21 世纪高等学校规划教材

# 大学物理简明教程

DA XUE WU LI JIAN MING JIAO CHENG

主编　赵近芳
主审　张承琚

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

21世纪高等学校规划教材

# 大学物理简明教程

主　编　赵近芳
主　审　张承琚



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

# 内容简介

本书依据2004年12月教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会制定的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》的精神，考虑到国内高校目前许多专业对少学时教材的需要，在总结多年教材改革实践的基础上，吸取国内外优秀教材的精华编写而成.

全书包含力学、热学、电磁学、波动与光学及近代物理基础，共5篇. 参考授课学时为64～70学时(不含习题课).

此书可作为高等工科院校各专业的物理教材，也可作为综合大学和师范院校非物理专业的教材或参考书，并配有光盘.

**图书在版编目(CIP)数据**

大学物理简明教程/赵近芳主编. —北京：北京邮电大学出版社，2008

ISBN 978-7-5635-1655-1

Ⅰ.大… Ⅱ.赵… Ⅲ.物理学—高等学校—教材 Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第060088号

| | |
|---|---|
| 书　　名 | 大学物理简明教程 |
| 主　　编 | 赵近芳 |
| 责任编辑 | 沙一飞　唐咸荣 |
| 出版发行 | 北京邮电大学出版社 |
| 社　　址 | 北京市海淀区西土城路10号(100876) |
| 电话传真 | 010-62282185(发行部)　010-62283578(传真) |
| 电子信箱 | ctrd@buptpress.com |
| 经　　销 | 各地新华书店 |
| 印　　刷 | 北京忠信诚胶印厂 |
| 开　　本 | 787mm×960mm　1/16 |
| 印　　张 | 23.75 |
| 字　　数 | 507千字 |
| 版　　次 | 2008年7月第1版　2008年7月第1次印刷 |

ISBN 978-7-5635-1655-1　　定　价：35.00元

如有质量问题请与发行部联系

# 前　言

物理学是一切自然科学的基础，处于诸多自然科学学科的核心地位.物理学研究的粒子和原子构成了蛋白质、基因、器官、生物体，构成了一切天然的和人造的物质以及广袤的陆地、海洋、大气，甚至整个宇宙.因此，物理学是化学、生物、材料科学、地球物理和天体物理等学科的基础.今天，物理学和这些学科之间的边缘领域中又形成了一系列分支学科和交叉学科，如粒子物理、核物理、凝聚态物理、原子分子物理、电子物理、生物物理等等.这些学科都取得了引人瞩目的成就.

物理学的发展，广泛而直接地推动着技术的革命和社会的文明.18世纪60年代开始的第一次技术革命以蒸汽机应用为标志，它是牛顿力学和热力学发展的结果.19世纪70年代开始的第二次技术革命以电力的广泛应用和无线电通讯为标志，它是电磁学发展的结果.20世纪40年代兴起的并一直延续至今的第三次技术革命是相对论和量子论发展的结果.事实证明，几乎所有重大的新技术领域学科（如电子学、原子能、激光和信息技术等）的创立，事前都在物理学中经过长期的酝酿、在理论和实验两方面积累了大量知识后，才突然迸发出来的.物理学是科技生产力发展的不竭源泉.

在新世纪开始的今天，全世界范围内正面临着以信息、能源、材料、生物工程和空间技术等为核心的一场新技术革命.在这些高科技领域中必将层出不穷地涌现人们今天尚不知道的一系列新技术和新产品.物理学以其最广泛和最基本的内容正成为各个新兴学科的先导.

大学物理课程是理工科大学生一门重要的基础课，这是为提高学生现代科学素质服务的.我们在编写时，既保持了物理基础学科知识的系统性与完整性，同时也注意培养学生的科学思想与物理学的研究方法，以期受到启迪，激发其创新意识和求知欲望.考虑到学时较少的特点，教材叙述尽量简明扼要，难度适中.其中打*号的内容，视专业需要和字时多少可由任课老师自行取舍.

本书由赵近芳主编，张承琚主审。全书由黎培德编写力学、振动与波，杨友田编写热学，黄克立编写电磁学，赵近芳编写波动光学，崔洪农编写近代物理基础，最后由赵近芳负责全书的修改和定稿工作。张承琚教授对本书进行了审稿，提出了许多宝贵意见。在编写过程中，许多学校的老师提出了一些建议和要求，尤其是得到了北京航空航天大学、北京邮电大学、厦门大学、华南理工大学、武汉理工大学、华北工学院、江汉大学、中南大学、湖南大学、湘潭大学、南华大学、长沙理工大学、中南林业大学等学校老师的帮助和指导.北京邮电大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动.在此一并致谢.

由于编者水平有限，不妥和疏漏之处，恳请读者批评指正，以便再版时改进.

编　者

2007年12月

# 目　录

## 第一篇　力学基础



## 第二篇　气体动理论和热力学

## 第三篇 电磁学

## 第四篇　波动与光学

## 第五篇　近代物理基础

# 第一篇　力学基础

力学是物理学中最古老和发展最完美的学科.它起源于公元前4世纪古希腊学者亚里士多德关于力产生运动的说法,以及我国《墨经》中关于杠杆原理的论述等;但其成为一门科学理论则始于17世纪伽利略论述惯性运动及牛顿提出的力学三个运动定律.以牛顿运动定律为基础的力学理论称为牛顿力学或经典力学.它所研究的对象是物体的机械运动.经典力学有严谨的理论体系和完备的研究方法,如观察现象、分析和综合实验结果、建立物理模型、运用数学表述、作出推论和预言,以及用实践检验和校正结果等.因此,它曾被人们誉为完美普遍的理论而兴盛了约300年.直至20世纪初才发现它在高速和微观领域的局限性,从而在这两个领域分别被相对论和量子力学所取代.但在一般的技术领域,如机械制造、土木建筑、水利设施、航空航天等工程技术中,经典力学仍然是必不可少的重要的基础理论.

本篇主要讲述质点力学和部分刚体力学.着重阐明动量、角动量和能量诸概念及相应的守恒定律.

# 第1章　运动的描述

力学所研究的是物体机械运动的规律.宏观物体之间(或物体内各部分之间)相对位置的变动称为机械运动.在经典力学中,通常将力学分为运动学、动力学和静力学.本章只研究运动学规律.运动学是从几何的观点来描述物体的运动,即研究物体的空间位置随时间的变化关系,不涉及引发物体运动和改变运动状态的原因.

## §1.1　参考系　坐标系　物理模型

为了描述物体的运动必须作三点准备,即选择参考系、建立坐标系、提出物理模型.

### 一、运动的绝对性和相对性

众所周知,运动是物质的存在形式,运动是物质的固有属性.从这种意义上讲,运动是绝对的.但我们所讨论的运动,还不是这种哲学意义上的广义运动.即使以机械运动形式而言,任何物体在任何时刻都在不停地运动着.例如,地球就在自转的同时绕太阳公转,太阳又相对于银河系中心以大约 250 $km \cdot s^{-1}$的速率运动,而我们所处的银河系又相对于其他银河系大约以 600 $km \cdot s^{-1}$的速率运动着.总之,绝对不运动的物体是不存在的.

然而运动又是相对的.因为我们所研究的物体的运动,都是在一定的环境和特定的条件下运动.例如,当我们说一列火车开动了,这显然是指火车相对于地球(即车站)而言的,因此离开特定的环境、特定的条件谈论运动没有任何意义.正如恩格斯所说:"单个物体的运动是不存在的——只有在相对的意义下才可以谈运动."

### 二、参考系

运动是绝对的,但运动的描述却是相对的;因此,在确定研究对象的位置时,必须先选定一个标准物体(或相对静止的几个物体)作为基准,那么这个被选作标准的物体或物体群,就称为参考系.

同一物体的运动，由于我们所选参考系不同，对其运动的描述就会不同. 例如在匀速直线运动的车厢中，物体的自由下落，相对于车厢是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，运动的描述则更为复杂. 这一事实，充分说明了运动的描述是相对的.

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的，通常以对问题的研究最方便最简单为原则. 研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为方便(以后如不作特别说明，研究地面上物体的运动，都是以地球为参考系). 但是，当我们在地球上发射人造“宇宙小天体”时，则应以太阳为参考系.

## 三、坐标系

要想定量地描述物体的运动，就必须在参考系上建立适当的坐标系. 在力学中常用的有直角坐标系. 根据需要，我们也可选用极坐标系、自然坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等. 限于学时，我们基本上只讨论直角坐标系.

总的说来，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变. 然而，坐标系选择得当，可使计算简化.

## 四、物理模型

任何一个真实的物理过程都是极其复杂的. 为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，我们总是根据所提问题(或所要回答的问题)，对真实过程进行理想化的简化，然后经过抽象提出一个可供数学描述的物理模型.

现在我们所提的问题是确定物体在空间的位置. 若物体的尺度比它运动的空间范围小很多，例如绕太阳公转的地球和调度室中铁路运行图上的列车等；或当物体作平动时，物体上各部分的运动情况(轨迹、速度、加速度)完全相同，这时我们可以忽略物体的形状、大小而把它看成一个具有一定质量的几何点，并称之为质点.

若物体的运动在上述两种情形之外，我们还可推出**质点系**的概念. 即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统. 当我们把组成这个物体的各个质点的运动情况弄清楚了，也就描述了整个物体的运动.

质点是我们在力学中所遇到的最初物理模型.

综上所述：**选择合适的参考系. 以方便确定物体的运动性质；建立恰当的坐标系. 以定量地描述物体的运动；提出较准确的物理模型，以确定所提问题最基本运动规律.**

# §1.2 位矢、位移、速度及加速度

## 一、位置矢量

为了表示运动质点的位置，首先应该选参考系，然后在参考系上选定坐标系的原点和坐标轴. 图 1-1 中点 $P$ 在直角坐标系中的位置可由 $P$ 所在点的三个坐标 $x, y, z$ 来确定，或者用从原点 $O$ 到 $P$ 点的有向线段 $\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}$ 来表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫作**位置矢量**（简称**位矢**，又称**矢径**）. 相应地，坐标 $x, y, z$ 也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在坐标轴上的三个分量.

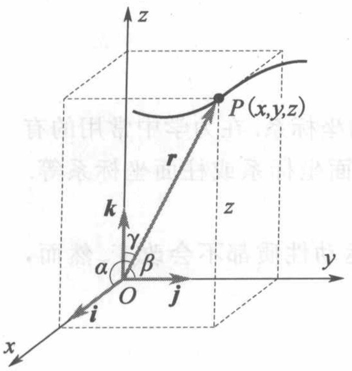


图 1-1　直角坐标系下的位矢

在直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 可以表示成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}, \tag{1-1}$$

式中 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 分别表示沿 $x, y, z$ 轴正方向的单位矢量. 位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \tag{1-2}$$

位矢的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos\gamma = \frac{z}{r}.$$

质点的机械运动是质点的空间位置随时间变化的过程. 这时质点的坐标 $x, y, z$ 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 $t$ 的函数. 表示运动过程的函数式称为**运动方程**，可以写成

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \tag{1-3a}$$

或

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t). \tag{1-3b}$$

知道了运动方程，就能确定任一时刻质点的位置，从而确定质点的运动. 力学的主要任务之一，正是根据各种问题的具体条件，求解质点的运动方程.

质点在空间的运动路径称为**轨道**. 质点的运动轨道为直线时，称为直线运动. 质点的运动轨道为曲线时，称为曲线运动. 从(1-3a)式中消去 $t$ 即可得到**轨道方程**. (1-3a)式就是轨道的参数方程.

轨道方程和运动方程最明显的区别，就在于轨道方程不是时间 $t$ 的显函数. 例如，已知某质点的运动方程为

$$x = 3\sin\frac{\pi}{6}t, y = 3\cos\frac{\pi}{6}t, z = 0,$$

式中 $t$ 以 s 计，$x, y, z$ 以 m 计. 从 $x, y$ 两式中消去 $t$ 后，得轨道方程

$$x^2 + y^2 = 9, z = 0.$$

这表明质点是在 $z=0$ 的平面内，作以原点为圆心，半径为 3 m 的圆周运动.

## 二、位移

如图 1－2 所示，设质点沿曲线轨道 $\overset{\frown}{AB}$ 运动，在 $t$ 时刻，质点在 $A$ 处，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 $B$ 处. $A$, $B$ 两点的位矢分别由 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 表示，质点在 $\Delta t$ 时间间隔内位矢的增量

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1, \tag{1-4}$$

我们称之为位移，它是描述物体位置变动大小和方向的物理量，在图中就是由起始位置 $A$ 指向终止位置 $B$ 的一个矢量. 位移是矢量，它的运算遵守矢量加法的平行四边形法则（或三角形法则）.

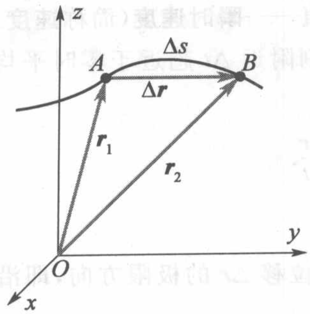


图 1－2　位移

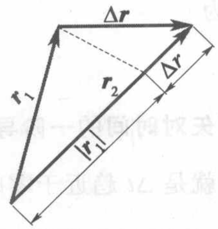


图 1－3　位移的大小

如图 1－3 所示，位移的模只能记作 $|\Delta \boldsymbol{r}|$，不能记作 $\Delta r$. $\Delta r$ 通常表示两个位矢的模的增量，即 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1|$，而 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 则是位矢增量的模（即位移的模），而且在通常情况下 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$.

必须注意，位移表示物体位置的改变，并非质点所经历的路程. 例如在图 1－2 中，位移是有向线段 $\overrightarrow{AB}$，它的量值 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 为割线 $AB$ 的长度. 路程是标量，即曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度，通常记作 $\Delta s$. 一般说来，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$. 显然，只有在 $\Delta t$ 趋近于零时，才有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$. 应当指出，即使在 $\Delta t \to 0$ 时，也没有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}r$ 这个等式成立.

在直角坐标系中，位移的表达式为

$$\Delta \boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}, \tag{1-5}$$

位移的模为

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \tag{1-6}$$

位移和路程的单位均是长度的单位，国际单位制（SI 制）中为 m.

## 三、速度

研究质点的运动，不仅要知道质点的位移，还必须知道在多长一段时间内通过这段位

移,亦即要知道质点运动的快慢程度.

如图 1-2 所示,在时刻 $t$ 到 $t+\Delta t$ 这段时间内,质点的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$. 那么 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与 $\Delta t$ 的比值,称为质点在 $t$ 时刻附近 $\Delta t$ 时间内的**平均速度**

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}. \tag{1-7}$$

这就是说,平均速度的方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同,平均速度的大小与在相应的时间 $\Delta t$ 内单位时间的位移大小相同.

显然,用平均速度描述物体的运动是比较粗糙的. 因为在 $\Delta t$ 时间内,质点各个时刻的运动情况不一定相同,质点的运动可以时快时慢,方向也可以不断地地改变,平均速度不能反映质点运动的真实细节. 如果我们要精确地知道质点在某一时刻或某一位置的实际运动情况,应使 $\Delta t$ 尽量减小,即 $\Delta t \to 0$,用平均速度的极限值——**瞬时速度**(简称**速度**)来描述.

质点在某时刻或某位置的瞬时速度,等于该时刻附近 $\Delta t$ 趋近于零时平均速度的极限值,数学表示式为

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1-8}$$

可见**速度等于位矢对时间的一阶导数**.

速度的方向就是 $\Delta t$ 趋近于零时,平均速度 $\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 或位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向,即沿质点所在处轨道的切线方向,并指向质点前进的一方.

速度是矢量,具有大小和方向. 描述质点运动时,我们也常采用一个叫作**速率**的物理量. 速率是标量,等于质点在单位时间内所行经的路程,而不考虑质点运动的方向. 如图 1-2 所示,在 $\Delta t$ 时间内质点所行经的路程为曲线 $\widehat{AB}$,设曲线 $\widehat{AB}$ 的长度为 $\Delta s$,那么 $\Delta s$ 与 $\Delta t$ 的比值就称为 $t$ 时刻附近 $\Delta t$ 时间内的平均速率,即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1-9}$$

平均速率与平均速度不能等同看待. 例如,在某一段时间内,质点环行了一个闭合路径,显然质点的位移等于零,平均速度也为零,而质点的平均速率则不等于零.

虽然如此,但在 $\Delta t \to 0$ 的极限条件下,曲线 $\widehat{AB}$ 的长度 $\Delta s$ 与直线 $AB$ 的长度 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 相等,即在 $\Delta t \to 0$ 时,$\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$,所以瞬时速率

$$v=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=|\boldsymbol{v}|, \tag{1-10}$$

**即瞬时速率就是瞬时速度的模.**

在直角坐标系中,由(1-1)式可知,速度可表示成

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}, \tag{1-11}$$

式中 $v_x=\dfrac{dx}{dt},v_y=\dfrac{dy}{dt},v_z=\dfrac{dz}{dt}$叫作速度在 $x,y,z$ 轴的分量. 这时速度的模可以表示成

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}. \tag{1-12}$$

速度和速率在量值上都是长度与时间之比,国际单位制(SI)中为 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

## 四、加速度

在力学中,位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 都是描述物体机械运动的状态参量. 即 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 已知,质点的力学运动状态就确定了. 我们即将引入的加速度概念则是用来描述速度矢量随时间变化的物理量.

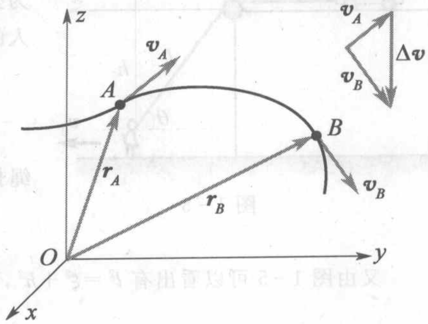

图 1－4　速度的增量

在变速运动中,物体的速度是随时间变化的. 这个变化可以是运动快慢的变化,也可以是运动方向的变化,一般情况下速度的方向和大小都在变化. 加速度就是描述质点的速度(大小和方向)随时间变化快慢的物理量. 如图 1－4 所示,$\boldsymbol{v}_A$表示质点在时刻 $t$、位置 $A$ 处的速度,$\boldsymbol{v}_B$表示质点在时刻 $t+\Delta t$、位置 $B$ 处的速度. 从速度矢量图可以看出,在时间 $\Delta t$ 内质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A.$$

与平均速度的定义相类似,比值 $\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为 $t$ 时刻附近 $\Delta t$ 时间内的**平均加速度**,即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}. \tag{1-13}$$

平均加速度只是反映在时间 $\Delta t$ 内速度的平均变化率. 为了准确地描述质点在某一时刻 $t$(或某一位置处)的速度变化率,须引入瞬时加速度.

质点在某时刻或某位置处的**瞬时加速度**(简称**加速度**)等于该时刻附近 $\Delta t$ 趋近于零时平均加速度的极限值,其数学式为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}. \tag{1-14}$$

可见,**加速度是速度对时间的一阶导数,或位矢对时间的二阶导数.**

在直角坐标系中,加速度的表示式为

$$\boldsymbol{a}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}, \tag{1-15}$$

式中 $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=\dfrac{d^2x}{dt^2},a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=\dfrac{d^2y}{dt^2},a_z=\dfrac{dv_z}{dt}=\dfrac{d^2z}{dt^2}$,称为加速度在 $x,y,z$ 轴的分量. 加速度的模为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}.\qquad(1-16)$$

加速度的方向是当 $\Delta t\to 0$ 时,平均加速度 $\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 或速度增量的极限方向.

**例 1-1** 如图 1-5 所示,一人用绳子拉着小车前进.小车位于高出绳端 $h$ 的平台上.人的速率 $v_0$ 不变,求小车的速度和加速度大小.

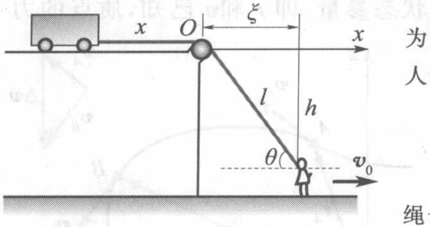


图 1-5

**解** 小车沿直线运动,以小车前进方向为 $x$ 轴正方向,以滑轮为坐标原点,小车的坐标为 $x$,人的坐标为 $\xi$,由速度的定义.小车和人的速度大小应为

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_{人}=\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}=v_0.$$

由于定滑轮不改变绳长,所以小车坐标的变化率等于拉小车的绳长的变化率,即

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}.$$

又由图 1-5 可以看出有 $l^2=\xi^2+h^2$,两边对 $t$ 求导得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2\xi\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}$$

或

$$v_{车}=\frac{v_{人}\xi}{l}=v_{人}\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+h^2}}=\frac{v_0\xi}{\sqrt{\xi^2+h^2}}.$$

同理可得小车的加速度大小为

$$a=\frac{\mathrm{d}v_{车}}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2h^2}{(\xi^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

## §1.3 曲线运动的描述

### 一、一般的平面曲线运动　切向加速度　法向加速度

质点作曲线运动时,$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和 $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 的极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向,而且在曲线运动中,加速度的方向总是指向曲线凹进的一边;如果速率是减小的($|\boldsymbol{v}_B|<|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为钝角;如果速率是增大的($|\boldsymbol{v}_B|>|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为锐角;如果速率不变($|\boldsymbol{v}_B|=|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为直角,如图 1-6 所示.

为运算方便起见,常采用平面自然坐标系予以讨论.即将加速度沿着质点所处轨道的切

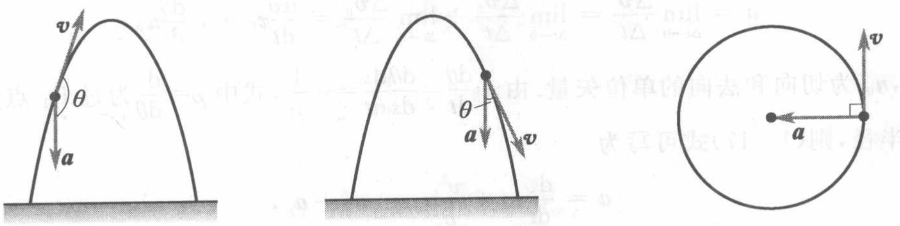


图 1-6　曲线运动中的加速度

线方向和法线方向进行分解，这样得到的加速度分量分别叫作**切向加速度**和**法向加速度**.

设质点的运动轨道如图 1-7(a)所示，$t$ 时刻质点在 $P_1$ 点，速度为$\boldsymbol{v}_1$；$t+\Delta t$ 时刻质点运动到 $P_2$ 点，速度为$\boldsymbol{v}_2$，$P_1$，$P_2$ 两点邻切角为 $\Delta\theta$，在 $\Delta t$ 时间内，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}$. 图 1-7(b)表示$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，$\Delta\boldsymbol{v}$ 三者之间的关系，图中 $\Delta\boldsymbol{v}$ 就是矢量$\overrightarrow{BC}$. 如果在$\overrightarrow{AC}$上截取$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_1|$，则剩下的部分

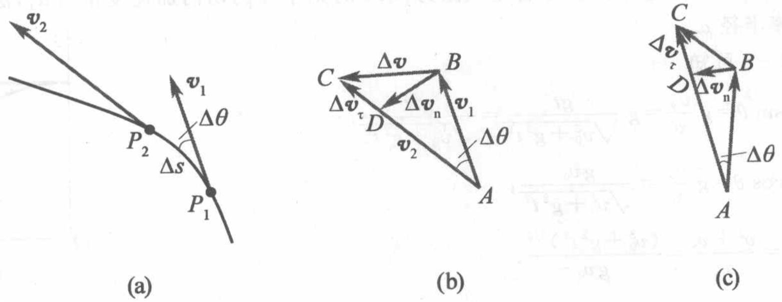


图 1-7　切向加速度与法向加速度

$$|\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_2|-|\boldsymbol{v}_1|=|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v,$$

即

$$|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v,$$

反映了速度模的增量. 连结$BD$，并记作 $\Delta\boldsymbol{v}_n$，其反映了速度方向的增量. 于是速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 所包含的速度大小的增量和速度方向的增量这两个方面的含义，通过 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$和 $\Delta\boldsymbol{v}_n$得到了定量的描述，即 $\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_\tau+\Delta\boldsymbol{v}_n$.

由图 1-7(c)可看出，当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，则$\angle ABD\to\frac{\pi}{2}$，即在极限条件下，$\Delta\boldsymbol{v}_n$的方向垂直于过 $P_1$ 点的切线，亦即沿曲线在 $P_1$ 点的法线方向；同时，在 $\Delta\theta\to 0$ 的极限条件下$\Delta\boldsymbol{v}_\tau$就是$\boldsymbol{v}_1$的方向，亦即沿曲线在 $P_1$ 点的切向方向.

由图 1-7(c)还可看出，$\Delta\theta\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{v}_n|=v\Delta\theta$. 如果以 $\boldsymbol{n}_0$ 表示 $P_1$ 点内法线方向的单位矢量，以 $\boldsymbol{\tau}_0$ 表示 $P_1$ 点切线方向(且指向质点前进方向)的单位矢量，则有