

# XIANDAI KONGZHI LILUN

高等学校适用教材

# 现代控制理论

韩建国 曹辉 王暄 马栋萍 编著



中国计量出版社  
CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE

0231/75

2007

高等学校适用教材

# 现代控制理论

韩建国  
王 暄

曹 辉  
马栋萍

编著

中国计量出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

现代控制理论/韩建国等编著. —北京: 中国计量出版社, 2007. 10

高等学校适用教材

ISBN 978-7-5026-2715-7

I. 现… II. 韩… III. 现代控制理论—高等学校—教材 IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 133169 号

## 内 容 提 要

本书内容包括: 自动控制基本概念, 基于状态空间的现代控制理论, 信号、系统与系统辨识, 最小均方误差线性滤波, 适应型控制, 随机控制, 最优控制, 智能控制理论和方法, 人工神经网络控制, 基于模糊推理的智能控制系统等。本书介绍了国内、外相关领域的综合性知识, 内容翔实、实用性强。

本教材适合于高等学校电工、电子、机电、自动化、测量、计量等与现代信息技术有关的各学科非控制理论专业领域的大学生、研究生使用。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话 (010) 64275360

<http://www.zgjl.com.cn>

北京市密东印刷有限公司印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

\*

787 mm×1092 mm 16 开本 印张 12 字数 285 千字

2007 年 10 月第 1 版, 2007 年 10 月第 1 次印刷

\*

印数 1—2 000 定价: 22.00 元

# 前言

自 20 世纪 60 年代至今,国内外现代控制理论与技术进入了成熟、系统、完整、封闭的状态,经历了随机过程、状态空间描述、最优估计、优化理论、线性规划、信号—系统与模型—系统辨识、人工智能、人工神经网络、模糊逻辑数学等多个阶段与分支,乃至多个阶段与分支的多层次相互融合的各种控制理论与技术的发展,诸如随机控制、现代控制、模型参考自适应控制、神经网络控制、模糊控制、模糊神经网络控制等。现代控制的概念再也不是上个世纪七八十年代的仅以状态空间模型描述和最优化理论为核心的概念,而应该是包含现代信息与系统理论、不确定性理论、随机性理论、人工智能理论等一系列现代观点与理论,并且体现其在互动互融中发展的观点与理论为基础和指导思想的各种控制理论新概念。与之相关的理论、技术、观点、方法乃至学术分支纷纷相继诞生,互动而进,展示了一幅五彩缤纷、繁花似锦的画面。

我们的新编教科书正是从上述的观点与角度出发,力求做到从宏观的视角、发展的眼光将相关内容进行前后照应、融会贯通、资源共享、一气呵成的综合介绍。力图使非控制理论专业的学生能够以较短的时间和较小的篇幅对整个现代控制理论与技术的核心、基础与全貌作一个全面、概括、本质性的了解。

本教材适合于高等学校电工、电子、机电、自动化、测量、计量等与现代信息技术相关的各学科非控制理论专业的大学生、研究生使用,也可供相关技术的教学、科技人员参考。

本教材第一章概述了自动控制理论与技术的全貌。第二章作为本教材内容重点与核心,着重从理论与概念上较深入而具体地介绍了 20 世纪六七十年代以状态空间数学模型描述和最优化理论为基础与核心的现代控制理论。第三至十章对 20 世纪 70 年代以来的多个相关分支的核心内容作了宏观的介绍,并介绍了其中与所有知识相关联的多种控制理论与技术。

在本教材编撰过程中,王明辉同学、汪月波同学参加了本教材稿件的文字输入、制图、排版和部分章节编辑工作,在此表示衷心的感谢。同时,许多单位和作者的论著与教材的内容为我们提供了可贵的借鉴,在此特表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,在教材中难免会出现错误与不足,诚望各位同行和读者见谅和指正。

编者

2007 年 9 月

# 目 录

## CONTENTS

### 第一章 自动控制基本概念回顾 \ 1

- 1.1 自动控制的基本原理与方式 \ 2
- 1.2 自动控制的方式 \ 4
- 1.3 自动控制系统的分类 \ 5
- 1.4 对自动控制系统的基本要求 \ 7
- 1.5 典型外作用 \ 8
- 1.6 控制系统的数学模型 \ 10

### 第二章 基于状态空间的现代控制理论 \ 13

- 2.1 现代控制系统的基本概念 \ 14
- 2.2 控制系统的结构性质 \ 28
- 2.3 控制系统的能控性与能观测性的结构形式 \ 40
- 2.4 最小实现问题 \ 48

### 第三章 信号、系统与系统辨识 \ 51

- 3.1 信息、信号、模拟信号与数字信号 \ 51
- 3.2 信号与系统 \ 52
- 3.3 随机信号与白噪声 \ 54
- 3.4 动态系统的数学模型与系统辨识 \ 60
- 3.5 系统辨识与应用 \ 66
- 3.6 动态离散参数模型的辨识 \ 75
- 3.7 多种辨识方法介绍 \ 77

### 第四章 最小均方误差线性滤波 \ 88

- 4.1 概述 \ 88
- 4.2 维纳滤波 \ 88
- 4.3 时间序列状态估计离散线性卡尔曼滤波 \ 90

## 第五章 适应型控制 \ 96

5.1 问题的提出 \ 96

5.2 模型参考适应控制系统 \ 97

## 第六章 随机控制 \ 100

6.1 随机信号基本概念回顾 \ 100

6.2 随机控制 \ 104

## 第七章 最优控制 \ 108

7.1 最优控制问题的提法 \ 108

7.2 泛函与变分 \ 111

7.3 极小值原理及其应用 \ 113

7.4 线性二次型最优控制问题 \ 119

7.5 离散时间系统的最优控制 \ 121

## 第八章 智能控制理论和方法 \ 132

8.1 问题的提出 \ 132

8.2 智能和智能控制的定义 \ 133

8.3 关于智能控制的主要研究内容 \ 134

8.4 智能控制系统的结构体系 \ 135

## 第九章 人工神经网络控制 \ 139

9.1 神经网络理论基础 \ 139

9.2 神经网络控制器 \ 151

9.3 神经网络设计举例 \ 152

## 第十章 基于模糊推理的智能控制系统 \ 155

10.1 模糊集合与模糊推理 \ 155

10.2 模糊建模 \ 168

10.3 模糊逻辑控制器的结构与设计 \ 173

10.4 神经—模糊控制器 \ 181

## 参考文献 \ 185

# 第一章

## 自动控制基本概念回顾

现代控制理论的一系列概念、观点、方法都是在传统控制理论的基础上发展起来的，而且在从传统理论到现代理论的转折阶段中出现了相互交错的渐变过程。从 20 世纪 60 年代中叶开始直至今日，现代控制理论与技术经历了生动活泼、丰富多彩的发展、开拓与腾飞过程。本教材的第二至十章所介绍的仅仅是其中比较普遍易见的、作用显著的部分内容。这九大主要部分在其酝酿、发生、发展与成熟的时间上参差不齐、相互交错，难以定论；而就其兴旺发展或“崛起”时期而论，则体现出一门既传统而又现代化的学科的一线贯穿而又多元化发展的起伏推进和螺旋式上升的规律。图 1-1 粗略勾画出了其纵横发展的大致过程。

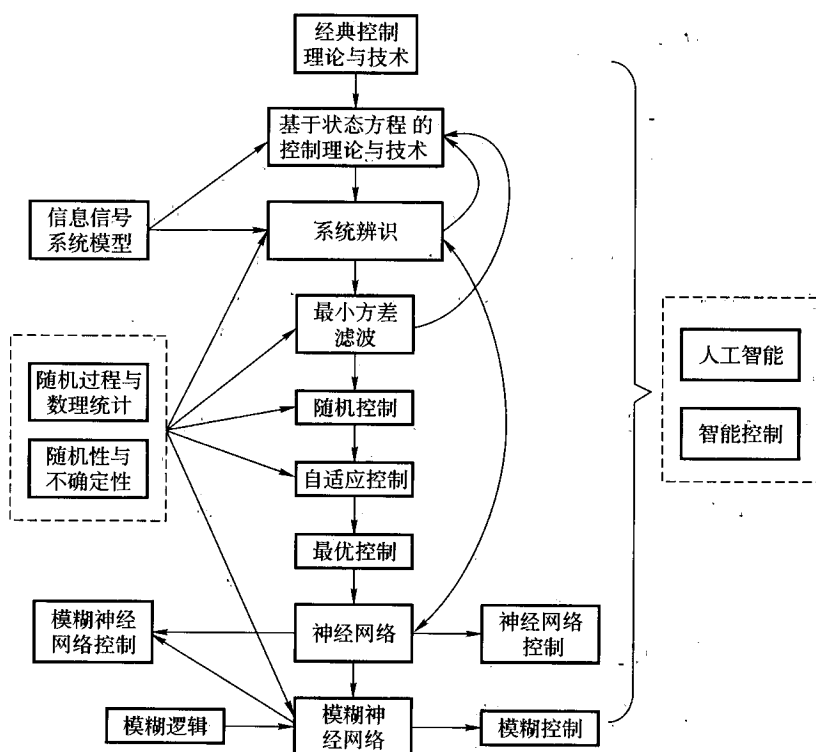


图 1-1 经典与现代控制理论的纵横发展

为便于下文的讨论，在这里，首先对传统的控制理论作一个回顾。

## 1.1 自动控制的基本原理与方式

### 1.1.1 自动控制技术

早在 20 世纪 50 年代初，人们逐渐形成了一个所谓自动控制的成熟概念：在无人直接参与的情况下，通过外加设备或装置（称控制装置或控制器）使被控对象（即一个系统或环节，如机器、设备或物理、化学、生物变化过程）的某个状态或参数（即被控量）自动地按照预定的规律运行。例如，数控车床按照预定程序自动地切削工件；化学反应过程随炉中温度、压力、湿度及配料成分的自动合理变化而维持恒定状态或规律性发展状态；导弹在自动调节的微波信号引导下寻找并击中目标；无人驾驶飞机按照预定航迹自动按人所给定的规律升降和飞行；人造卫星准确地进入预定轨道运行并返回；生态环境在合理安排的均衡条件互动中理想地循环发展等等。

到了 20 世纪六七十年代，随着电子与计算机技术以及具备现代观点的信息、统计、随机理论及现代信息处理技术的发展和运用，自动控制技术不仅在宇宙航行、机器人控制、导弹制导以及核动力等高新技术领域中，而且在生物、医学、环境、经济管理和其他许多社会生活领域中迅速发展，在性能特征上不仅实现了高度的“自动”，而且逐步具备了记忆性、实时性、智能性、自学习性、模糊推理性等等，甚至人们还开始探讨能否体现（特别是在机器人和人体仿生领域中体现）情绪性、人格性、意念性等等新的目标特性。

### 1.1.2 自动控制理论的发展

自动控制理论是研究自动控制共同规律的科学，涉及到基本原理、策略与方法、实现手段与效果、乃至了解与改造客观世界的认识论与方法论。它从工业控制中最先使用的以反馈理论为基础的自动调节原理起步，在二战期间受到水、空作战设备（包括飞机与船只、自动驾驶仪、火炮定位系统、雷达跟踪系统等）的设计方法与制造过程的推动并形成理论，在战后形成了完整的理论体系——以传递函数为基础的经典控制理论，但主要作用范围仅围绕单输入/单输出的线性定常系统的分析和设计问题。

20 世纪 60 年代初期，随着现代应用数学新成果的推出和电子计算机技术的应用，人们对客观世界的理解有了巨大的提高。以宇航技术发展为起点，自动控制理论跨入了一个新阶段——现代控制理论。它的主要研究范围聚焦在具有高性能、高精度的多变量变参数系统的最优控制问题，主要研究方法是以状态为基础的状态空间法。目前，自动控制理论还在继续发展，正向以控制论、信息论、仿生学为基础的智能控制理论深入。

### 1.1.3 反馈控制原理

反馈控制技术的核心是将被控系统的被控输出信号的相关分量引回（即反馈）到控制器的输入端，将其与给定的控制目标相比较，然后得出具有与反馈信号相关的规律性的控制信号（命令），用以控制被控量。

要通过反馈控制技术实现各种复杂的控制任务，首先要将被控对象和控制装置按照一定的方式连接起来，组成一个有机总体，这就是自动控制系统，简称自控系统。自控系统包括

控制装置、被控对象和反馈过程三大环节。在自动控制系统中，被控对象的输出量（例如温度、压力、液位等）即被控量就是人们要求严格加以控制的物理量。所谓严格，包括严格保持为某一恒定值，也包括严格按照某个给定规律变化。而控制装置则是按照人对控制系统事先安排好的各种原理和方式对被控对象施加控制作用的机构的总体。在各种控制原则中，最基本的一种是基于反馈控制原理的反馈控制原则。控制装置以取自被控量的反馈信息和预先由人给定的标准作为依据，不断修正被控量与给定值之间的偏差，从而实现对被控对象进行控制的任务，这就是反馈控制的原理。

这里以人的有目标的动作作为具有高度复杂控制能力的反馈控制过程的实例（参看图1-2）。当人用手拿取桌上的书时，人对书的位置的视觉在大脑中的确定性反应就相当于一个多维的给定向量，而人通过连续目测判断出来的自己的手在每个瞬时所处位置与书所处位置的偏差值在大脑中的反映就是偏差信号，即控制偏差。大脑根据判断结果产生的对于手的动作欲望以各种物理、化学、生物信息的形式通过神经系统送至小脑，这一过程的功能相当于控制器，而这些信息就相当于控制变量（或曰控制命令）。小脑根据大脑的信息，通过神经系统、肌肉、筋腱、骨骼来带动手向正确的方位运动（这些就相当于执行机构的功能）并根据其大小发出控制手臂移动的命令（称为控制作用或操纵量），逐渐使手与书之间的距离（即偏差）减小。显然，只要这个偏差存在，上述过程就要反复进行，直到偏差减小为零，手便到达了书所处的位置。可以看出，大脑控制手来取书的过程，是一个利用偏差（手与书之间的三维方位差别）产生控制作用，并不断使偏差减小直至消除的运动过程；同时，为了取得偏差信号，必须要有手的位置的反馈信息，两者结合起来，就构成了反馈控制。显然，反馈控制实质上是一个按偏差进行控制的过程，因此，它也称为按偏差的控制，反馈控制原理就是按偏差控制的原理。

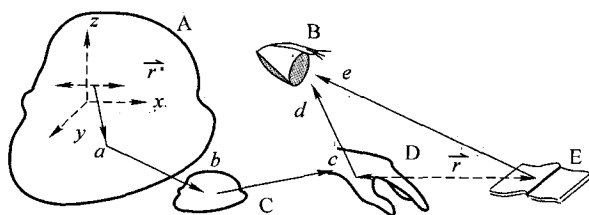


图 1-2 大脑—小脑—手的联合取书动作

A、B、C、D、E：大脑、眼睛、小脑、手和书；

$x-y-z$ ：大脑中形成的三维空间判断；

$\vec{r}^*$ ：在大脑中形成的方位偏差；

$\vec{r}$ ：实际方位偏差；

$a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ ：信息、信号传递方向

通常，我们把取出输出量送回到输入端，并与输入信号相比较产生偏差信号的过程，称为反馈。若反馈的信号是被用来与输入信号相减，使产生的偏差越来越小，则称为负反馈；反之，则称为正反馈。反馈控制就是采用负反馈并利用偏差进行控制的过程，而且，由于引入了被控量的反馈信息，整个控制过程成为闭合过程，因此反馈控制也称闭环控制。

在工程实践中,为了实现对被控对象的反馈控制,必须在系统中配置具有检测装置(如人的眼睛)、执行控制规则和执行控制的装置和设备(如大脑的判断与决策功能和手臂的活动功能),以便用来对被控量进行连续的测量、反馈和比较,并按偏差进行控制。这些设备依其功能分别称为测量元件、比较元件和执行元件,并统称为控制装置。

一个以数字处理设备为核心的现代控制系统如图 1-3 所示。它既可执行各种各样传统的、经典的控制方案、亦可执行各种各样现代的控制方案。其中被处理和传输的各个变量可以是单值变量、也可以是多维向量。

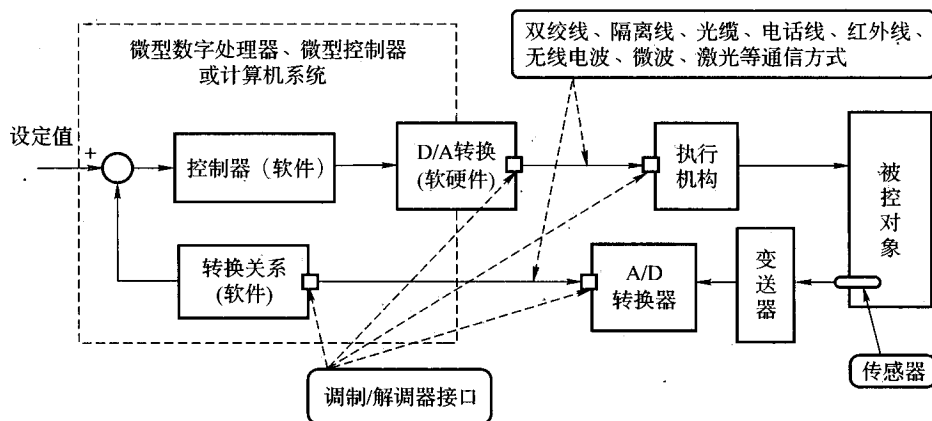


图 1-3 以数字处理设备为核心的实际控制系统

#### 1.1.4 自动控制的基本方式

自动控制的基本方式包括开环控制、闭环（反馈）控制和复合控制方式，它们都有其各自的特点和不同的适用场合。其中反馈控制是自动控制方式中最基本的控制方式，也是应用最广泛的一种控制方式。近几十年来，以现代数学为基础而引入了电子计算机技术的新的控制方式已有了很大发展，例如最优控制、自适应控制、神经网络控制、模糊控制等。

### 1.2 自动控制的方式

#### 1.2.1 反馈控制方式

反馈控制方式是按控制偏差进行自我调节式的控制，不论什么原因使被控量偏离设定值而出现偏差，都会产生一个相应的控制作用去减小或消除这个偏差，使被控量与期望值趋于一致。它能够抑制任何内、外扰动对被控量产生的影响，有较高的控制精度，是一种重要的并被广泛应用的控制方式。自动控制理论主要的研究对象就是用这种控制方式组成的系统。

#### 1.2.2 开环控制方式

开环控制方式是指控制装置与被控对象之间只有正向作用而没有反向联系的控制过程。

在控制过程中，被控系统的输出量不会对系统的控制作用发生影响。此种控制系统可以按照针对给定量进行控制的方式组成，也可以按照针对扰动进行控制的方式组成。

按给定量进行控制的开环控制系统，其控制作用直接由系统的输入量产生，给定一个输入量，就有一个输出控制量与之相对应而不顾及被控系统的实际输出。控制精度完全取决于所用的元件及校准的精度。由于其结构简单、调整方便、成本低，在精度要求不高或扰动影响较小的情况下还有一定的实用价值。常见的实际开环控制系统有自动售货机、自动洗衣机、产品生产自动线、数控车床以及指挥交通的红绿灯的转换等。

按扰动进行控制的开环控制系统又称顺馈控制系统。其基本原理是利用可测量的扰动量产生一种补偿作用，以减小或抵消扰动对输出量的影响。例如，在一个直流速度控制系统中，当马达转速由于电枢回路的电压降而意外地下降时，将负载的电流变化测量出来，并按其大小产生一个附加的控制作用，用以补偿由它引起的转速下降，这样就可以构成按扰动进行控制的开环控制系统。这种开环控制方式抗扰动性强，控制精度也较高，但它只适用于扰动可测量的场合。

### 1.2.3 复合控制方式

比较合理的一种控制方式是按偏差控制与按扰动控制这两种方式结合起来：对于起主要影响的扰动采用适当的补偿装置实现按扰动的控制，而同时又配置反馈控制系统实现按偏差的控制以消除其余扰动产生的偏差。这样，由于系统的起主要影响的扰动已被补偿，剩下的完成反馈控制任务的部分就比较容易设计，控制效果也会更好。这种按偏差控制和按扰动控制相结合的控制方式称为复合控制方式，如图 1-4 所示。

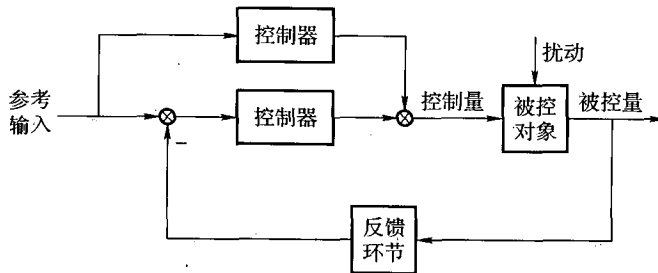


图 1-4 复合式控制系统

## 1.3 自动控制系统的分类

传统的自动控制系统有多种分类方法。例如，按控制方式可分为开环控制、反馈控制、复合控制等；按元件类型可分为机械系统、电气系统、机电系统、液压系统、气动系统、生物系统等；按系统功能可分为温度控制系统、压力控制系统、位置控制系统等；按系统性能可分为线性系统和非线性系统、连续系统和离散系统、定常系统和时变系统、确定性系统和不确定性系统等；按参变量变化规律又可分为恒值控制系统、随动系统和程序控制系统等。一般，为了全面反映自动控制系统的特性，常常将上述各种分类方法组合应用。以下着重从

系统性能入手, 结合各种类型做个简单介绍。

### 1.3.1 线性连续控制系统

这类系统可以用线性微分方程式描述, 其一般模型描述形式为

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t) \\ = b_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_{m-1} \frac{d}{dt} r(t) + b_m r(t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中,  $c(t)$ : 被控量;  $r(t)$ : 系统输入量; 系数  $a_0, a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ : 当它们是常数、时变数或以分布形式出现时, 系统分别称为定常系统、时变系统或分布式系统。线性特征的本质的描述是输出与输入的比例关系满足线性组合关系。线性反馈控制系统中, 如下三种是最基本的:

#### (1) 恒值控制系统

这类控制系统的参据量是一个恒定值, 要求被控量亦等于一个恒定值, 故又称为调节器。但由于扰动的影响, 被控量会偏离参考量而出现偏差, 控制系统便根据偏差产生控制作用, 以克服扰动的影响, 使被控量恢复到给定的常值。因此, 恒值控制系统分析、设计的重点是研究各种扰动对被控对象的影响以及抗扰动的措施。在恒值控制系统中, 参据量可以随生产条件的变化而改变, 但是, 一经调整后, 被控量就应与调整好的参据量保持一致。常见工业恒值控制系统见于刨床速度控制、温度控制、压力控制、液位控制等。在工业控制中, 如果被控量是温度、流量、压力、液位等生产过程参量, 则控制系统称为过程控制系统, 它们大多数都属于恒值控制系统。

#### (2) 随动系统

这类控制系统的参据量是预先未知的随时间任意变化的函数, 要求被控量以尽可能小的误差跟随其变化, 故又称为跟踪系统。在随动系统中, 扰动的影响是次要的, 系统分析、设计的研究重点是研究被控量跟随的快速性和准确性。例如函数记录仪和导弹的运动目标跟踪便是典型的随动系统。

在随动系统中, 如果被控量是机械位置或其导数时, 这类系统称之为伺服系统。

#### (3) 程序控制系统

这类控制系统的参据量是按预定规律随时间变化的函数, 要求被控量迅速、准确地加以复现。程序控制系统和随动系统的相同点是参据量都是时间函数, 不同点是前者的时间函数事先已知, 而后者的时间函数在任何时刻均未知。数控机床是程序控制系统的一例。同时, 恒值控制系统也可视为程序控制系统的特例。

### 1.3.2 线性定常离散控制系统

离散系统是指系统的某处或多处的信号为脉冲序列或数码形式, 因而信号在时间上是离散的。在离散系统的标准模式中, 采样时间是一系列等间隔的瞬时值, 采样间隔在模型描述中被忽略而用一系列正数来表示采样时刻。连续信号经过采样开关的采样就可以转换成离散信号。一般, 在离散系统中既有连续的模拟信号, 也有离散的数字信号, 因此离散系统要用差分方程描述, 线性差分方程描述模型的一般形式为:

$$\begin{aligned} & a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \cdots + a_{n-1} y(k+1) + a_n y(k) \\ & = b_0 u(k+m) + b_1 u(k+m-1) + \cdots + b_{m-1} u(k+1) + b_m u(k) \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中,  $m \leq n$ ;  $n$ : 差分方程的阶;  $a_0, a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ : 常系数;  $y(k)$  和  $u(k)$ ,  $k=1, 2, \cdots$ : 输入和输出采样序列。

工业计算机控制系统, 典型的以计算机系统或各种数字信号处理设备为核心的控制系统就是离散控制系统。

### 1.3.3 非线性控制系统

系统中只要有一个元件的输入—输出特性是非线性的, 这类系统就称为非线性控制系统, 其本质的描述是输出与输入的比例关系不满足线性组合关系。这时, 就需要用非线性微分(或差分)方程描述其特性。非线性方程的特点是系数与变量有关, 或者方程中含有变量及其导数的高次幂或乘积项, 例如:

$$\ddot{y}(t) + y(t)\ddot{y}(t) + y^2(t) = u(t)$$

严格地说, 实际物理系统中一般都含有程度不同的非线性部分, 例如放大器和电磁元件处于饱和特性区时, 运动部件进入死区、间隙和呈现摩擦特性, 等等。由于非线性方程在数学处理上较困难, 目前还没有建立起能够统一处理不同类型的非线性控制系统的统一研究方法。但对于非线性程度不太严重的元件, 可采用在一定范围内线性化的方法, 从而将非线性控制系统近似为线性控制系统。还有一种十分普遍的处理方法, 就是使用在整体结构上线性化而在局部中又含有非线性函数项的非线性微分、差分方程去近似一些完全的非线性方程模型。

## 1.4 对自动控制系统的基本要求

建立自控系统的目的是希望通过可能采用的各种方法去驱使系统自动而准确地按照人的意愿发展变化, 从而实现优质生产、正常发展、跟踪目标、保证稳定等人对客观事物发展的需求。尽管自动控制系统有不同的类型, 对每个系统也都有不同的特殊要求, 但对于各类系统来说, 在已知系统的结构和参数时, 我们感兴趣的都是系统在某种典型输入信号下, 其被控量变化的全过程。实际上, 对各种不同系统的被控量变化全过程提出的共同基本要求可以归结为稳定性、快速性和准确性三个要点。

### 1.4.1 稳定性

稳定性是保证控制系统正常工作的先决条件。一个稳定的控制系统, 其被控量偏离期望值的初始偏差应随时间的增长逐渐减小或趋于零。具体来说, 对于稳定的恒值控制系统, 若被控量因扰动而偏离期望值, 经过一个过渡过程时间之后应能恢复到原来的期望值状态; 对于稳定的随动系统, 若被控量因扰动而偏离被跟踪值较远, 经过一个过渡过程时间之后应能恢复到允许的差距范围之内。反之, 不稳定的控制系统, 在受到扰动、甚至未受扰动的情况下其被控量偏离期望值或被跟踪值的差距随时间的增长而发散, 从而无法实现预定的控制任务。

线性自动控制系统的稳定性是由系统结构所决定的，与外界因素无关。由于系统中一般含有储能元件或惯性元件的作用，如绕组的电感、电枢转动惯量、电炉热容量、物体质量等，又由于所储存的能量不可能突变，而是有一定的延缓，这就使得控制偏差的消除需要一个时间过程，称为过渡过程。例如，在反馈控制系统中，由于被控对象的惯性，会使控制动作不能瞬时纠正被控量的偏差；控制装置的惯性则会使偏差信号不能及时完全转化为控制动作。这样，在控制过程中，当被控量已经回到期望值而使偏差为零时，执行机构由于装置的惯性而未能及时改变原控制量值或方向，致使动作仍继续向原来方向进行；另一方面，当控制动作已经到位时，又由于被控对象的惯性，偏差并未及时减小为零，因而执行机构继续向原来方向运动。如此反复地在期望值附近来回摆动，过渡过程便会呈现振荡形式。如果这个振荡过程是逐渐减弱的，系统最后可以达到平衡状态，控制目的得以实现，则称之为稳定系统；反之，如果振荡过程逐步增强，系统被控量将失控，则称之为不稳定系统。

#### 1.4.2 快速性

对系统的过渡过程的形式和快慢提出的要求，一般称为动态性能的要求。例如，一个高射炮射角随动系统，虽然最终能跟踪目标，但如果它在目标变动迅速时缩小与被跟踪的目标之间的差距所需的过渡过程时间过长，就不可能击中目标；一个自动驾驶仪系统，当飞机受阵风扰动而偏离预定航线时，虽然有可能使飞机恢复预定航线，但如果在恢复过程中机身摇晃幅度过大，或恢复速度过快，则会影响正常飞行状态。因此，对控制系统过渡过程的时间（即快速性）和最大振荡幅度（即超调量）都应有具体要求。

#### 1.4.3 准确性

在实际控制过程中，由于系统结构、外作用形式以及摩擦、间隙等非线性因素的影响，被控量的稳态值与期望值之间会有一个始终不能消除的剩余的误差存在，称为稳态误差。稳态误差的大小是衡量控制系统控制精度高低的重要标志，在技术指标中一般都有具体要求。

### 1.5 典型外作用

控制系统的被控量对于不同形式的外作用会产生不同的响应。为了便于用统一的方法研究和比较控制系统的性能，人们通常按照如下条件选用几种具有典型意义的确定性函数作为典型的外作用模式：

- 1) 在现场或实验室中容易实现；
- 2) 能够促使控制系统表现出充分代表在实际工作条件下运作的性能；
- 3) 这种数学表达式简单，便于理论计算。

目前常用的典型外作用函数有阶跃函数、斜坡函数、脉冲函数以及正弦函数等确定性函数，此外，还有伪随机函数。

#### 1.5.1 阶跃函数

阶跃函数的数学表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ R, & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

此式表示一个在  $t=0$  时出现的幅值为  $R$  的阶跃变化函数 (图 1-5a)。这意味着在  $t=0$  时刻突然加到系统上的一个幅值不变的外作用。幅值  $R=1$  的阶跃函数称为单位阶跃函数, 用  $1(t)$  表示。幅值为  $R$  的阶跃函数则可表示为  $f(t) = R \cdot 1(t)$ 。在任意时刻  $t_0$  出现的阶跃函数可表示为  $f(t) = R \cdot 1(t-t_0)$ 。

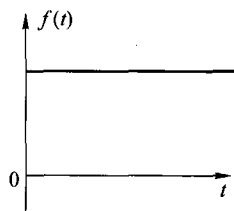


图 1-5a 阶跃函数

阶跃函数是自动控制系统在实际工作条件下经常遇到的一种外作用形式。例如, 电源电压突然跳动; 负载突然增大或减小; 飞机飞行中遇到的常值阵风扰动等, 都可视为阶跃函数形式的外作用。在控制系统的分析设计工作中, 一般将阶跃函数作用下系统的响应特性作为评价系统动态性能指标的依据。

### 1.5.2 斜坡函数

斜坡函数的数学表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Rt, & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

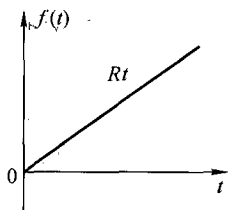


图 1-5b 斜坡函数

此式表示在  $t=0$  时刻开始, 以恒定速率  $R$  随时间而变化的函数 (图 1-5b)。在工程实践中, 某些随动系统就常常工作于这种外作用下, 例如雷达—高射炮防空系统, 当雷达跟踪的目标以恒定速率飞行时, 便可视为该系统工作于斜坡函数作用之下。

### 1.5.3 脉冲函数

脉冲函数定义为

$$f(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0} [1(t) - 1(t-t_0)] \quad (1-5)$$

此式描述一个非常窄的方波函数, 即脉动函数。式中,  $(A/t_0)[1(t) - 1(t-t_0)]$  表示由两个阶跃函数合成的函数, 其面积  $A = (A/t_0)t_0$  (图 1-6)。当宽度  $t_0$  趋于零时, 脉动函数达到极限, 成为脉冲函数。后者是一个宽度为零、幅值为无穷大、面积为  $A$  的极限脉冲。显然, 它在现实中是不存在的, 只有数学上的定义。脉冲函数的强度通常用其面积表示。面积  $A=1$  的脉冲函数称为单位脉冲函数或  $\delta$  函数; 强度为  $A$  的脉冲函数可表示为  $f(t) = A\delta(t)$ 。在  $t_0$  时刻出现的单位脉冲函数则表示为  $\delta(t-t_0)$ 。

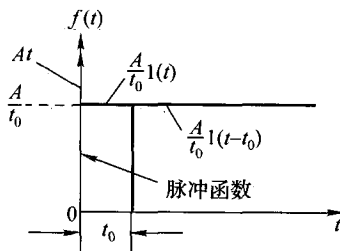


图 1-6 脉冲函数

脉冲函数作为一个有数学上的定义和理想的极限情况而在自动控制理论研究中具有重要

作用。例如，一个任意形式的外作用，可以分解成不同时刻的一系列脉冲函数之和，这样，通过研究控制系统在脉冲函数作用下的响应特性，便可以了解在任意形式外作用下的响应特性。

#### 1.5.4 正弦函数

正弦函数的数学表达式为

$$f(t) = A \sin(\omega t - \varphi) \quad (1-6)$$

式中， $A$  为正弦函数的振幅； $\omega = 2\pi f$  为正弦函数角频率； $\varphi$  为初始相角。

正弦函数是控制系统常用的一种典型外作用模式，很多实际的随动系统就是经常在这种正弦函数外作用下工作的。由于该函数的周期性，可以使用它来激发系统对不同频率范围的频率响应特性。

### 1.6 控制系统的数学模型

数学模型是描述系统内部物理量（或变量）之间关系的数学表达式，是分析和设计控制系统的依据。建模是分析和设计控制系统的首要工作。在静态条件下（即变量各阶导数为零），描述变量之间关系的代数方程叫静态数学模型；而描述中包含变量各阶导数之间关系的微分方程叫动态数学模型。如果已知输入量及变量的初始条件，对微分方程求解，就可以得到系统输出量的表达式，并可由此对系统进行性能分析。

在自动控制理论中，数学模型有多种形式，而且有时域、复数域与频域之分。时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程和状态方程；复数域中有传递函数、结构图；频域中有频率特性。

#### 1.6.1 时域模型

##### 1. 微分方程的建立

建立控制系统的微分方程的基本过程如下：

由系统原理线路图画系统方块图→分别列写组成系统各元件的微分方程（按元件先后次序一级一级地单向传送，应注意前后连接的元件负载效应）→消去中间变量而得到描述系统输出量与输入量之间关系的微分方程。

在上述各控制系统的元件或系统的微分方程中，不同类型的元件或系统可具有形式相同的数学模型，尽管物理意义不同，但物理量变化的速度和多阶导数（加速度）的数学性质具有相同规律。我们称这些物理系统为相似系统。相似系统揭示了不同物理现象间的相似关系，便于我们使用一个简单系统去研究与其相似的复杂系统，也为控制系统的计算机数字仿真提供了基础。

##### 2. 线性系统的特性

用线性微分方程描述的元件或系统，称为线性元件或线性系统。线性系统的重要性质是

可以应用叠加原理。叠加原理有两重含义，即具有可叠加性和均匀性（或齐次性）。现举例说明：设有线性微分方程为

$$\frac{d^2 c(t)}{dt^2} + \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = f(t) \quad (1-7)$$

当  $f(t) = f_1(t)$  时，上述方程的解为  $c_1(t)$ ；当  $f(t) = f_2(t)$  时，其解为  $c_2(t)$ 。如果  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ ，容易验证，方程的解必为  $c(t) = c_1(t) + c_2(t)$ ，这就是可叠加性。若  $f(t) = Af_1(t)$  且式中  $A$  为常数，则方程的解必为  $c(t) = Ac_1(t)$ ，这就是均匀性。

线性系统的叠加原理表明，若干个外作用同时加于系统所产生的总输出，等于各个外作用单独作用时分别产生的输出之和，且外作用的数值增大若干倍时，其输出亦相应增大同样的倍数。因此，对线性系统进行分析和设计时，如果有几个外作用同时加于系统，则可以将它们分别处理，依次求出各个外作用单独加入时系统的输出，然后将它们叠加。

### 3. 线性定常微分方程的求解

有了控制系统数学模型，就可以用数学方法定量研究控制系统的工作特性。对系统的微分方程，只要对它给定输入量和初始条件，便可求解，并由此了解系统输出量随时间变化的特性。线性定常微分方程的求解方法有经典法和拉氏变换法两种，也可借助电子计算机来实现。

用拉氏变换法求解线性定常微分方程的过程可归结如下：

- (1) 考虑初始条件，对微分方程中的每一项分别进行拉氏变换，将微分方程转换为变量  $s$  的代数方程；
- (2) 由代数方程求出输出量拉氏变换函数的表达式；
- (3) 对输出量拉氏变换函数求反变换，得到输出量的时域表达式，即为所求微分方程的解。

$$c(t) = L^{-1}[C(s)] = L^{-1}[G(s)R(s)] = \int_0^t r(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad (1-8)$$

### 4. 非线性微分方程的线性化

实际上，所有元件、系统或客观变化过程都是非线性的。但是，在一定条件下可以忽略它们的影响而将数学模型简化。例如，将所有元件视为线性元件。此外，还可通过切线法或小偏差法将数学模型线性化，这种方法特别适合于具有连续变化的非线性特性函数在一个很小的范围内，将非线性特性曲线用一段直线来代替。

小偏差线性化方法对于控制系统大多数工作状态是可行的，因为控制系统再不进行控制动作以减小或消除偏差，因此，控制系统中被控量的偏差一般不会很大。在建立控制系统的数学模型时，通常是将系统的稳定工作状态作为起始状态，仅仅研究小偏差的运动情况，也就是只研究相对于平衡状态下，系统输入量和输出量的运动特性，这正是增量线性化方程所描述的系统特性。