angle 1$ 和 $\angle 2$,根据“同角的补角相等”,得出 $\angle 1 = \angle 2$,这就得到:对顶角相等.

上面的这个结论,可用推理的形式写成:

因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补,(邻补角定义)

所以 $\angle 1 = \angle 2$.(同角的补角相等)

要点4 垂线的定义

当两条直线相交的四个角中有一个角是直角时,就说这两条直线是互相垂直的,其中一条直线叫做另一条直线的垂线,它们的交点叫垂足.

如图5-5所示,直线 AB 、 CD 互相垂直,记作 $AB \perp CD$,或 $CD \perp AB$,读作 AB 垂直于 CD .若再加上垂足为点 O ,则记作 $AB \perp CD$,垂足为 O .

【注意】(1)两条直线互相垂直是两条直线相交的特殊情况,特别在交角都是直角时,垂线是其中一条直线对另一条直线的称呼,如图5-5所示, AB 的垂线是 CD .反之, CD 的垂线是 AB .

(2)如遇到线段与线段、线段与射线、射线与射线、线段或射线与直线垂直,特指它们所在的直线互相垂直.

(3)根据两条直线互相垂直的定义可知:两条直线互相垂直,则四个角为直角.反

之,若两条直线相交有一个角为直角,则这两条直线互相垂直.这个推理过程可以写成:

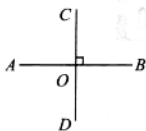


图 5-5

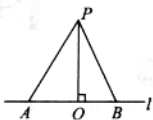


图 5-6

如图 5-5 所示,因为 $AB \perp CD$, (已知)

所以 $\angle AOC = \angle COB = \angle BOD = \angle AOD = 90^\circ$. (垂直定义)

反之,因为 $\angle AOC = 90^\circ$, (已知)

所以 $AB \perp CD$. (垂直定义)

要点 5 垂线的性质

性质 1: 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

如图 5-6 所示, P 为直线 l 外一点, $PO \perp l$, 垂足为 O , 线段 PO 为点 P 到直线 l 的垂线段. A, B 为直线 l 上两点, 线段 PA, PB 叫做斜线段.

性质 2: 连结直线外一点与直线上各点的所有线段中, 垂线段最短. 简称: 垂线段最短.

要点 6 点到直线的距离

直线外一点到这条直线的垂线段的长度, 叫做点到直线的距离.

如图 5-6 所示, 线段 PO 的长度叫做点 P 到直线 l 的距离.

【注意】 垂线是直线, 而垂线段特指一条线段. 点到直线的距离是指垂线段的长度, 并且是一个数量, 是有单位的 (如 cm).

要点 7 对“三线八角”的理解

所谓“三线八角”是指两条直线被第三条直线所截而形成的八个角. 如图 5-7 所示, 直线 a, b 被直线 c 所截, 得到的八个角分别为: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$.

要点 8 同位角、内错角、同旁内角的概念

同位角是指两个角的位置在两条被截直线的同一方向, 且在截线的同一侧的角. 如图 5-7 所示中的 $\angle 1$ 与 $\angle 5, \angle 2$ 与 $\angle 6, \angle 3$ 与 $\angle 7, \angle 4$ 与 $\angle 8$ 都是同位角.

内错角是指两个角被夹在两条被截直线的内部, 且在第三条截线的两侧. 如图 5-7 所示的 $\angle 3$ 与 $\angle 6, \angle 4$ 与 $\angle 5$ 它们都是内错角.

同旁内角是指两个角被夹在两条被截直线的内部, 且在第三条截线的同一侧的角. 如图 5-7 中的 $\angle 3$ 与 $\angle 5, \angle 4$ 与 $\angle 6$ 都是同旁内角.

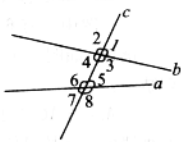


图 5-7

方法特快专递

经典范例剖析

例1 如图5-8所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的是().

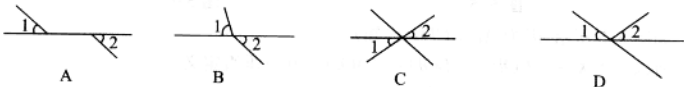


图5-8

分析 判断的依据是对顶角的定义(一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线).

解 选C.

例2 如图5-9所示, 直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O , 指出 $\angle AOC$ 、 $\angle EOB$ 的对顶角, $\angle AOC$ 的邻补角. 图中一共有几对对顶角? 几对邻补角?

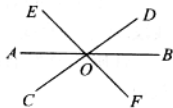


图5-9

分析 找一个角的对顶角时, 可分别反向延长这个角的两边, 以延长线为边的角即是原角的对顶角. 找一个角的邻补角时, 可先固定一边, 反向延长另一边, 则由固定边和延长线组成的角即是原角的邻补角. $\angle AOC$ 的邻补角应有两个, 因为固定 OA , 反向延长 OC 得 $\angle AOD$, 或固定 OC , 反向延长 OA 得到 $\angle BOC$, 它们都是 $\angle AOC$ 的邻补角. 三条直线相交于一点, 共有三组不同的两条直线相交, 即 AB 与 CD 、 AB 与 EF 、 CD 与 EF , 每两条直线相交, 就得到2对对顶角、4对邻补角, 故有 3×2 对对顶角, 3×4 对邻补角.

解 $\angle AOC$ 的对顶角是 $\angle BOD$, $\angle EOB$ 的对顶角是 $\angle AOF$; $\angle AOC$ 的邻补角是 $\angle AOD$ 、 $\angle BOC$.

图中共有6对对顶角, 12对邻补角.

例3 如图5-10所示, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 则下列结论:

① AB 与 AC 互相垂直; ② AD 与 AC 互相垂直; ③点 C 到 AB 的垂线段是线段 AB ; ④点 A 到 BC 的距离是线段 AD ; ⑤线段 AB 的长度是点 B 到 AC 的距离; ⑥线段 AB 是点 B 到 AC 的距离.

其中正确的有().

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

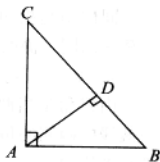


图5-10

分析 根据垂直的特征: 交角为直角, 可得①正确, ②错误; 点 C 到 AB 的垂线段应是 AC , 故③错误; 点 A 到 BC 的距离是指线段 AD 的长度, 故④错误; ⑤符合定义, 正

确,⑥错误.

解 选 A.

例 4 如图 5-11 所示,点 O 是直线 AB 上一点, OE 、 OF 分别是 $\angle BOC$ 、 $\angle AOC$ 的角平分线,求:(1) $\angle EOF$ 的度数;(2)写出 $\angle BOE$ 的余角及补角.

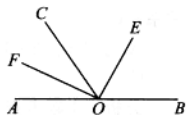


图 5-11

分析 (1) 因为 OE 、 OF 分别为 $\angle BOC$ 、 $\angle AOC$ 的角平分线,所以 $\angle COE = \frac{1}{2} \angle BOC$, $\angle FOC = \frac{1}{2} \angle AOC$, 所以 $\angle EOF =$

$\angle COE + \angle FOC = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC)$. 再利用平角的定义可求 $\angle EOF$. (2) 利用余角及补角的定义易找到 $\angle BOE$ 的余角及补角.

解 (1) 因为 OE 、 OF 分别是 $\angle BOC$ 、 $\angle AOC$ 的角平分线,

$$\text{所以 } \angle EOF = \angle EOC + \angle FOC = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC).$$

又因为 $\angle BOC + \angle AOC = 180^\circ$,

$$\text{所以 } \angle EOF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ.$$

(2) $\angle BOE$ 的余角是 $\angle COF$ 和 $\angle AOF$, $\angle BOE$ 的补角是 $\angle AOE$.

例 5 如图 5-12 所示,直线 AE 、 CD 相交于点 O , $OE \perp CD$, $OM \perp AB$, $\angle MOD = 65^\circ$, 求 $\angle BOE$ 和 $\angle AOC$ 的度数.

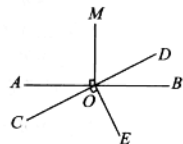


图 5-12

分析 由垂直定义可知 $\angle BOM$ 、 $\angle DOE$ 均为 90° , 可先求 $\angle BOD$, 再求 $\angle BOE$. 利用“对顶角相等”这条性质可求得 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 相等.

解 $\because OM \perp AB, OE \perp CD$, (已知)

$$\therefore \angle MOB = \angle DOE = 90^\circ. \text{ (垂直定义)}$$

$$\therefore \angle BOD = \angle MOB - \angle MOD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle DOE - \angle BOD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 25^\circ. \text{ (对顶角相等)}$$

例 6 过一个钝角的顶点作这个角两边的垂线,若这两条垂线的夹角为 40° , 则此钝角为().

A. 140°

B. 160°

C. 120°

D. 110°

分析 先根据题意画出图形(如图 5-13 所示), $OD \perp OB$, $OC \perp OA$, $\angle COD = 40^\circ$, 则 $\angle AOD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, $\angle COB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, 所以 $\angle AOB = \angle AOD + \angle DOC + \angle COB = 50^\circ + 40^\circ + 50^\circ = 140^\circ$. 故选 A.

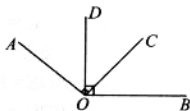


图 5-13

解 选 A.

例 7 如图 5-14 所示, $AB \perp CD$, 垂足为 O , 图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是().

A. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

B. $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

C. $\angle 1 = \angle 2$

D. 无法确定

分析 本题考查垂直的定义和对顶角的性质, 因为 $AB \perp CD$, 所以 $\angle COB = 90^\circ$, 又因为 $\angle 1 + \angle COF = 90^\circ$, $\angle 2 = \angle COF$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 故正确答案为 B 项.

解 选 B.

发散密题探究

例 8 如图 5-15 所示, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle AOD$, $\angle AOC = 120^\circ$, 求 $\angle BOD$ 、 $\angle AOE$ 的度数.

分析 $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 是对顶角, 可得 $\angle BOD$ 的度数. 由于 $\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 互为邻补角, 可得 $\angle AOD$ 的度数. 又由于 OE 平分 $\angle AOD$, 可得 $\angle AOE$ 的度数. 解题时要注意书写格式.

解 $\because AB$ 与 CD 相交于点 O , (已知)

$$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 120^\circ. \text{ (对顶角相等)}$$

$$\text{又} \because \angle AOC + \angle AOD = 180^\circ, \text{ (邻补角定义)}$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

$\because OE$ 平分 $\angle AOD$, (已知)

$$\therefore \angle AOE = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ. \text{ (角平分线定义)}$$

例 9 如图 5-16 所示, 直线 AB 、 EF 相交于点 O , $\angle AOE : \angle AOF = 4 : 5$, 求 $\angle BOF$ 的度数.

分析 求 $\angle BOF$ 的度数, 通常转化为求 $\angle AOE$ 的度数, $\angle AOE$ 与 $\angle AOF$ 互为邻补角, 且比为 $4 : 5$, 我们可以设 $\angle AOE = 4\alpha$, 则 $\angle AOF = 5\alpha$, 列方程求解.

解 设 $\angle AOE = 4\alpha$, 依题意, 则 $\angle AOF = 5\alpha$.

$$\text{又} \because \angle AOE + \angle AOF = 180^\circ, \text{ (邻补角定义)}$$

$$\therefore 4\alpha + 5\alpha = 180^\circ.$$

$$\therefore \alpha = 20^\circ.$$

$$\text{故} \angle AOE = 80^\circ, \angle AOF = 100^\circ.$$

$$\text{则} \angle BOF = \angle AOE = 80^\circ. \text{ (对顶角相等)}$$

例 10 如图 5-17 所示, 观察下列图形, 并阅读下面的相关文字. 根据上述信息, 则 15 条直线相交, 最多有()个交点.

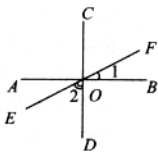


图 5-14

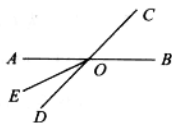


图 5-15

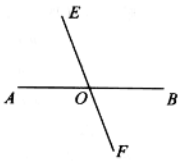


图 5-16

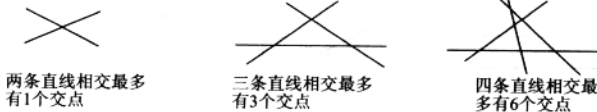


图 5-17

- A. 225 B. 105 C. 210 D. 950

分析 本题依据几个简单基本型,探求 n 条直线两两相交最多的交点个数问题,关键是如何由三种情况得到求交点个数的一般规律,即通项公式.

当 $n=2$ 时, $S=1$;

当 $n=3$ 时, $S=3=1+2=\frac{(1+2)\times 2}{2}=\frac{1}{2}\times 3\times 2$;

当 $n=4$ 时, $S=6=1+2+3=\frac{(1+3)\times 3}{2}=\frac{1}{2}\times 4\times 3$;

.....

\therefore 当 $n=k$ 时, $S=\frac{1}{2}k(k-1)$.

解 当 $n=15$ 时, $S=\frac{1}{2}\times 15\times 14=105$.

故正确答案选 B.

例 11 (1)一条直线可以把平面分成两部分,如图 5-18 所示,两条直
线可以把平面分成几个部分? 三条直线可以把平面分成几个部分? 试画
图说明.

图 5-18

(2)四条直线最多可以把平面分成几个部分? 试画出示意图,并说明这四条直线的
位置关系.

(3)平面上有 n 条直线,每两条直线都恰好相交,且没有三条直线相交于一点,处于
这种位置的 n 条直线分一个平面所成的区域最多,记为 a_n ,试写出 a_n 与 n 之间的关系.

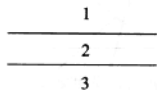
分析 解决本题必须建立在图形的基础上,此题重点考查学生的作图能力,同时培
养学生从特殊到一般的思考方法及探求规律.

(1)两条直线因其相互位置不同,可以把平面分成 3 个或 4 个部分,如图 5-19①、②
所示. 三条直线因其相互位置关系不同,可以把平面分成 4 个、6 个或 7 个部分,如图
5-19③、④、⑤所示.

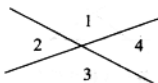
(2)四条直线最多可以把平面分成 11 个部分,如图 5-19⑥所示. 此时这四条直线
两两相交,且无三线共点.

(3)利用(1)、(2)可以得 a_n 与 n 之间的关系.

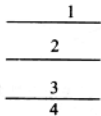
①当 $n=1$ 时, $a_1=2=1+1$;



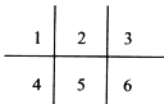
①



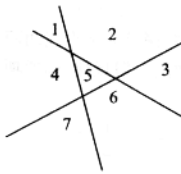
②



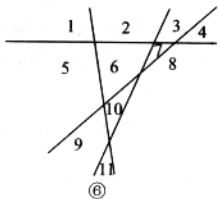
③



④



⑤



⑥

图 5-19

②当 $n=2$ 时, $a_2=4=1+1+2=1+\frac{(1+2)\times 2}{2}$;

③当 $n=3$ 时, $a_3=7=1+1+2+3=1+\frac{(1+3)\times 3}{2}$;

④当 $n=4$ 时, $a_4=11=1+1+2+3+4=1+\frac{(1+4)\times 4}{2}$;

.....

由此可以归纳出公式: $a_n=1+\frac{n(n+1)}{2}$.

解 (1)两条直线可以把平面分成 3 个或 4 个部分,如图 5-19①、②所示.

(2)三条直线可以把平面分成 4 个或 6 个或 7 个部分,如图 5-19③、④、⑤所示.

(3) $a_n=1+\frac{n(n+1)}{2}$.

例 12 如图 5-20 所示,已知三角形 ABC 中, $\angle BAC$ 为钝角.

(1)画出点 C 到 AB 的垂线段;

(2)过 A 点画 BC 的垂线;

(3)点 B 到 AC 的距离是多少?

分析 (1)先过 C 点画 AB 的垂线段,垂足在线段 BA 的延长线上.

(2)利用三角板上的直角,正确画出图形.

(3)先画出垂线段,再用刻度尺度量.

解 (1)线段 CF 表示点 C 到 AB 的垂线段;

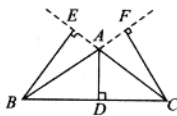


图 5-20

(2) 直线 AD 就是 BC 的垂线;

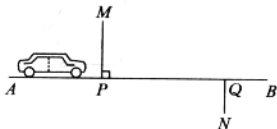
(3) 量得线段 $BE=1.4$ cm; 点 B 到 AC 的距离为 1.4 cm.

例 13 如图 5-21 所示, 一辆汽车在直线公路上由 A 向 B 行驶, M, N 分别为位于公路两侧的村庄.

(1) 设汽车行驶到公路上点 P 位置时, 距离村庄 M 最近, 行驶到点 Q 位置时, 距离村庄 N 最近, 请在图中公路 AB 上分别画出点 P 和点 Q 的位置;

(2) 当汽车从 A 出发向 B 行驶时, 在公路哪一段上距离 M, N 两村都越来越近? 在哪一段公路上距离村庄 N 越来越近, 而离村庄 M 越来越远?

图 5-21



分析 本题是一道几何实际问题, 主要考查学生: ①点到直线的距离的定义, 垂线段最短; ②两点间的距离; ③应用所学知识解决实际问题的能力.

解 (1) 过点 M 作 $MP \perp AB$, 垂足为 P , 过点 N 作 $NQ \perp AB$, 垂足为 Q , 点 P, Q 就是所要求的两个点.

(2) 当汽车从 A 向 B 行驶时, 在 AP 这段路上离两村庄越来越近, 在 PQ 这段路上离村庄 M 越来越远, 离村庄 N 越来越近.

例 14 如图 5-22 所示, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 直线 EF 经过点 O , $AB \perp CD$, CG 平分 $\angle AOE$, $\angle FOD = 28^\circ$, 求:

(1) $\angle BOE$ 的度数; (2) $\angle AOG$ 的度数.

分析 (1) 先利用对顶角相等求出 $\angle COE$ 的度数, 由 $AB \perp CD$ 可知 $\angle BOE$ 与 $\angle COE$ 互余, 从而求出 $\angle BOE$; (2) 由 (1) $\angle BOE$ 的度数求出 $\angle AOE$ 的度数, 然后再利用角平分线的定义, 可求 $\angle AOG$ 的度数.

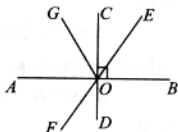


图 5-22

解 (1) $\because AB \perp CD$, (已知)

$$\therefore \angle BOE + \angle COE = 90^\circ. \text{ (垂直的定义)}$$

$$\text{又 } \angle FOD = \angle COE = 28^\circ, \text{ (对顶角相等)}$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ - \angle COE = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ.$$

(2) $\because \angle AOE + \angle BOE = 180^\circ$, (邻补角定义)

$$\text{又 } \because \angle BOE = 62^\circ, \text{ (已求)}$$

$$\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle BOE = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ.$$

$$\text{又 } \because OG \text{ 平分 } \angle AOE, \text{ (已知)}$$

$$\therefore \angle AOG = \frac{1}{2} \angle AOE = 59^\circ. \text{ (角平分线定义)}$$

例 15 如图 5-23①是某旅游城市古建筑群中一座古塔底部的建筑平面图, 请同学

们利用学过的知识设计出测量古塔外墙底部的 $\angle ABC$ 大小的方案,并说明理由.

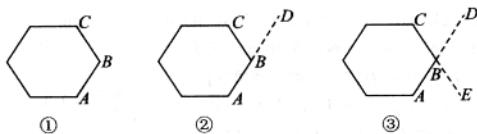


图 5-23

分析 由于古塔底部无法用仪器测量 $\angle ABC$ 的大小,只能借助我们所学过的相关知识转化到用古塔外墙的外部的角来求.

解法一 如图 5-23②,作 AB 的延长线,量出 $\angle CBD$ 的度数, $\angle ABC = 180^\circ - \angle CBD$. (邻补角的定义)

解法二 如图 5-23③,作 AB 、 CB 的延长线,量出 $\angle DBE$ 的度数就知道了 $\angle ABC$ 的度数. (对顶角相等)

解题技法提炼

1. 熟练掌握对顶角、邻补角的定义及其性质,是利用本节知识进行角度计算的关键.
2. 垂线、垂线段、点到直线的距离等一些基本概念和性质必须牢记,分清相互之间的区别与联系,在解决一些具体生活中的实例时,需要用到这些知识.
3. 在进行有关角度的计算时,一定要注意书写格式,重要步骤要求一定要注明依据.

易错风险规避

1. 基本概念理解不清.

例 16 若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,那么 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 互补,这句话对吗?

错解 对

错误原因 “互补”“互余”都是针对两个角来说的,不能说三个角互补,因此所犯的错误是概念模糊,对“互补”概念没有理解好.

正解 这种说法是错误的.

例 17 小亮说:“画出直线 l 外一点 P 到直线 l 的距离”这句话对吗?为什么?

错解 正确,因为能画出.

错误原因 我们常画出的是点到直线的垂线段,而距离是指垂线段的长度,它只能用刻度尺去度量.

正解 这句话是错误的,因为我们只能画出点 P 到 l 的垂线段,距离只能用刻度尺去度量.