



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

DIANCICHANG DAOLUN

# 电磁场导论

孟昭敦 主编



中国电力出版社  
<http://jc.cepp.com.cn>





## 内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

全书共分八章，主要内容包括电磁场的物理基础、静电场、恒定电场、恒定磁场、时变电磁场、准静态电磁场、平面电磁波、均匀传输线等。本书符合高等学校电磁场课程教学基本要求，每章附有按知识点分类的习题，例题和插图较多。

本书主要作为普通高等学校电气信息类及其他相关专业的本科教材，也可作为高职高专及函授教材和有关工程技术人员的参考用书。

# 电磁场导论

孟昭敦 主编

## 图书在版编目 (CIP) 数据

电磁场导论/孟昭敦主编. —北京: 中国电力出版社, 2008  
普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-5083-6342-4

I. 电… II. 孟… III. 电磁场—高等学校—教材  
IV. O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 192405 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

北京丰源印刷厂印刷

各地新华书店经售

\*

2008年1月第一版 2008年1月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 11印张 262千字

定价 18.00 元

## 敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失  
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

# 前 言

电磁场理论是高等学校工科相关专业的一门重要技术基础课,也是一些交叉学科的生长点和新型边缘学科的发展基础。本课程的主要任务是在学过《大学物理》电磁学的基础上,以《工程数学》的矢量分析和场论为工具,进一步研究电磁场的基本规律,培养学生的逻辑推理和科学思维能力,使学生能用“场”的观点定性分析判断电磁现象,掌握计算简单电磁场问题的基本方法,为进一步学习后续课程奠定坚实、宽厚的基础。

为了适应 21 世纪高等教育教学改革,进一步拓宽专业、加强基础、缩减学时、提高综合素质和能力培养的要求,笔者总结多年来在电磁场理论教学的实践经验和教学改革的研究成果,编写了本书。

本书共分八章,在编写体系上的特点是,首先在第一章简要回顾在《大学物理》中已学过的电磁场基本物理量的定义和电磁场基本实验定律(库仑定律、安培力定律和法拉第电磁感应定律),以及麦克斯韦关于位移电流的假设,及其总结归纳的电磁场普遍规律——麦克斯韦方程组的积分形式,以便省略不讲或用较少学时复习;重点内容为第二~八章,分别讨论静电场、恒定电场、恒定磁场、时变电磁场、准静态场、平面电磁波和均匀传输线。这样既保持电磁场理论的系统性和完整性,又避免内容重复、浪费学时。

本教材在教学内容和方法上的特点是,当首次引入“散度”和“旋度”概念时,不是直接套用“矢量分析和场论”中的数学定理,而是采用静电场的基本方程积分形式取极限的方法,较为形象地推导出散度方程和旋度方程,并根据其物理意义进一步反推出高斯散度定理和斯托克斯定理。这样在后续几章应用这两个定理推导恒定电场、恒定磁场和时变电磁场的散度方程和旋度方程时,就不再抽象、难懂,而变得容易理解了。对于边值问题的求解,重点介绍通过不定积分求解简单的一维泊松方程、拉普拉斯方程问题和基于“唯一性定理”的电轴法、镜像法。对于根据电荷或电流分布求电场和磁场的积分公式,只是简要提及以避免分散学生注意力,影响学习掌握新概念和新方法。对于传统的分离变量法和现代的数值计算方法将另行开设选修课。

本教材内容精炼,重视培养学生理论联系实际的学风,有紧扣课堂教学内容的例题 70 多道,每章后附有一定数量的习题,并按知识点分类以便师生选用。本书正文、例题和习题共有插图 200 多幅,有利于学生理解抽象的电磁场问题。

本书由山东大学电气工程学院孟昭敦主编,第一、二、七、八章由孟昭敦执笔,第五、六章由梁振光执笔,第三、四章由仲慧执笔。本书承蒙华北电力大学王泽忠教授审阅,得到山东大学出版基金委员会的资助,在编写过程中得到山东大学电工基础教研室老师们的大力支持,参考了许多国内外相关教材和资料,在此一并表示衷心的感谢。限于编者的水平,本书定有不妥和错误之处,欢迎使用本书的师生和其他读者批评指正。

编 者

2007 年 12 月于济南

## 目 录

前言	1
<b>第一章 电磁场的物理基础</b>	<b>1</b>
1-1 电荷密度与电流密度	1
1-2 电场强度与电位移矢量	3
1-3 磁感应强度与磁场强度	9
1-4 电磁场基本方程组	13
习题一	17
<b>第二章 静电场</b>	<b>20</b>
2-1 基本方程及其微分形式	20
2-2 电位与电位梯度	24
2-3 静电场的边值问题	29
2-4 镜像法与电轴法	35
2-5 多导体系统的部分电容	43
2-6 电场能量和电场力	47
习题二	54
<b>第三章 恒定电场</b>	<b>58</b>
3-1 导电媒质中的恒定电场	58
3-2 恒定电场的边值问题	60
3-3 静电比拟	63
3-4 电导与接地电阻	65
习题三	68
<b>第四章 恒定磁场</b>	<b>70</b>
4-1 基本方程及其微分形式	70
4-2 标量磁位	73
4-3 矢量磁位	75
4-4 磁场中的镜像法	80
4-5 电感	81
4-6 磁场能量与磁场力	85
4-7 磁路及其计算	91
习题四	94
<b>第五章 时变电磁场</b>	<b>96</b>
5-1 电磁场基本方程组	96
5-2 坡印亭定理与坡印亭矢量	99
5-3 动态位及其波动方程	102



5-4	正弦电磁场 .....	106
5-5	电磁辐射 .....	109
	习题五 .....	113
<b>第六章</b>	<b>准静态电磁场</b> .....	<b>115</b>
6-1	电准静态场 .....	115
6-2	磁准静态场 .....	117
6-3	集肤效应与邻近效应 .....	119
6-4	涡流损耗与电磁屏蔽 .....	120
6-5	电路定律和交流阻抗 .....	123
	习题六 .....	126
<b>第七章</b>	<b>平面电磁波</b> .....	<b>127</b>
7-1	电磁场波动方程 .....	127
7-2	理想介质中的均匀平面波 .....	129
7-3	导电媒质中的均匀平面波 .....	132
7-4	均匀平面电磁波的正入射 .....	137
	习题七 .....	142
<b>第八章</b>	<b>均匀传输线</b> .....	<b>144</b>
8-1	无损耗均匀传输线方程 .....	144
8-2	无损耗均匀传输线的传输特性 .....	146
8-3	有损耗均匀传输线 .....	149
8-4	无损耗传输线的反射与透射 .....	153
8-5	无损耗传输线的入端阻抗 .....	159
	习题八 .....	161
<b>附录 A</b>	<b>电磁量及其国际制单位</b> .....	<b>163</b>
<b>附录 B</b>	<b>微分算子与矢量运算</b> .....	<b>165</b>
<b>参考文献</b>	.....	<b>167</b>

## 第一章 电磁场的物理基础

本章在大学物理电磁学的基础上,从电荷密度和电流密度定义,以及电荷守恒和电流连续性入手,回顾电磁场的基本物理量  $E$ 、 $D$  和  $B$ 、 $H$ , 及其在真空中的特性;复习法拉第电磁感应定律及全电流定律;概括归纳出电磁场的普遍规律——麦克斯韦方程组积分形式。

## 1-1 电荷密度与电流密度

## 1-1-1 电荷密度

根据物质结构理论,电荷是以电子电荷 ( $e = -1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ ) 为基本单位的。任何带电体的电荷量都是以电子电荷量  $e$  的正或负整数倍的数值量出现的。从微观上看,大量电荷聚集时具有“颗粒性”。从宏观上看,我们可以把大量电荷聚集所产生的电荷分布,看成是位置的连续分布函数。电荷所在位置称为“源点”,用带撇的坐标  $(x', y', z')$  表示。

1. [体] 电荷密度  $\rho$ 

在聚集电荷的体积  $V'$  中位于  $(x', y', z')$  的源点,取一“准无限小”体积元  $\Delta V'$  (如图 1-1 所示),若其中的电荷量为  $\Delta q$ ,则该处的单位体积电荷量,即 [体] 电荷密度 (简称电荷密度) 为

$$\rho(x', y', z', t) = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V'} = \frac{dq}{dV'} \quad (1-1)$$

单位是  $\text{C}/\text{m}^3$ 。注意这里的“准无限小”并非理论上的一个点,只是相对于宏观体积来说它的体积很小,但仍然能够容纳许多基本电荷。

2. 面电荷密度  $\sigma$ 

当电荷分布在一层很薄的区域时 (如图 1-2 所示),如果其厚度可忽略不计,就可抽象为电荷分布在“面”上 (一维奇异),则面电荷密度为

$$\sigma(x', y', z', t) = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S'} = \frac{dq}{dS'} \quad (1-2)$$

单位为  $\text{C}/\text{m}^2$ 。

3. 线电荷密度  $\tau$ 

当电荷分布在一个细长的区域时 (如图 1-3 所示),如果它的截面可忽略不计,就可抽象为“细电荷丝” (二维奇异),则线电荷密度为

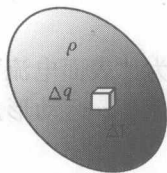


图 1-1

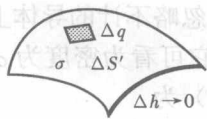


图 1-2

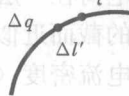


图 1-3

$$\tau(x', y', z', t) = \lim_{\Delta t' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t'} = \frac{dq}{dt'} \quad (1-3)$$

单位是 C/m。

#### 4. 点电荷

当电荷分布在一个很小的区域，它的外面没有电荷，如果它占有的体积可以忽略不计，电荷密度  $\rho \rightarrow \infty$ ，净电荷为有限值，则可看为点电荷。其定义式为

$$q(x', y', z', t) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_{V'} \rho dV \quad (1-4)$$

### 1-1-2 电流密度

电荷有规则地运动形成电流。单位时间内通过某截面的电荷量为电流强度，简称电流。其定义式为

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-5)$$

电路理论中，电流沿导线流动，不考虑横截面上各点的电荷运动情况，用电流强度这个物理量就足以说明其特性。但在电磁场理论中，我们更关心在不同场点的面积元上，单位时间内通过的电荷量及其方向。为了描述电荷在各处流动的状态，引入电流密度的概念。

#### 1. [体] 电流密度 $\mathbf{J}$

电荷在体积中运动形成体积电流。它可看为密度为  $\rho$  的体电荷，以速度  $\mathbf{v}$  运动而形成的。因此，[体] 电流密度（简称电流密度）为

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \quad (1-6)$$

单位是 A/m<sup>2</sup>。

设体电荷密度为  $\rho$ ，以速度  $\mathbf{v}$  垂直通过面积元  $dS$ ，则电流密度为

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} = \rho \frac{dl}{dt} = \rho \frac{dl}{dt} \frac{dS}{dS} = \rho \frac{dV}{dt dS} = \frac{dq/dt}{dS} = \frac{di}{dS}$$

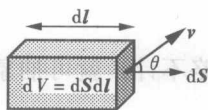


图 1-4

可见，体电流密度在数值上为垂直于电荷运动方向的单位面积上通过的电流。电流密度  $\mathbf{J}$  的方向为该点正电荷运动的方向。

如果面积元  $dS$  的法线方向与电流密度  $\mathbf{J}$  的夹角为  $\theta$ （如图 1-4 所示），则通过该面积元的电流元为

$$di = J dS \cos \theta = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

通过载流体中任一截面  $S$  的电流为其积分量，即

$$i = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-7)$$

注意：有的书上称体电流密度为“电流面密度”，请读者注意不要与“面电流密度”相混淆。

#### 2. 面电流密度 $\mathbf{K}$

如果电荷在一层很薄的、厚度可忽略不计的导体上流动，则抽象为“表面电流”。此时，电流通过的截面近似为一条截线  $b$ 。它可看为密度为  $\sigma$  的面电荷，以速度  $\mathbf{v}$  运动形成的。因此，表面电流密度（简称面电流密度）为

$$\mathbf{K} = \sigma \mathbf{v} \quad (1-8)$$

单位是 A/m。



设面电荷密度为  $\sigma$ ，以速度  $v$  垂直通过线元  $db$ ，则面电流密度为

$$K = \sigma v = \sigma \frac{dl}{dt} = \sigma \frac{dl db}{dt db} = \sigma \frac{dS}{dt db} = \frac{dq/dt}{db} = \frac{di}{db}$$

可见，面电流密度在数值上为垂直于电荷运动方向的单位截线上穿过的电流。面电流密度  $K$  的方向受限在厚度忽略不计的曲面上。

如果线元  $db$  的横向单位矢量  $n$  与面电流密度  $K$  的夹角为  $\theta$  (如图 1-5 所示)，则通过该线元的电流为

$$di = K db \cos\theta = K \cdot db$$

通过载流面上任一截线  $b$  的电流为其积分量

$$i = \int_b K \cdot db \quad (1-9)$$

注意，有的书上称面电流密度为“电流线密度”，请读者不要将其与通常所说的“线电流”相混淆；而且不要误以为空间中有体电流时，该空间的表面上便有面电流。因为面电流是一种抽象而来的，在厚度为零的表面上流动的电流，其所占体积为零，否则将会得到电流密度为无穷大的结果。

### 3. 线电流

如果电荷在横截面可忽略不计的导线上流动，就是常说的“线电流”。它可视为密度为  $\tau$  的线电荷，以速度  $v$  沿导线运动形成的。因此，线电流为

$$i = \tau v = \tau \frac{dl}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad (1-10)$$

由于电荷只能顺或逆导线运动，因此线电流不是矢量，而是标量，单位是 A。

#### 1-1-3 电荷守恒和电流连续性原理

众所周知，电荷是守恒的，既不能产生也不能消灭。若在存在体积电流的空间任取一闭合面  $S$  (如图 1-6 所示)，那么，单位时间内从  $S$  面流出去的电流，必然等于  $S$  面所包围的体积  $V$  中单位时间总电荷的减少量，即

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (1-11)$$

式 (1-11) 为电流连续性方程，它是电荷守恒原理的必然结果。

对于恒定电流来说，电荷运动速度不随时间而变，电荷在空间的分布也不随时间而变，此时电流连续性方程为

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-12)$$

## 1-2 电场强度与电位移矢量

### 1-2-1 库仑定律

库仑定律是静电场的基本实验定律，也是整个电磁场理论的基础。在图 1-7 所示无限大真空中，点电荷  $q_2$  受到点电荷  $q_1$  的作用力为

$$\mathbf{F}_{21}(x, y, z, t) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \mathbf{e}_r \quad (1-13)$$

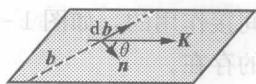


图 1-5

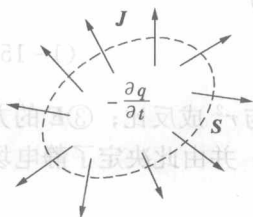


图 1-6

式中,  $\epsilon_0$  为真空的介电常数 (又称电容率),  $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi\text{F/m}$ ;  $o$  点为坐标原点;  $r_1$  为点电荷  $q_1$  的位置矢量;  $r_2$  为点电荷  $q_2$  的位置矢量;  $r_{12} = r_2 - r_1 = r_{12}e_r$  为两电荷之间的距离矢量;  $e_r = r_{12}/r_{12}$  为由  $q_1$  指向  $q_2$  的单位矢量。

可以证明,  $F_{12} = -F_{21}$ 。

过去曾认为电荷之间的作用力是“超距作用”。现代观点认为, 电荷之间是通过“电场”间接作用的, 如图 1-8 所示。电场看不到, 摸不着, 我们可以通过测试电荷受力来感知它的存在。

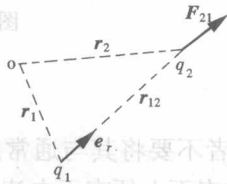


图 1-7

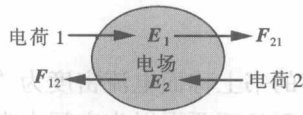


图 1-8

### 1-2-2 电场强度

把一个体积很小、电量很少的测试电荷  $q$  静止地 ( $v = 0$ ) 放在电场中某场点  $(x, y, z)$ , 如果它在某一时刻  $t$  所受的力  $F(x, y, z, t)$ , 可定义该场点的电场强度

$$E(x, y, z, t) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{F(x, y, z, t)}{q} \quad (1-14)$$

在力学上其单位为  $\text{N/C}$ , 在电磁学中其单位为  $\text{V/m}$ 。电场强度是矢量, 具有明确的物理意义: 其大小为单位正电荷在该点所受的电场力, 其方向为正电荷在该点受力的方向。

根据电场强度的定义式可将库仑定律改写为

$$F_{21} = q_2 E_1 = q_2 \left( \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \right)$$

式中,  $E_1$  为源电荷  $q_1$  产生的电场。不难得出, 点电荷  $q$  产生的电场为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (1-15)$$

点电荷的电场有三个特点: ①  $E$  的大小与电量  $q$  成正比; ②  $E$  的分布与  $r^2$  成反比; ③  $E$  的方向为  $e_r$ , 具有球对称辐射性。这三个特点与库仑定律的三个特点有关, 并由此决定了静电场的基本特性。

由于点电荷电场  $E$  与  $q$  成正比的线性关系, 因此可以用叠加原理计算多个点电荷和连续分布电荷产生的电场。计算步骤如下:

(1) 在有电荷区域取电荷元  $dq = \rho dV$ 、 $\sigma dS$  或  $\tau dl$ , 可看为点电荷;

(2) 由点电荷场强公式, 求元场强  $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$ ;

(3) 对有电荷区域积分, 即由叠加原理求得总场强为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} e_r + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho dS}{r^2} e_r + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \frac{\tau dl}{r^2} e_r + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r^2} e_r \quad (1-16)$$

由于电场强度  $\mathbf{E}$  是矢量, 用电荷积分式 (1-16) 求电场强度时, 需分别计算  $\mathbf{E}$  的各方向分量, 计算量很大, 而且多数实际工程问题并不知道电荷密度的分布函数, 因此常用另外的途径求电场强度  $\mathbf{E}$ 。

**【例 1-1】** 已知图 1-9 所示在  $x=0$  无限大平面均匀分布面电荷密度  $\sigma$ , 求其两侧真空中的电场强度。

**解** 套用 (1-16) 式, 对  $x=0$  无限大带电平面进行积分, 即可求得两侧的电场强度。

借用无限长线电荷电场公式  $\mathbf{E} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_r$  可使积分简化。

在带电平面上取宽度为  $dz$  的窄条, 可视为无限长线电荷, 其单位长度的电荷量  $\tau = \sigma dz$ , 则

$$d\mathbf{E}_1 = \frac{\sigma dz}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_r$$

位于  $\pm z$  对称位置的电荷产生的电场叠加后只有  $E_x$  分量

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma dz}{2\pi\epsilon_0 r} \sin\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma dz}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{r^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma x}{2\pi\epsilon_0} \frac{dz}{(x^2 + z^2)} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

故, 无限大均匀带电平面  $x > 0$  侧和  $x < 0$  侧的电场强度分别为

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\pm \mathbf{e}_x)$$

### 1-2-3 真空中静电场特性

$\mathbf{E}$  具有明确的物理意义, 表示电场对单位电荷的作用力。因此  $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$  为电场力将单位电荷移动  $d\mathbf{l}$  距离做的功。在点电荷  $q$  的电场中任取一条曲线上 A、B 两点 (如图 1-10 所示), 则

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B \frac{q\mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{l}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

式中,  $\mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{l} = dl \cos\theta = dr$ 。

上式的物理意义是电场力将单位电荷从 A 点移到 B 点所作的功。

当积分路径闭合, 即 A、B 两点重合时, 得到

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-17)$$

这是电场力做功与路径无关的必然结果。因为如果从 A 点到 B 点电场力做正功, 则从 B 点返回 A 点电场力做负功, 往返路径的起点、终点相反, 电场力做功正负抵消为零, 表明静电场是“守恒场”。假设电力线能自行闭合, 则沿闭合电力线积分, 电场力做功始终为正, 式 (1-17) 将不成立。因此式 (1-17) 说明静电场中的电力线不能自行闭合。定义电场中两点间的电压

$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-18)$$

单位是 V。由式 (1-17) 可得

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = U_{AB} - U'_{AB} = 0$$

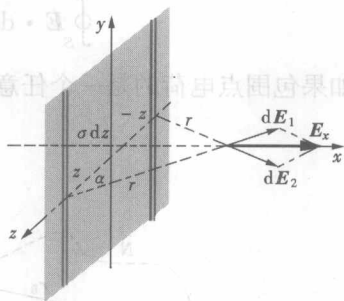


图 1-9

可见, 静电场中两点间的电压 (或电场力作功) 与积分路径无关。静电场的另一特性与库仑定律是反平方定律密切相关。若在无限大真空中有一点电荷  $q$ , 取该点电荷所在处为球心作一任意半径  $r$  的球面, 则由该球面穿出的  $\mathbf{E}$  通量为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

如果包围点电荷的是一个任意形状的闭曲面 (如图 1-11 所示), 上式仍然成立。因而

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1-19)$$



图 1-10

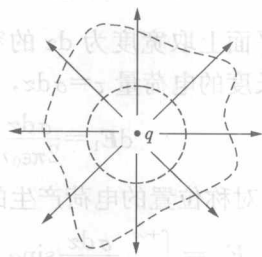


图 1-11

这就是“高斯通量定理”。它说明电力线由正电荷发出, 在负电荷终止。

以上两个特性虽然都是从点电荷的电场中得到的结论, 但由叠加原理很容易推广到任意电荷分布的电场。

#### 1-2-4 介质的极化

微观上看, 电介质内部的带电粒子都被束缚在原子或分子结构上, 没有自由电荷。组成电介质的分子有两类: 一类为无极分子, 无外加电场时正负电荷作用中心重合, 没有电偶极矩, 即  $\mathbf{p} = q\mathbf{l} = 0$ ; 另一类为有极分子, 无外加电场时正负电荷中心不重合, 存在固有电偶极矩  $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ , 但由于分子的热运动, 原有的电偶极矩摆列杂乱无章, 总的电偶极矩  $\sum \mathbf{p} = 0$ 。所以无论哪种电介质, 在无外加电场时都保持电中性。

在外电场的作用下电介质会产生三种极化现象:

第一种是无极分子原子核外围的电子云在外电场作用下发生相对位移而出现电偶极矩  $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ , 称为电子极化。

第二种是无极分子的正负离子在外电场的作用下发生位移而出现电偶极矩  $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ , 称为离子极化。

第三种是有极分子的固有电偶极矩, 在外电场的作用下顺电场方向转动, 产生合成电偶极矩  $\sum \mathbf{p} \neq 0$ , 称为取向极化。

一般单原子的电介质只有电子极化, 所有化合物都存在电子极化和离子极化, 某些化合物分子同时具有三种极化。

电介质被极化的程度用“极化强度”表示。假设在电场的作用下, 电介质体积元  $\Delta V$  内的合成电偶极矩为  $\sum \mathbf{p}$ , 则该点的极化强度定义为

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \mathbf{p}}{\Delta V} = N \mathbf{p}_{av} \quad (1-20)$$

单位是  $C/m^2$ 。极化强度是一个矢量，其数值等于该点的分子平均电偶极矩  $p_{av}$  与分子密度数  $N$  的乘积，即单位体积中的电偶极矩；其方向由负束缚电荷指向正束缚电荷。

极化强度  $\mathbf{P}$  与电场强度  $\mathbf{E}$  的关系与电介质的物理性质有关，只能通过实验或物质结构理论来确定。实验指出，对于线性、各向同性电介质有

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1-21)$$

式中， $\chi_e$  称为电介质的极化率，它一般是与  $\mathbf{E}$  无关又无量纲的物质常数。

一般来说  $\mathbf{P}$  与  $\mathbf{E}$  成正比例，且同方向。但也有少数例外（如铁电物质）。对于各向异性媒质（如晶体） $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{E}$  的方向不同。

电介质极化的结果使电介质内部或其表面出现局部过剩的宏观附加电荷，称为极化电荷。可以证明，在任意闭合面  $S$  所包围的电介质体积中，极化电荷总量为

$$q_p = -\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = -\int_V \nabla \cdot \mathbf{P} dV \quad (1-22)$$

**推导：**在如图 1-12 所示的电介质中取闭合面  $S$ ，并在其上取一个面积元  $dS$ ，电介质中的束缚电荷在外加电场  $\mathbf{E}$  的作用下发生相对位移。假设负电荷固定不动，正电荷顺电场方向移动了  $l$ ，则穿出  $dS$  的正电荷为

$$dq = Nql dS \cos\theta = N\mathbf{p} \cdot d\mathbf{S} = \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$$

穿出闭合面  $S$  的正极化电荷总量为

$$q_p = \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$$

因此，留在闭合面  $S$  内的等量负极化电荷量为

$$q_p = -\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = -\int_V \nabla \cdot \mathbf{P} dV$$

在均匀电介质内部，由于各极化分子的极性相同，相邻两个分子的电荷极性相反，互相抵消，因此只会在电介质表面出现一层未被抵消的极化电荷，其面电荷密度为

$$\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \quad (1-23)$$

对于不均匀电介质，其体积内部还将出现极化电荷，体电荷密度为

$$\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (1-24)$$

应当指出，任何电介质所能承受的电场强度是有限的。当其达到一定数值时，其中的束缚电荷会脱离它们的分子结构而自由移动，这时电介质就丧失了它的绝缘性能，在电工技术里就说它被击穿。电介质能安全地承受的最大电场强度，称为该材料的电介质强度，或称击穿场强。常用绝缘材料的击穿场强见表 1-1。

表 1-1

常用绝缘材料的击穿场强

单位:  $V/m$ 

绝缘材料	空气	氧化铝	玻璃	瓷	变压器油	聚乙烯	尼龙	橡胶	云母
击穿场强	$3 \times 10^6$	$6 \times 10^6$	$9 \times 10^6$	$10 \times 10^6$	$12 \times 10^6$	$18 \times 10^6$	$19 \times 10^6$	$40 \times 10^6$	$100 \times 10^6$

### 1-2-5 电位移矢量

自由电荷是产生外加电场的“一次源”。当电场中有电介质时，电介质极化后产生的极化电荷是激发电场的“二次源”。因此，高斯通量定理用于电介质时，式 (1-19) 右边既要包含自由电荷  $q$ ，也要包含极化电荷  $q_p$ （如图 1-13 所示），应写为

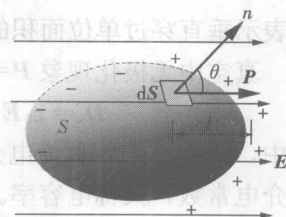


图 1-12



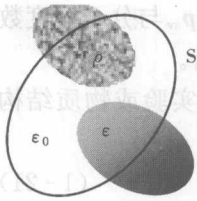


图 1-13

定义

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1-25)$$

称为“电位移矢量”或“电感应强度”，单位是  $\text{C}/\text{m}^2$ 。因此，得到介质中的高斯通量定理为

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q \quad (1-26)$$

式 (1-26) 表明： $\mathbf{D}$  的闭合面积分（即  $\mathbf{D}$  的通量）只与闭合面  $S$  内包围的自由电荷有关， $\mathbf{D}$  表示垂直穿过单位面积的电通量，故又称“电通量面密度”（简称“电通密度”）。

真空中无极化现象  $\mathbf{P}=0$ ， $\mathbf{D}=\epsilon_0 \mathbf{E}$ 。对于线性各向同性电介质，由于  $\mathbf{P}=\chi_e \epsilon_0 \mathbf{E}$ ，则

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

式中， $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ ，称为电介质的相对介电常数（无量纲的数），见表 1-2； $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  为电介质的介电常数，又称电容率。

因此，在线性、各向同性电介质中有

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-27)$$

高斯通量定理可表示为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon} \quad (1-28)$$

“线性”电介质指  $\epsilon$  与  $\mathbf{E}$  的大小无关。“各向同性”电介质指  $\epsilon$  与  $\mathbf{E}$  的方向无关；“各向异性”电介质的  $\epsilon$  不是常数，而是张量，此时  $\mathbf{D}$  与  $\mathbf{E}$  方向不同。“均匀”电介质指  $\epsilon$  与空间位置无关。

表 1-2

部分常用材料的相对介电常数

绝缘材料	空气	有机玻璃	水	瓷	变压器油	聚乙烯	尼龙	橡胶	云母
相对介电常数	1.0005	3.1	79.63	6	2.28	2.6	5	2.5~3	6.2

【例 1-2】同轴电缆内外导体半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ，长度为  $l$ ，中间为线性各向同性电介质，相对介电常数  $\epsilon_r=2$ ，已知内外导体间的电压为  $U$ ，如图 1-14 所示。求：

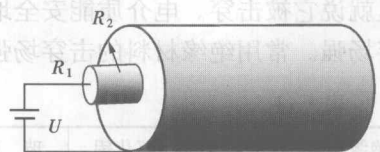


图 1-14

- (1) 介质中的  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{P}$ ；
- (2) 内导体表面的自由电荷量  $q$ ；
- (3) 介质内表面的极化电荷量  $q_p$ 。

解 (1) 设内导体表面带电量为  $q$ ，由  $\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q$  得

$$\mathbf{D} = \frac{q}{2\pi r l} \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon} = \frac{q}{2\pi(2\epsilon_0)rl} \mathbf{e}_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r l} \mathbf{e}_r$$

由于

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

(2) 内导体的自由电荷量

$$q = \frac{4\pi\epsilon_0 l U}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

介质中的场强

$$\mathbf{E} = \frac{U}{r \ln \frac{R_2}{R_1}} \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \frac{2\epsilon_0 U}{r \ln \frac{R_2}{R_1}} \mathbf{e}_r$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E} = \frac{2\epsilon_0 U - \epsilon_0 U}{r \ln \frac{R_2}{R_1}} \mathbf{e}_r = \frac{\epsilon_0 U}{r \ln \frac{R_2}{R_1}} \mathbf{e}_r$$

(3) 介质内表面的极化电荷量

$$q_p = - \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = - \frac{\epsilon_0 U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}} \times 2\pi R_1 l = - \frac{2\pi\epsilon_0 l U}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

### 1-3 磁感应强度与磁场强度

#### 1-3-1 安培力定律

安培力定律是恒定磁场的基本实验定律,也是研究电磁场的理论基础。如图 1-15 所示,真空中电流回路  $l_2$  受到电流回路  $l_1$  的作用力为

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_2} \frac{I_2 d\mathbf{l}_2 \times (I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_r)}{r_{12}^2} \quad (1-29)$$

式中,真空的磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ;  $r_{12}$  为两个电流元之间的距离;  $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}_{12}/r_{12}$  为单位矢量,其方向由  $I_1 d\mathbf{l}_1$  指向  $I_2 d\mathbf{l}_2$ 。

可以证明

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

但两个电流回路之间作用力的特性不同于两个电荷之间的作用力。

#### 1-3-2 磁感应强度

根据“场”的观点,两个电流回路之间的作用力实质上是通过“磁场”间接作用的力。磁感应强度  $\mathbf{B}$  的定义式为

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-30)$$

或

$$\mathbf{F}_m = \oint_L I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (1-31)$$

$\mathbf{B}$  是磁场的基本物理量“磁感应强度”,单位为 T (特斯拉)。

必须指出,磁场力  $\mathbf{F}_m$  与  $\mathbf{B}$  以及电荷运动方向  $q\mathbf{v}$  三者相互垂直且符合右手定则 (如图

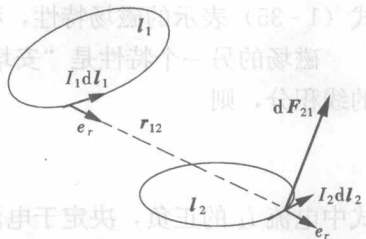


图 1-15

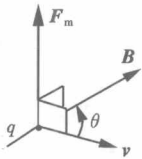


图 1-16

1-16所示)。因此, 磁场力  $F_m$  只能改变电荷运动方向, 而不能做功。

根据磁感应强度的定义式 (1-31), 安培力定律式 (1-29) 可改写为

$$F_{21} = \oint_{l_2} I_2 d\mathbf{l}_2 \times \left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_r}{r^2} \right] = \oint_{l_2} I_2 d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}_1$$

其中

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{I d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_r}{r^2} \quad (1-32)$$

称为毕奥-萨伐尔定律 (简称毕-萨定律)。当已知线电流分布时, 可由式 (1-32) 求得磁场的分布。对于体电流、面电流和线电流共同产生的磁场, 可由叠加原理计算, 即

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{e}_r}{r^2} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\mathbf{K} \times \mathbf{e}_r}{r^2} dS' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l'} \frac{I d\mathbf{l}' \times \mathbf{e}_r}{r^2} \quad (1-33)$$

由于磁感应强度是矢量, 当电流分布比较复杂时, 用上述电流积分公式求磁感应强度  $\mathbf{B}$  很困难, 往往得不到解析解, 而且许多实际工程问题并不知道电流分布的函数表达式, 因此常用另外的方法求解。

### 1-3-3 真空中恒定磁场特性

在磁场中, 穿过任意面积  $S$  的  $\mathbf{B}$  通量, 称为磁通

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-34)$$

单位为 Wb。因此, 磁感应强度  $\mathbf{B}$  又称“磁通密度”, 单位为  $\text{Wb}/\text{m}^2$ 。

由于自然界中不存在独立的磁荷, 磁感应线既无始端又无终端, 穿过任何闭合面的净磁通为零, 因此

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-35)$$

式 (1-35) 表示的磁场特性, 称为“磁通连续性原理”。

磁场的另一个特性是“安培环路定理”: 在真空的恒定磁场中, 沿任意闭合回路  $l$  取  $\mathbf{B}$  的线积分, 则

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k \quad (1-36)$$

式中电流  $I_k$  的正负, 决定于电流的方向与积分回路的绕行方向。对于图 1-17 所示的电流  $I_1$  与回路  $l$  符合右手定则, 应为正; 电流  $I_2$  则为负。

对于体电流则为

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-37)$$

**【例 1-3】** 已知真空中  $x=0$  的无限大平面上通恒定面电流密度  $\mathbf{K} = K\mathbf{e}_z$ 。求两侧的磁感应强度。

**解** 由于位于  $\pm y$  对称位置的电流产生的合成磁场只有  $B_y$  分量。而且, 电流两侧位于  $\pm x$  对称位置的磁场大小相等, 方向相反。因此, 取图 1-18 所示矩形回路  $l$ , 由  $\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ , 可得

$$B_1 \Delta l + B_2 \Delta l = \mu_0 K \Delta l$$

因此

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 K}{2} (\pm \mathbf{e}_y)$$



图 1-17

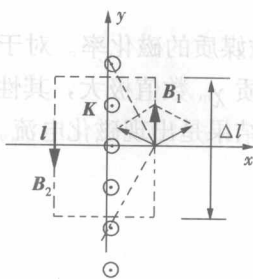


图 1-18

### 1-3-4 物质的磁化

物质结构理论表明,任何物质都是由分子、原子构成的。每个电子既有自旋,又围绕原子核不停地运动。电子的这两种运动都可以用内在的分子电流来等效。

从电磁场的角度来看,每个分子电流都可看为一个很小的环形电流,相当于一个磁偶极子。设分子电流为  $i_0$ , 其环绕的小环路所围成的面积为  $dS$ , 则磁矩  $m = i_0 dS$ 。

磁媒质可分为顺磁物质、抗磁物质和铁磁物质。

抗磁物质中,每个分子内部的电子都成对地沿相反方向运动。无外加磁场时,每个分子的净磁矩  $m = 0$ , 对外不显磁性。在外磁场作用下,部分电子的角速度发生变化,从而产生感应磁矩,使其  $\Sigma m \neq 0$ , 对外显示磁性。金、银、铜、锌、氩、氮及有机物等都是抗磁物质。

顺磁物质中,每个分子固有磁矩  $m$ 。无外加磁场时,固有磁矩排列混乱,彼此抵消,使其  $\Sigma m = 0$ 。在外磁场作用下,各个分子磁矩在一定程度上沿磁场方向排列,从而使其  $\Sigma m \neq 0$ , 对外显示磁性。铝、钙、氧等都是顺磁物质。

铁磁物质与前两种磁媒质有很大差别。铁、钴、镍及其合金,以及锰和铬的某些合金等结晶物质,其内部存在很多天然的、具有很强磁性的小区域,称为磁畴。无外磁场时,磁畴方向杂乱无章,使其  $\Sigma m = 0$ , 对外不显磁性。在外磁场作用下,磁畴顺外磁场排列,使其  $\Sigma m \neq 0$ , 对外显示很强的磁性。铁磁物质是一种特殊的顺磁物质,其磁化强度远比一般磁介质要大几百万倍;而且在外磁场撤去之后,仍能保留相当的磁性(磁滞)。

磁媒质被磁化的程度用“磁化强度”表示。假设磁媒质体积元  $\Delta V$  内的净磁矩为  $\Sigma m$ , 则该点的磁化强度定义为

$$M = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Sigma m}{\Delta V} = Nm_{av} \quad (1-38)$$

单位为 A/m。磁化强度是一个矢量,其数值等于该点的分子平均磁矩  $m_{av}$  与分子密度  $N$  的乘积;其方向由分子电流的绕行方向按右手定则决定。因此,磁化强度  $M$  表示单位体积中的分子磁矩。

磁化强度  $M$  与磁场强度  $H$  的关系与磁介质的物理性质有关,而且相差极大。对于各向同性的磁媒质

$$M = M_0 + \chi_m H \quad (1-39)$$

式中,  $M_0$  代表物质的固有磁化强度。

对于铁磁物质,即使没有外磁场也有一定的固有磁化,  $M_0 \neq 0$ 。对于顺物磁质和抗磁物质,都没有固有磁化,  $M_0 = 0$ , 其磁化强度与磁场强度成正比,且同方向,即