



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

QILUN FADIANJIZHU
ZHENDONG YU CHULI

汽轮发电机组 振动与处理

李录平 卢绪祥 编



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

Thermal Energy & Power



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

QILUN FADIANJIZHU
ZHENDONG YU CHULI

汽轮发电机组 振动与处理

李录平 卢绪祥 编
韩守木 黄树红 主审



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书的主要内容包括转子动力学基础、振动测试与振动试验、汽轮发电机组常见振动故障机理分析、不平衡振动故障的处理、动静碰摩故障的处理、转子弯曲故障的处理、不对中故障的处理、轴瓦自激振动故障的处理以及其他原因引起的振动故障的处理。

本书内容与工程实际相结合,注重培养学生解决实际问题的能力。

本书可作为热能与动力工程专业高年级本科生和研究生的教材,也可供汽轮机专业技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

汽轮发电机组振动与处理/李录平等编. —北京:中国电力出版社, 2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-5083-5856-7

I. 汽… II. 李… III. 汽轮发电机组-机械振动-高等学校-教材 IV. TM311.14

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 104800 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2007 年 8 月第一版 2007 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 10.75 印张 257 千字

印数 0001—3000 册 定价 17.20 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前 言

汽轮发电机组的任何一种异常振动都潜伏着设备损坏的危险,如轴系质量失去平衡(原始质量不平衡、旋转部件脱落、转轴弯曲等)、动静碰摩、轴系对中心不良、气流激振、油膜失稳、部件松动,以及发电机电磁力不平衡等都会表现出汽轮发电机组振动增大,甚至强烈的振动。而强烈的振动又会导致机组零部件的松动甚至损坏,加剧动静部件之间的摩擦,形成恶性循环,加剧设备损坏程度。异常振动是汽轮发电机组缺陷、隐患的综合反映,是发生故障的信号。新安装或检修后的机组,必须经过试运行,测试各轴承振动及各轴承处转轴振动在合格标准以内,方可将机组投入运行。汽轮发电机组在运行过程中,必须加强振动监测,振动超标或振动的异常变化均必须查找原因,采取恰当的措施将振动控制在合格范围内,防止设备损坏事故的发生。

汽轮发电机组日趋向高参数、大型化方向发展,轴系的跨数增多,跨度增大,挠性转子系统的振动特性愈来愈复杂。因而必须加强机组运行的振动监测、故障诊断,及时给予振动超标报警和自动保护动作,并对振动异常的机组采取及时、恰当的处理措施,以防止事故发生或扩大,确保机组安全运行。

本书讨论汽轮发电机组的振动的基本理论和机组异常振动的工程处理措施。主要内容包括:转子动力学基础;振动测试与振动试验;汽轮发电机组振动常见振动故障机理分析;不平衡振动故障的处理;动静碰摩故障的处理;转子弯曲故障的处理;不对中故障的处理;轴瓦自激振动故障的处理;以及其他原因引起的振动故障的处理。

本书努力反映大型汽轮发电机组振动当今的最新成果,对研究热点进行了简单介绍,并且做到理论与工程实际相结合,着眼于工程应用。本书重视当前发展中的重大方向性问题,例如,目前超临界和超超临界压力机组已投入运行,是我国大容量火电机组今后的发展方向,伴随而来的流体激振问题(包括气流激振和轴瓦自激振动)不容忽视,本书讨论了流体激振的机理及工程处理措施。

本书由长沙理工大学李录平和卢绪祥共同编写而成,其中第一、二、三、五、六、九章由李录平编写,第四、七、八章由卢绪祥编写,全书由李录平统稿。

在编写本书的过程中,华中科技大学的韩守木教授提供了有价值的建议和编写参考资料。本书成稿后,特请华中科技大学的韩守木、黄树红两教授担任本书的主审,两位教授分别认真审阅了全书各章书稿,提出了许多重要和有价值的意见,在此对两位教授表示特别的感谢。

由于编者的学识水平和工程实际经验所限,书中难免出现疏漏以及某些论述不当之处,书的内容体系也不够完整,恳请读者批评指正。

编 者

2007年6月

目 录

前言

第一章 转子动力学基础	1
第一节 刚性支承单圆盘转子的运动描述	1
第二节 弹性支承单圆盘转子的运动描述	9
第三节 滑动轴承支承的转子系统运动描述	14
第四节 多圆盘转子系统的临界转速计算	17
第五节 转子系统非线性运动描述	20
第二章 振动测试与振动试验	26
第一节 机械振动的基本知识	26
第二节 振动信号检测的一般原理	30
第三节 振动传感器	31
第四节 振动幅值表示与振动相位测量方法	40
第五节 汽轮机组振动试验	42
第三章 汽轮发电机组常见振动故障机理分析	50
第一节 概述	50
第二节 汽轮发电机组转子不平衡故障机理	51
第三节 汽轮发电机组不对中故障机理	56
第四节 汽轮发电机组转子碰摩故障机理	60
第五节 汽轮发电机组轴承油膜失稳故障机理	68
第六节 汽轮发电机组转子裂纹故障机理	71
第七节 汽轮机组蒸汽激振故障机理	75
第八节 汽轮发电机组支承松动故障机理	81
第九节 汽轮发电机组转子永久弯曲故障机理	83
第十节 发电机振动的故障机理	87
第四章 汽轮发电机组转子不平衡故障的处理	91
第一节 概述	91
第二节 刚性转子测振幅平衡法	93
第三节 刚性转子测相平衡法	96
第四节 柔性转子不平衡特性	99
第五节 柔性转子的平衡方法	102
第六节 汽轮发电机组现场动平衡实例	109
第七节 旋转机械自动平衡技术简介	110
第五章 汽轮发电机组碰摩故障的处理	113
第一节 概述	113
第二节 引起汽轮发电机组碰摩振动的运行因素分析	114
第三节 汽轮机组轴封碰摩故障的处理	115

第四节	汽缸偏移引起的碰摩故障处理	116
第五节	轴承标高动态变化引起的碰摩故障处理	118
第六节	发电机密封瓦碰摩故障的处理	121
第六章	汽轮发电机组转子弯曲故障的处理	126
第一节	转子热态临时弯曲故障的处理	126
第二节	转子永久弯曲故障的处理	126
第七章	汽轮发电机组转子不对中故障的处理	134
第一节	联轴器不对中故障的处理	134
第二节	轴承不对中故障的处理	137
第三节	不对中故障处理的应用实例	140
第八章	轴瓦自激振动故障的处理	145
第一节	轴瓦自激振动的成因分析	145
第二节	油膜振荡的判别	147
第三节	轴瓦自激振动的处理方法	148
第四节	油膜振荡故障处理的工程实例	151
第九章	其他原因引起的振动故障的处理方法	154
第一节	蒸汽激振故障的处理	154
第二节	转子裂纹故障的处理	157
第三节	发电机振动的处理	158
参考文献		162

第一章 转子动力学基础

第一节 刚性支承单圆盘转子的运动描述

一、概述

汽轮发电机组轴系是由汽轮机转子、发电机转子、励磁机转子经联轴器连接而成的,整个轴系支承在多个油膜轴承上。每根转子是由弹性轴和装配(或整锻)在轴上的叶轮、叶片等各种惯性元件组成的。图 1-1 是国产 300MW 汽轮发电机组轴系结构示意图。汽轮发电机组轴系是一个复杂的系统,其运动特性和运动规律非常复杂。

为了分析和计算方便,一般都把转子的力学模型简化为一圆盘装在一无质量的弹性转轴上,转轴两端由轴承及轴承座支承。该模型又称为 Jeffcott 转子,对它进行分析计算所得到的概念和结论用于简单的旋转机械是适用的。由于做了上述种种简化,若把得到的分析结果用于较为复杂的旋转机械则不够精确,但基本能说明转子振动的基本特性。

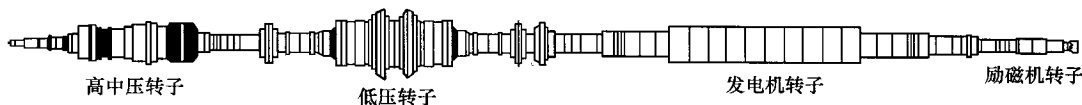


图 1-1 国产 300MW 汽轮发电机组轴系结构示意图

本节讨论刚性支承的单圆盘转子的运动状况,这里所假设的刚性支承条件使得支承轴承的作用被强行忽略了,或者是假设支承向系统所提供的刚度趋近于无穷大。这种假设与工程实际具有较大的差距。但是,在这种假设条件下,可以得到系统的简明的运动方程,该方程在大多数情况下甚至能获得运动方程的解析解,从而使得我们有可能集中考察转子各种主要参数在振动过程中所起的作用和系统振动的某些带有普遍性的特征。

刚性支承的单圆盘转子由一个有质量的轮盘和一根弹性轴组成,这根轴被设想成为无质量的圆轴(只计其刚度),轮盘位于转轴的中部并只计其质量。图 1-2(a)是这种刚性支承的单圆盘转子的模型。另外还假设,轴在轮盘位置承受横向力时,轮盘不产生角偏转,见图 1-2(b)和 1-2(c)。

对这种简单模型分析表明,它存在一个临界转速,在此转速上由于旋转的不平衡量以转子的固有频率同步激励转子,以致转子的很小质量偏心会使转轴产生很大的动挠度。

二、刚性支承单圆盘转子无阻尼运动描述

采用空间静止的笛卡尔坐标系(x, y, z)来描述转子的运动规律。该坐标系的 z 轴表示转子静止时的轴线方向,取圆盘所在的平面 xoy 为固定参考平面,该平面与两支承中心的连线的交点为原点,如图 1-3 所示。坐标系的原点 O 与转子尚无动挠度时的轴截面形心点 W 重合。其中,假设由自重引起的静挠度忽略不计。

轴截面形心 W 的坐标为 x_w 和 y_w 。当转子旋转时,在不平衡离心力作用下转子发生弹性变形,轴截面形心点 W 与坐标系的原点 O 发生分离。

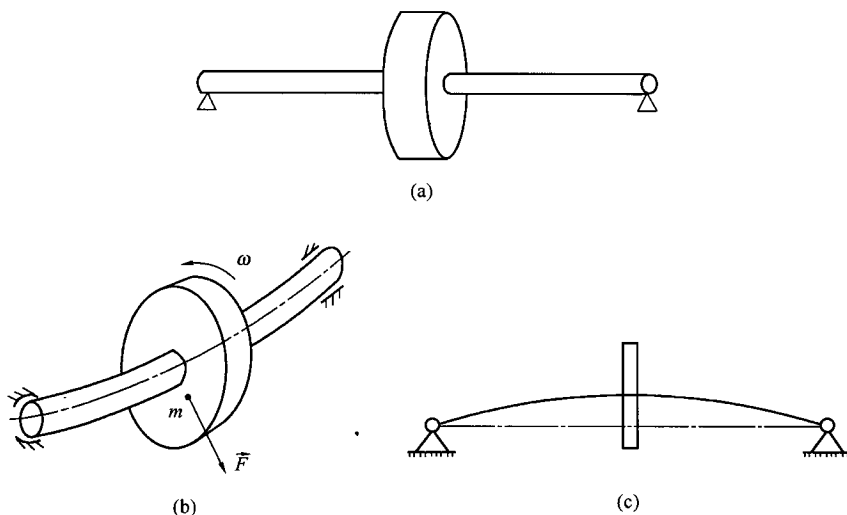


图 1-2 刚性支承上的单圆盘转子

(a) 刚性支承单圆盘转子模型；(b) 离心力作用下轴的变形；

(c) 轴产生变形时轮盘的平移动挠度

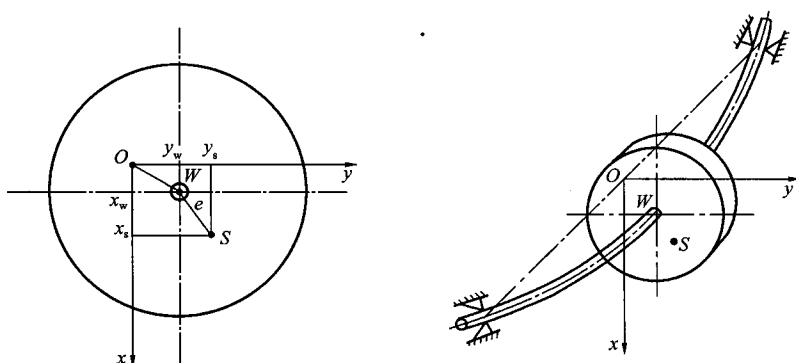


图 1-3 在空间静止坐标系中有动挠度的轴

轮盘质心 S 的坐标为 x_s 和 y_s ，距轴截面形心 W 有一个固定的间距 e ，称为偏心距。这个偏心距是由于轮盘材质的不均匀性，或轮盘键的不对称性引起，在汽轮发电机组中还可能由叶片安装的不对称性引起。偏心距 e 与轮盘质量 m 之乘积称为不平衡量，即

$$U = me \quad (1-1)$$

在平面上运动的轮盘具有三个自由度，其中两个是 x 和 y 方向的位移，它用质心 S 或轴截面形心 W 坐标来表示，还有一个是转动角 φ 。 φ 是 x 轴与轮盘上固定的任意基准方向之间的夹角，一般把这基准方向直接地置于轮盘的偏心方向，见图 1-4。 φ 沿逆时针方向取为正值。

转轴的弹性恢复力作用于轮盘的截面形心上，方向指向坐标原点，其分量为 $-kx_w$ 和 $-ky_w$ 。其中 k 是轴的弹性常数，它可以通过计算或静态试验来确定。

在转子系统中，轮盘质量的离心力与轴弹性恢复力之间必须平衡。用 m 表示轮盘质量，

轮盘质心在 x 和 y 方向的平移运动微分方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x}_S = -kx_W \\ m\ddot{y}_S = -ky_W \end{cases} \quad (1-2)$$

质心与轴截面形心的坐标之间满足关系式 (1-3), 即

$$\begin{cases} x_S = x_W + e\cos\varphi \\ y_S = y_W + e\sin\varphi \end{cases} \quad (1-3)$$

因为只有轴的动挠度 (x_W, y_W) 可以测量, 而偏心距 e 一般是不知道也难以实际测量的, 而且支承载荷是与轴的动挠度有关, 因而可对轴截面形心建立运动微分方程, 并在方程 (1-2) 中消去 x_S 和 y_S 。通过方程 (1-3) 对时间二次求导, 同时利用简化符号

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1-4)$$

代入方程 (1-2) 后, 得两个非齐次微分方程

$$\begin{cases} \ddot{x}_W + \omega_n^2 x_W = e\ddot{\varphi}\cos\varphi + e\dot{\varphi}^2\sin\varphi \\ \ddot{y}_W + \omega_n^2 y_W = e\ddot{\varphi}\sin\varphi - e\dot{\varphi}^2\cos\varphi \end{cases} \quad (1-5)$$

其右端各项中包含了角 φ 和它的导数。

转距的平衡可以从 S 点垂直于轮盘的轴线上使用转动定理得出

$$J\ddot{\varphi} = T + ke(y_W\cos\varphi - x_W\sin\varphi) \quad (1-6)$$

其中 J 为轮盘的转动惯量。 T 为作用在轮盘上的外部转矩, 相当于作用在轮盘上的驱动转矩, 其中要扣除所有的反转矩。方程 (1-6) 中右端的第二项是作用在 W 点上的弹性恢复力对质心轴线所产生的转矩。这与偏心距 e 成正比。用方程 (1-5) 和 (1-6) 完全表示了轮盘的运动。

本节中只分析稳定的旋转, 其中驱动转矩和反转矩相互平衡, 即 $T=0$ 。如在方程 (1-6) 中把转动惯量用回转半径 R 的平方与质量之乘积来表示, 即

$$J = mR^2 \quad (1-7)$$

那么方程可改写为

$$\ddot{\varphi} = \frac{e}{R^2}(y_W\cos\varphi - x_W\sin\varphi)\omega_n^2 \quad (1-8)$$

稳定运转实际上可以理解成稳定旋转状态, 即 $\ddot{\varphi}=0$ 。于是有

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \text{const} = \omega \\ \varphi = \omega t + \beta \end{cases} \quad (1-9)$$

偏心距 e 和转轴动挠度 x_W 以及 y_W 相对于轮盘回转半径 R 是非常小的, 因此方程 (1-8) 中右端实际为零; β 是一个无关紧要的积分常数, 如果时间值选得合适, 可以为零。

为了解转矩方程, 通过方程 (1-9) 来解较为正确。如将 φ 的解代入方程 (1-5), 这样只剩下两个自由度的运动微分方程

$$\begin{cases} \ddot{x}_W + \omega_n^2 x_W = e\omega^2 \cos(\omega t + \beta) \\ \ddot{y}_W + \omega_n^2 y_W = e\omega^2 \sin(\omega t + \beta) \end{cases} \quad (1-10)$$

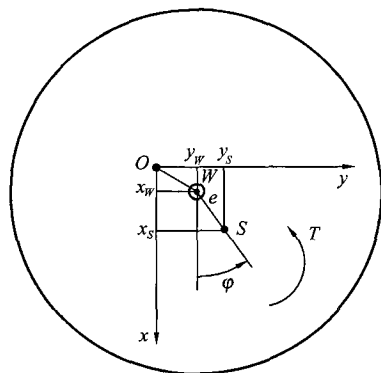


图 1-4 在空间静止 x, y 平面上的轮盘

这是两个相互不耦合的非齐次线性微分方程。 x_w 与 y_w 的通解可由齐次通解 x_{w0} 和 y_{w0} ，以及非齐次微分方程的一个特解 x_{we} 和 y_{we} 组成。下标 e 在此表示，方程 (1-10) 的非齐次解与偏心距 e 有关，后者作为系数包含在右端的干扰项中。

对于完全平衡的轴， $e=0$ 。如果初始条件为给定的脉冲，那么转子性能只由剩下的齐次解来描述。此问题的齐次解显然为

$$\left. \begin{aligned} x_{w0} &= \hat{x}_{w0} \cos(\omega_n t + \gamma_x) \\ y_{w0} &= \hat{y}_{w0} \cos(\omega_n t + \gamma_y) \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

这可以代入微分方程 (1-10) 加以证明。由此可知，轴的固有振动是 x 和 y 两个方向上以固有频率 ω_n 的谐振动。方程 (1-11) 中 $\hat{x}_{w0}$ ， $\hat{y}_{w0}$ ， γ_x 和 γ_y 是积分常数，它由四个初始条件即时间 $t=0$ 时的两个坐标方向的动挠度和速度来确定。

方程 (1-11) 可以作为一个椭圆的参数说明，也就是轴截面形心沿一个椭圆轨迹运动。由于实际的工作系统中经常存在着在计算中可以不考虑的微小阻尼，因此齐次解将慢慢地减小，就像自由弱阻尼振子一样。持续的振动仅仅在非齐次解中存在。

对于非齐次解可按右边的形式写成

$$\left. \begin{aligned} x_{we} &= \hat{x}_{we} \cos(\omega t + \beta) \\ y_{we} &= \hat{y}_{we} \sin(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

除了 $\omega = \omega_n$ 的特殊情况以外，这两个表达式可以满足微分方程 (1-10)。

将式 (1-12) 代入微分方程，可算出轴截面形心的强迫振动的振幅

$$\hat{x}_{we} = \hat{y}_{we} = e \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (1-13)$$

再引入无因次的频率比

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (1-14)$$

得出非齐次解

$$\left. \begin{aligned} x_{we} &= e \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \cos(\omega t + \beta) \\ y_{we} &= e \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \sin(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

这是由转子不平衡量引起的强迫振动。

方程 (1-15) 中的两个方程表明：轴中心点在 x 和 y 的方向上以相同的频率与振幅作简谐振动，但是彼此之间相位角差为 90° 。其振动频率与旋转频率 ω 一致。其振幅与偏心距 e 成正比，并与旋转角速度 ω 有关。对于 $\lambda \rightarrow 1$ ，也就是当 ω 与 ω_n 一致时，强迫振动的幅度趋向无穷大。这种状态对于转子来说是十分危险的，因此当 $\omega = \omega_n$ 时，称为转子的弯曲临界转速。

方程 (1-15) 可以作为一个圆的参数来说明，其半径为

$$r_{we} = \sqrt{x_{we}^2 + y_{we}^2} = e \left| \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \right| \quad (1-16)$$

轴截面形心也以半径 r_{we} 作圆运动，角速度为 ω 。轴截面形心的转向与轴的旋转方向一致。

为获得轮盘质心的强迫运动规律，可以将方程 (1-3) 和方程 (1-9) 代入方程 (1-15)

中求得

$$\left. \begin{aligned} x_s &= e \frac{1}{1-\lambda^2} \cos(\omega t + \beta) \\ y_s &= e \frac{1}{1-\lambda^2} \sin(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

轮盘质心如同轴中心点一样作圆运动, 角速度为 ω 。这个圆的半径为

$$r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = e \left| \frac{1}{1-\lambda^2} \right| \quad (1-18)$$

显而易见, 存在关系式

$$\frac{y_{we}}{x_{we}} = \frac{y_s}{x_s} = \tan(\omega t + \beta) \quad (1-19)$$

这意味着, O 、 W 和 S 三点位于一根直线上。轴出现静力弓弯曲, 而且以这种弓弯曲状态旋转。因此, 转轴仅仅是静态受力, 而没有弯曲的交变应力。

图 1-5 表示轴截面形心和轮盘质心的动挠度与转轴转速的关系, 或者说与频率比 $\lambda = \omega/\omega_n$ 的关系。这些曲线以及方程 (1-16) 和方程 (1-18) 是与无阻尼单质量谐振子的放大函数一致的。两根曲线之间的垂直距离对所有 λ 值都是相同的, 即等于 e 。

从图 1-5 可看出, 对于 $\omega < \omega_n$, 也就是下临界区, 质心的动挠度大于轴截面形心的动挠度, 很容易理解, 质心是由于离心力向外拉出去了; 在上临界区 ($\omega > \omega_n$) 时的情况恰恰相反, 质心的动挠度小于形心的动挠度, 而且这种很不直观的平衡状态还是稳定的。图 1-6 中表示了每种情况的形象关系, 其中也附带说明了很高转速 ($\omega \gg \omega_n$) 的情况。

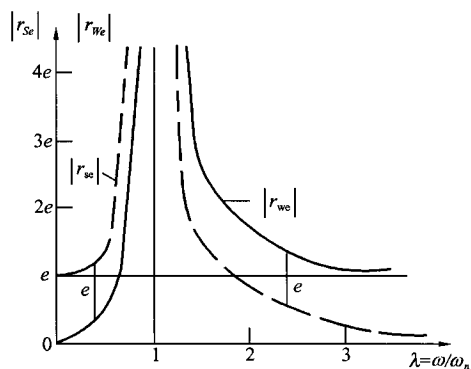


图 1-5 质心与轴截面形心的强迫动挠度与频率比的关系

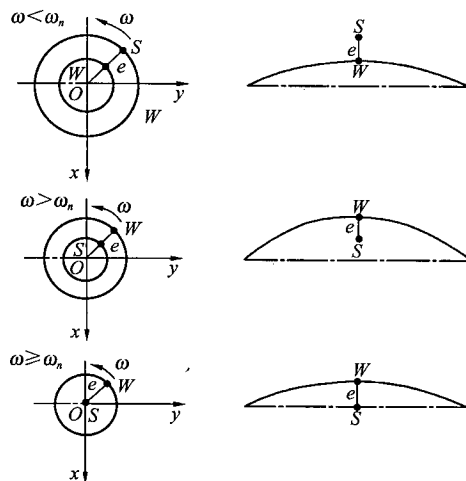


图 1-6 下临界区、上临界区和很高转速区时 W 与 S 的相对位置

从图 1-6 可以看出, 当转子旋转时, 坐标系的原点 O 、轴截面形心 W 和轮盘质心 S 三点始终在同一直线上。该直线绕过 O 点而垂直于 oxy 平面的轴以角速度 ω 旋转。当 $\omega < \omega_n$ 时, 轮盘质心 S 位于轴截面形心 W 的外侧; 当 $\omega > \omega_n$ 时, 轮盘质心 S 位于轴截面形心 W 的内侧。 W 点和 S 点作同步进动, 两者的轨迹是半径不相等的同心圆。

当超过临界转速时, 转子转速越高, 转子的质心就越接近支承轴心的连线。轴的挠度在

很高的转速 ($\omega \gg \omega_n$) 时将等于偏心距 e 。这种现象称为轴的自对中。这种情况下转子运转又从临界转速恢复到非常平稳的状态。当然支承力并不消失, 它等于 ke 。

将 $\omega = \omega_n$ 称为轴的弯曲临界转速。转子在运行中, 不仅是在临界转速上, 而且在它的附近整个范围内都是很危险的, 因为动挠度超过了允许值。

在前面的分析中已经指出, 轴由不平衡量激励而作圆周运动。轴截面形心和质心总是以角速度 ω 按一定的轨迹旋转, 其中 W 点与 S 点始终在一条直线上。从这个概念出发显然可以直接写出平衡条件。从一个站在轮盘上的观察者来看(见图 1-7), 轴弯曲为 ρ_{we} 的平衡条件为

$$m(\rho_{we} + e)\omega^2 - k\rho_{we} = 0 \quad (1-20)$$

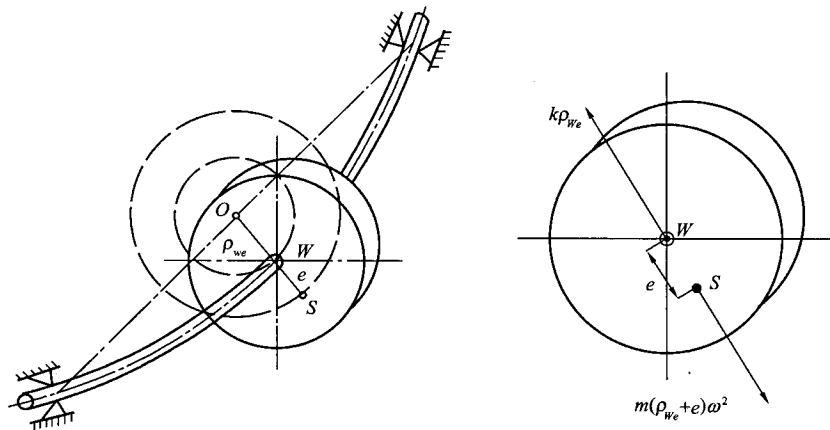


图 1-7 不平衡量激励的轴振动中的力平衡

代入 $\omega_n^2 = k/m$ 后弯曲值为

$$\rho_{we} = e \left| \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \right| = e \left| \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \right| \quad (1-21)$$

由于 $\rho_{we} = r_{we}$, 因此这个方程与方程 (1-16) 是一致的。从而可以得到一切其他结论, 特别是 $\omega = \omega_n$ 时转子的振幅无限地增长, 与前面的推理是相符合的。

三、复数空间静止坐标系中表示方法

转子上的一个质点的运动还可以用复数来表示。有时, 用复数表示质点的运动比通常使用两个实数坐标表示方法要优越得多。如, 用复数可把轮盘形心 W 和质心 S 点的运动分量合成为

$$\left. \begin{aligned} r_w &= x_w + jy_w \\ r_s &= x_s + jy_s \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

通常 x 方向分量用实数, 而 y 方向用虚数来表示, 虚数单位 $j = \sqrt{-1}$ 在这里作为 y 方向的单位向量, 见图 1-8。

将方程组 (1-3) 中第二个方程乘以虚数单位 j 后两个方程再相加, 从而得到带有 $\varphi = \Omega t + \beta$ 的方程

$$r_s = r_w + e[\cos(\omega t + \beta) + j\sin(\omega t + \beta)] \quad (1-23)$$

代入欧拉公式

$$\cos\alpha + jsin\alpha = e^{j\alpha}$$

这样方程式 (1-23) 就可写成

$$r_s = r_w + e \cdot e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-24)$$

表达式 $e^{j(\omega t + \beta)}$ 在这里被看作一个以 ω 旋转的单位向量, 它与 x 轴形成一个夹角 $(\omega t + \beta)$ 。

对于轮盘的运动微分方程可以从平衡条件得到

$$m \ddot{r}_s + k r_w = 0 \quad (1-25)$$

以上直接得到的运动方程也可以用公式推导出来: 首先在方程组 (1-2) 中第二式乘以 j , 而后二式再按方程 (1-23) 相加, 应用方程 (1-25), 代入 $\omega_n^2 = k/m$ 后可得

$$\ddot{r}_w + \omega_n^2 r_w = e \cdot \omega^2 e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-26)$$

上式的通解仍然由齐次式通解 r_{w0} 和特解 r_{we} 组成。

为了得到齐次微分方程之解, 利用指数式

$$r_{w0} = \hat{r}_{w0} e^{\eta t} \quad (1-27)$$

将其代入齐次微分方程, 就可得特征方程

$$\eta^2 + \omega^2 = 0$$

其根为二特征值

$$\eta_{1,2} = \pm j\omega$$

因此齐次方程的通解为

$$r_{w0} = \hat{r}_{w01} e^{j\omega t} + \hat{r}_{w02} e^{-j\omega t} \quad (1-28)$$

$\hat{r}_{w01}$ 和 $\hat{r}_{w02}$ 为复数积分常数, 由初始条件来确定。这个齐次解是由两个以角速度 ω 沿相反方向旋转的圆运动所组成的。把这两个运动分量相叠加 (这与前面的实数分析是一致的) 就成为一个椭圆, 见图 1-9。椭圆的长轴位于 $\hat{r}_{w01}$ 和 $\hat{r}_{w02}$ 之平分角上。长半轴的长度为两个半径 $|\hat{r}_{w01}|$ 和 $|\hat{r}_{w02}|$ 之和, 而短半轴长度为两个半径之差。如果两半径相等, 则椭圆就变成一根直线。其运动方向是决定于哪个半径大, 也就是决定于初始条件的情况。

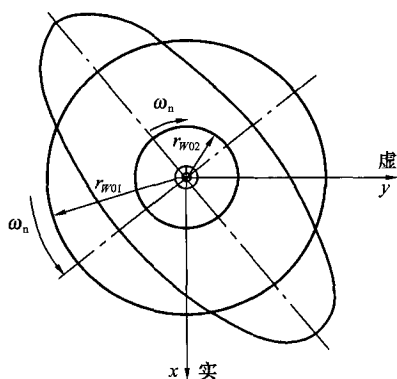


图 1-9 两个相反旋转圆运动
相叠加而成的椭圆

微分方程 (1-26) 的非齐次解可按右端干扰项的形式写为

$$r_{we} = \hat{r}_{we} e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-29)$$

将其代入方程, 并考虑到 $\lambda = \omega/\omega_n$, 直接可得到非齐次解为

$$r_{we} = e \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-30)$$

是不难作为圆运动来理解的。从方程 (1-30) 及方程 (1-25) 可得质心运动为

$$r_s = e \frac{1}{1 - \lambda^2} e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-31)$$

这里又得到了前面已证实的结果, 轴截面形心 W 和轮盘质心 S 作同心圆运动, 其中原点 O 、轴截面形心 W 和轮盘质心 S 始终在一根直线上。

四、刚性支承单圆盘转子有阻尼运动描述

工程实际中, 一切振动系统都存在阻力, 这些阻力不断消耗着振动的能量, 使振幅不断

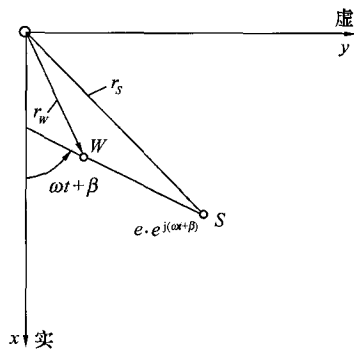


图 1-8 空间静止坐标系中的复数表示

地减小,直到最后振动停止。振动过程中的阻力习惯上称为阻尼。汽轮发电机组在运转过程中,受到转子结构的内部阻尼和气流产生的外阻尼的共同作用。一般来说,外阻尼大于内阻尼。当振动速度不大时,气流介质黏性引起的阻力与速度一次方成正比,即 $F = -c\dot{x}$, 负号表示黏性阻力的方向与速度的方向相反,这种阻尼称为黏性阻尼。下面讨论单圆盘转子在黏性阻尼作用下的运动描述。

转子系统的参数及其描述运动形态的坐标系,见图 1-3,设转子运动的黏性阻尼系数为 c 。根据达朗伯原理,得到转子由不平衡引起的转子轴心运动方程为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= me\omega^2 \cos(\omega t) \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky &= me\omega^2 \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (1-32)$$

令 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$, $r_w = x + iy$, 则运动方程可写成如下的复数形式:

$$\ddot{r}_w + 2\zeta\omega_n\dot{r}_w + \omega_n^2 r_w = e \cdot \omega^2 e^{j(\omega t + \beta)} \quad (1-33)$$

令

$$r_w = r_{w0} \cdot e^{j(\omega t - \phi)} \quad (1-34)$$

将式 (1-34) 代入式 (1-33), 可得

$$\frac{r_{w0}}{e} = \frac{\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2 + j(2\zeta\lambda)^2} e^{j\phi} \quad (1-35)$$

$$\left| \frac{r_{w0}}{e} \right| = \frac{\lambda^2}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (1-36)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos\phi &= \frac{1-\lambda^2}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \\ \sin\phi &= \frac{2\zeta\lambda}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1-37)$$

这里, ϕ 为机械滞后角, 又称为相位角。 $\left| \frac{r_{w0}}{e} \right|$ 随 λ 和 ζ 的变化关系见图 1-10(a), ϕ 随 λ 和 ζ 的变化关系见图 1-10(b)。

由式 (1-34) 和式 (1-36) 可知, 有阻尼存在时, 转子形心 W 以 ω 速度旋转, 这说明

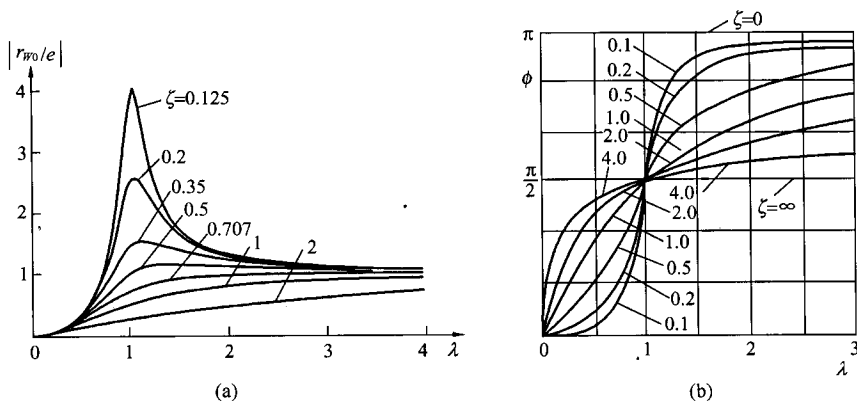


图 1-10 $|r_{w0}/e|$ 、 ϕ 随 λ 和 ζ 的变化关系曲线

(a) $|r_{w0}/e|$ 随 λ 和 ζ 的变化关系; (b) ϕ 随 λ 和 ζ 的变化关系

转子的振动规律是简谐振动,其振动频率等于转子的旋转频率。转子振动的振幅(由 r_{w0} 反映出来)不仅与不平衡量大小(由偏心距 e 反映出来)有关,还与转子旋转的角速度 ω (或转速比 λ)、阻尼系数 c (或阻尼比 ζ) 有关。

对式 (1-36) 两边求导,得

$$\frac{d(|r_w/e|)}{d\lambda} = \frac{2\lambda[1-(1-2\zeta^2)\lambda^2]}{[(1-\lambda^2)^2+4\zeta^2\lambda^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1-38)$$

由式 (1-36)、式 (1-38) 和图 1-10 可知:

(1) 当 $\zeta > 0.707$ 时, 对任何 λ , $\frac{d(|r_{w0}/e|)}{d\lambda}$ 恒大于零, $|r_{w0}/e|$ 单调上升趋于 1, 即 $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} (|r_{w0}/e|) = 1$, $|r_{w0}/e|$ 不再有极值。这种情况下, 转子的振动不会很大, 其振幅值不会超过偏心距的大小。但是, 工程中一般 ζ 值都很小, 一般不会出现 $\zeta > 0.707$ 的情况。

(2) 当 $\zeta < 0.707$ 时, 在 $\lambda = 1/\sqrt{1-2\zeta^2}$ 处, $\frac{d(|r_w/e|)}{d\lambda} = 0$, 曲线在该处达到极大值。该极大值为

$$\frac{r_{w\max}}{e} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (1-39)$$

在 $r_{w\max}/e$ 处的转速称为共振转速。共振转速的值为 $\omega_0 = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-2\zeta^2}} > \omega_n$ 。这里, ω_n 为转子的固有频率。当 ζ 很小时, $\omega_0 \approx \omega_n$ 。

(3) 当 $\zeta = 0$ 时, $\omega_0 = \omega_n$, $\frac{r_{w\max}}{e} \rightarrow \infty$ 。也就是说, 当转子系统的阻尼很小时, 在共振状态下, 转子的挠曲变形量很大, 其理论值趋于无穷大。事实上, 转子的挠曲变形不可能达到无穷大, 其挠曲值超过一定值后, 转子就断裂了。

(4) 转子的转速从零开始升速, 相位角逐步增加。当阻尼很小时, 相位角在临界转速前后发生很大的变化, 变化值接近 180° 。当转速趋近无穷大时 (或 $\lambda \gg 1$ 时), 相位角接近 180° , 而此时 $|r_{w0}/e|$ 趋于 1。这说明转子的质心与转轴的旋转中心重合, 转子的振动很小。这就是转子的自对中心现象。

第二节 弹性支承单圆盘转子的运动描述

第一节讨论的转子是支承为刚性的情况, 在这种情况下, 转子的支点是固定的。只有在支承 (包括轴承和基础) 完全不变形的条件下, 支点才在转子运动时保持不动。实际上, 支承不可能是绝对刚性即不变形的。当考虑支承弹性变形时, 这支承相当于弹簧, 与弹性转轴相串联。例如, 对于滑动轴承支承的转子, 其支承的刚度并没有远远大于转子的刚度, 所以, 不能视为刚性支承, 应该视为弹性支承。对于实际的轴承而言, 其水平方向刚度和垂直方向的刚度是不相同的, 大多数是水平刚度小于垂直刚度。

由于不等刚度支承, 转子的临界转速总是分成两个紧挨着的临界转速, 它们都低于刚性支承的转子临界转速。在刚性或等刚度弹性支承上, 轴中心点由于不平衡影响是以轴的顺转向进行圆运动的, 然而在不等刚度支承上, 轴中心点将以轴的顺转向或逆转向而做椭圆

运动。

一、运动微分方程和它的解

弹性支承的单圆盘转子系统见图 1-11。支承弹性是与轴弹性 k 串联的，因此在轮盘位置上刚度是对称的。依据弹簧串联理论可得

$$k_x = \frac{2k_v k}{2k_v + k} \text{ 和 } k_y = \frac{2k_h k}{2k_h + k} \quad (1-40)$$

由式 (1-40) 可以看出, $k_x < k$, $k_y < k$ 。

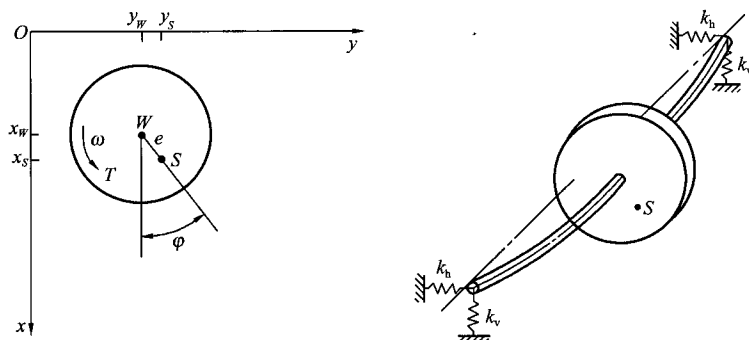


图 1-11 有动挠度的弹性支承上的轴

描述转子运动的坐标系见图 1-11 的左图, z 轴表示轴线方向, 其他两根轴线位于轮盘的中心平面上, 坐标系的原点 O 位于转子尚无动挠度时的轴截面形心点 W 上, 这就是说, 位于支承中心的连接线上, 其中假设由自重引起的静挠度忽略不计。

对于有动挠度的轮盘的平衡条件, 可得到方程 (1-41), 即

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_S &= -k_x x_W \\ m\ddot{y}_S &= -k_y y_W \\ J\ddot{\varphi} &= e(y_W k_y \cos\varphi - x_W k_x \sin\varphi) + T \end{aligned} \right\} \quad (1-41)$$

从稳定旋转状态出发, 同样可假设, 驱动转矩 T 带动轴以不变的角速度旋转, 即

$$\ddot{\varphi} = 0, \quad \dot{\varphi} = \omega, \quad \varphi = \omega t + \beta \quad (1-42)$$

如果起始时间数值选取合适, 总可使积分常数 β 为零。

对于轴中心坐标 x_w 、 y_w 和质心坐标 x_s 、 y_s 之间的关系仍用

$$\left. \begin{aligned} x_S &= x_W + e \cos\varphi \\ y_S &= y_W + e \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-43)$$

对 (1-43) 二次求导后, 将其结果和方程 (1-42) 代入方程组 (1-41) 的前二式, 可得两个微分方程

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_W + k_x x_W &= m e \omega^2 \cos\omega t \\ m\ddot{y}_W + k_y y_W &= m e \omega^2 \sin\omega t \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$

这说明了不等刚度支承上轴的性能。

这两个没有耦合的微分方程的全解为

$$\begin{cases} x_w = \hat{x}_{w0} \cos(\omega_{nx} t + \gamma_x) + e \frac{\omega^2}{\omega_{nx}^2 - \omega^2} \cos \omega t \\ y_w = \hat{y}_{w0} \cos(\omega_{ny} t + \gamma_y) + e \frac{\omega^2}{\omega_{ny}^2 - \omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (1-45)$$

其固有频率为 $\omega_{nx} = \sqrt{k_x/m}$ 和 $\omega_{ny} = \sqrt{k_y/m}$ ，这是由于水平与垂直方向的不同支承刚度而有所差别。

由于 $k_x < k$ 、 $k_y < k$ ，所以， $\omega_{nx} < \omega_n$ 、 $\omega_{ny} < \omega_n$ 。由此可知，减小支承的刚度，可以使转子系统的临界转速降低。这个原理既可用于转子系统的设计，又可用于转子系统运行故障分析与诊断。在设计转子系统时，可能遇到转子的工作转速与临界转速接近，但转子结构又不能做较大改动的情形，可以采取减小支承刚度的办法使临界转速显著小于工作转速，以减小转子对不平衡质量的响应。对于已经投入运行的机组，如果出现支承刚度降低的故障，将引起临界转速的降低，或不平衡响应的明显增大，以此原理可以诊断支承方面的故障。

当 $\omega = \omega_{nx}$ 和 $\omega = \omega_{ny}$ 时，轴动挠度 x_w 、 y_w 将为无穷大，这时出现了两个临界转速。在等刚度弹性支承 $k_h = k_v$ 的特殊情况中，这二者又结合在一起了。此时，系统中旋转对称，又像刚性支承时那样了。

下面将只对不平衡量引起的转子振动进行讨论。假设在某种初始条件下所出现的自由振动，尽管在方程中没有考虑阻尼项，但是由于非常小的阻尼的存在也会随时间而逐渐衰减。

这样，剩下的只有稳定的强迫运动

$$\begin{cases} x_{we} = e \frac{\omega^2}{\omega_{nx}^2 - \omega^2} \cos \omega t = \hat{x}_{we} \cos \omega t \\ y_{we} = e \frac{\omega^2}{\omega_{ny}^2 - \omega^2} \sin \omega t = \hat{y}_{we} \sin \omega t \end{cases} \quad (1-46)$$

振幅 $\hat{x}_{we}$ 和 $\hat{y}_{we}$ 是随角速度 e 而变化，见图 1-12 (按大小)。

轴中心运动的轨迹是一椭圆，其主轴是与坐标轴方向一致的。如将方程组 (1-46) 的两个方程平方后相加，即得到椭圆方程

$$\left(\frac{x_{we}}{\hat{x}_{we}} \right)^2 + \left(\frac{y_{we}}{\hat{y}_{we}} \right)^2 = 1 \quad (1-47)$$

和其半轴

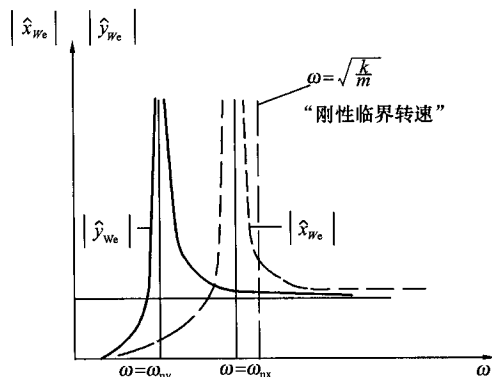


图 1-12 轴振幅 $|\hat{x}_{we}|$ 、 $|\hat{y}_{we}|$ 与转速 ω 的关系

$$\hat{x}_{we} = e \frac{\omega^2}{\omega_{nx}^2 - \omega^2} = e \frac{(\omega/\omega_{nx})^2}{1 - (\omega/\omega_{nx})^2} = e \frac{\lambda_x^2}{1 - \lambda_x^2} \quad (1-48a)$$

$$\hat{y}_{we} = e \frac{\omega^2}{\omega_{ny}^2 - \omega^2} = e \frac{(\omega/\omega_{ny})^2}{1 - (\omega/\omega_{ny})^2} = e \frac{\lambda_y^2}{1 - \lambda_y^2} \quad (1-48b)$$

二、同向旋转与反向旋转

假如 x 轴为实数轴， y 轴为虚数轴，轴振幅 x_{we} 和 y_{we} 用复数 r_{we} 来表示：

$$r_{we} = x_{we} + jy_{we} = \hat{x}_{we} \cos \omega t + j\hat{y}_{we} \sin \omega t \quad (1-49)$$

则可对运动的时间过程得到较深刻的印象。这个表达式可利用欧拉公式