

贈閱

大地測量學

(上 冊)

周 祥 甫 主 編



中國人民解放軍測繪學院

1963年 北京

Q11/15.1 B22/20

大地测量学

(本科讲义上册)

周祥甫 主编

中国人民解放军测绘学院

1963年 北京

前 言

一、1962年初为满足有关教学班的迫切需要，开始着手编写本书水平角观测、三角锁网元素精度估计及导线测量等三章，并陆续分章印出使用。1962年下期起才继续组织力量改编其余各章节，1963年12月全部完成，分为上下二册。本书由周祥甫担任主编，全书编写的分工如下：

刘振华同志：水平角观测，三角测量概算，三角高程测量；

游泽林同志：导线测量（其中视差视距导线由徐正扬同志编写）；

郑育富同志：基线测量；

王增藩同志：三角点的选定和标志；

周祥甫同志：绪论，国家水平大地控制网概论，三角锁网元素精度估算，水准测量。

（由张德昌同志编写的军用工程测量暂不并入本书）

二、参加审查讨论的编审组成员尚有王佐歧、马韶銓、叶朱青等同志。绘图及校对工作除教研组全体同志协助外，主要由各章原编写人担任。

三、本书主要是供我院大地专业五年制本科学员使用（本专业专科减授一部分）。今年上期比较深入地学习“少而精”教学原则并重订教学大纲之后，已感到内容偏多，有待于今后审修删节，使用时请注意保持新教学大纲规定的范围和深度。

四、编者水平有限，在科学体系安排及具体内容上，一定存在不少缺点或错误，希望使用的同志多多提出意见和批评。

周祥甫 1963.12.

目 录

(上册)

緒 論

第一部分 大地测量学研究的问题及其作用

〔I—1〕 大地测量学研究的问题和目的·····	1
〔I—2〕 大地测量在社会主义经济建设 and 国防建设中的作用·····	3
〔I—3〕 大地测量简史·····	4

第二部分 地球坐标系

〔II—1〕 水准面、铅垂线及天文坐标系·····	6
〔II—2〕 参考椭球体及大地坐标系·····	8
〔II—3〕 参考椭球体定位及地面观测值归化到参考椭球体面的概念·····	9
〔II—4〕 两种坐标系的关系、垂线偏差·····	11
〔II—5〕 第二部分总结·····	13

第一章 国家水平大地控制网概论

§〔1—1〕 建立水平控制网的方法·····	1—1
§〔1—2〕 建立国家大地水平控制网的基本原则·····	1—3
§〔1—3〕 我国国家大地网布设方案·····	1—5
〔1—3〕 ₁ 国家一等三角锁(天文大地网)布设方案·····	1—5
〔1—3〕 ₂ 国家二、三、四等三角网的布设方案·····	1—9
§〔1—4〕 军用大地控制网·····	1—12
§〔1—5〕 布设水平控制网的特殊方法和方案·····	1—13

第二章 三角点的选定及标志

§〔2—1〕 三角测量计划的拟订·····	2—1
§〔2—2〕 觇标高度计算·····	2—2
§〔2—3〕 选点作业的程序和方法·····	2—6
§〔2—4〕 大地觇标的作用及其种类·····	2—10
§〔2—5〕 大地觇标建造·····	2—13
§〔2—6〕 光标——同照器及同光灯·····	2—13
§〔2—7〕 中心标石的类型及埋设·····	2—20

第三章 水平角观测

§ [3-1]	水平角观测误差及观测操作的一般规则	3-1
[3-1] ₁	外界条件对测角精度的影响	3-1
[3-1] ₂	仪器误差对测角精度影响	3-8
[3-1] ₃	水平角观测的一般规则	3-9
§ [3-2]	完全方向组及其等价观测	3-11
[3-2] ₁	方向法和全圆方向法	3-13
[3-2] ₂	史赖伯全组合测角法	3-24
[3-2] ₃	完全方向组的等价条件	3-37
[3-2] ₄	三方向法	3-42
§ [3-3]	不完全方向组观测	3-49
[3-3] ₁	对称测角法	3-50
[3-3] ₂	不完全方向测回的测站平差	3-53
[3-3] ₃	不完全方向组测站平差的近似方法	3-59
§ [3-4]	观测结果选择	3-60
§ [3-5]	水平角观测作业	3-62
[3-5] ₁	到点后的测前准备	3-63
[3-5] ₂	方位点测设	3-63
[3-5] ₃	三角测量归心	3-64
[3-5] ₄	地面目标点引算到地下中心标石	3-72

第四章 三角测量概算

§ [4-1]	概述	4-1
§ [4-2]	概算的内容和方法	4-2
§ [4-3]	依控制网几何条件检查观测质量	4-5
§ [4-4]	控制网投影到高斯-克吕格尔平面上的化算	4-9
[4-4] ₁	地图投影及大地测量对投影的要求	4-9
[4-4] ₂	高斯-克吕格尔投影概算	4-10
[4-4] ₃	三角网投影到高斯-克吕格尔平面上的计算程序	4-13
§ [4-5]	实用坐标计算	4-17

第五章 基线测量

§ [5-1]	概论	5-1
§ [5-2]	钢钢基线尺	5-3
§ [5-3]	基线尺长度检定	5-6
§ [5-4]	基线测量野外作业	5-10
§ [5-5]	悬链线量线的几种改正	5-11

§ [5-6] 基线测量误差与精度估计	5-15
附录——基线测量长度计算	附-1

第六章 三角锁网元素精度估算

§ [6-1] 导论	6-1
[6-1] ₁ 按条件平差法估算平差值函数中误差	6-3
[6-1] ₂ 按必需量法估算平差值函数中误差	6-5
[6-1] ₃ 推算元素精度估算有关的一些概念	6-7
§ [6-2] 三角锁中推算方位角的精度	6-10
[6-2] ₁ 一端有起算方位角时三角形单锁传距边方位角误差	6-10
[6-2] ₂ 两端有起算方位角时三角形单锁传距边方位角误差	6-14
§ [6-3] 三角锁中推算边长的精度	6-17
[6-3] ₁ 一端有起算边长时三角形单锁传距边的误差	6-18
[6-3] ₂ 两端有起算边长的等边三角形单锁第 K 传距边的误差	6-22
§ [6-4] 三角锁的纵横向误差	6-23
[6-4] ₁ 等边三角形单锁的纵向中误差	6-24
[6-4] ₂ 等边三角形单锁的横向中误差	6-27
§ [6-5] 角度观测系统误差对三角锁角度元素的影响	6-30
§ [6-6] 各类复杂图形锁中元素精度估算公式	6-31
§ [6-7] 连续三角网精度估算	6-34
[6-7] ₁ 连续网中元素精度估算公式	6-35
[6-7] ₂ 连续网中元素精度特征	6-37
§ [6-8] 插入点精度估算	6-42
§ [6-9] 精度估算的应用	6-48
§ [6-10] 测边三角锁精度估算概述	6-56
[6-10] ₁ 大地四边形测边锁精度估算公式	6-58
[6-10] ₂ 其它形式测边锁的精度估算公式	6-63
[6-10] ₃ 测边系统误差的影响	6-64
§ [6-11] 测角、测边三角锁精度估算	6-64
§ [6-12] 各种边角并测锁和测边、测角锁的精度比较	6-69

勘 誤 表

緒 論

第一部分 大地測量學研究的問題及其作用

§ [1-1] 大地測量學研究的問題和目的

大地測量學是研究在廣大面積上精密測定地面點位置（點與點間距離、方位、點的座標、高程）的科學。這些精密點位構成的系統稱為大地控制網。因此，大地測量學也可以說是研究在廣大面積上建立大地控制網的科學。

大面積上精密大地控制網能夠解決兩個方面的重大問題，即技術問題和科學問題。這也就是研究大地測量學的目的。

（1）大地控制網解決的最主要技術問題是控制地形測圖。在大面積上測圖，不論採用何種方法，要能保證適合經濟建設、國防建設的要求，就必須以精確的大地控制網作為基礎。因為，

① 測制地圖過程中，描一條方向，量一段距離，都難免要產生誤差。它們在小範圍顯示不出來，但在大面積上就會逐漸傳遞和累積起來，使圖上方位、距離發生大的誤差，各圖幅之間也將重疊或分裂而不能拼接。如果有了大地控制網作為基礎，大地點之間的精確距離和方向，就能把誤差限制在局部而不致累積，從而保證了地圖的精確度。

② 地球整體形狀近似於一個旋轉橢圓體，它的表面，在小塊面積上可以當作平面描繪，在大面積上就必須把它看作曲面，但橢圓面是不能展成平面的，隨意展平就必然出現裂口和不規則變形。按照大地測量的方法，可以把橢圓面上的控制網點位置，依一定的數學方法保持必要的精度化算為平面上的點位。以這些點位作為基礎來測圖，圖幅既能拼合，圖上距離方位變形的程度也決不會超過使用地圖的精度要求。

③ 一個全國統一的大地控制網，還解決了大規模開展測圖工作的問題。既然我們要多少快好省地進行經濟建設、國防建設，就有必要在廣大領土上所有急需地圖的地區同時開展測圖工作。有了統一座標系統的控制網作為基礎，各個地區測圖逐步擴展相互接觸時，就自然彼此銜接，不會產生矛盾。

綜上所述，可以認為大地測量是大面積測圖必不可少的第一道工序，沒有大地測量就沒有精確適用的地圖。我國擁有近一千万平方公里的領土，大地測量對於測圖的重要尤其顯得突出。

除了控制測圖以外，大地控制網點的精確點位資料（距離、方位、座標、高程），即所謂大地數據，還可以解決經濟建設、國防建設中的一系列工程技術問題，這將在下節中補充闡述。

（2）大地控制網解決的科學問題首先就是提供決定地球形狀大小的主要資料。

決定地球形狀大小是一個複雜的科學問題，需要綜合大地測量、天文測量以及重力測量的結果，才能比較正確地獲得解決。下面介紹一種最簡單的方法的概念：

如果把地球當作一個球體，那麼半徑 R 就可以表示它的形狀大小。當我們測量球面一段

圆弧 S 之长和它所对的圆心角 $\Delta\varphi$ 时 (图 1), 就很容易算得球的半径 R

$$R = \frac{S}{\Delta\varphi}$$

人类第一次测定地球大小, 就是把它当作球形, 按上述原理进行的。

实际上, 地球形状近于一个以短半径为轴的旋转椭圆柱体, 表征它的形状大小的就是基本椭圆的长半径 a 和短半径 b (或 a 和

扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$) 如果在椭圆上测定不同纬度的两段弧 S_1, S_2 之长及弧两端纬度差 $\Delta\varphi_1,$

$\Delta\varphi_2$ (图 2), 由椭圆的数学性质, 有

$$S_1 = \phi_1(a \cdot b \cdot \Delta\varphi_1) = \psi_1(a \cdot \alpha \cdot \Delta\varphi_1)$$

$$S_2 = \phi_2(a \cdot b \cdot \Delta\varphi_2) = \psi_2(a \cdot \alpha \cdot \Delta\varphi_2)$$

既知 $S_1, S_2, \Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$ 解此两方程式即得 a, b (或 a, α)。

弧长 S_1, S_2 可直接测量或间接计算得出, 大面积上大地控制网正是精确决定弧长的最有利的办法; $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$ 则在弧的两端以天文测量的方法测纬度而得, 这称为弧度测量。实际上为了提高决定 a, b (或 a, α) 的精度, 弧度测量常要在很多地方进行。

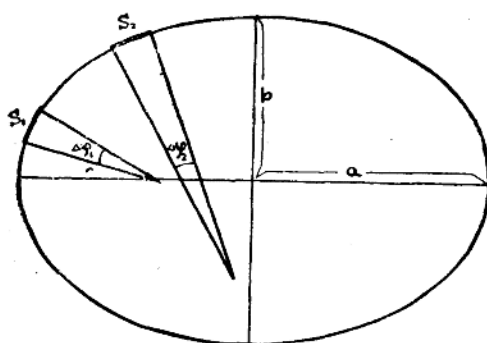


图 2

在某些有密切联系的科学之间常常可以互相利用有益的資料, 来解决本身发展中的問題。与大地测量有联系的学科很多, 除其它测量专业学科外, 比較密切的是地球物理学, 地质学, 海洋学等等。大地测量学一方面常利用它們正确的結論, 一方面又提供大地資料来証实它們的推断。例如: 某一地区地壳常发生緩慢的或激烈的水平位移和垂直位移, 如果定期重复测量該区原有大地控制网, 比較新的和旧的点位, 就能准确发现位移的方向和数量; 把某些地区大地、天文、重力测量資料进行综合分析, 也能了解該区地壳层中不同密度分布的情况等等。

最后, 简单介绍一下大地测量学的范围和內容:

大地测量学的范围原来是很广泛的, 它包括了三角、水准测量(即大地控制网测量), 测量平差, 大地天文学, 椭球面测量学和大地重力学等部分。综合这些部門的知識, 就可以完善地全部解决测定地球形状大小的的理論和技术問題, 所以通常把大地测量学称为研究大面积上以至整个地球形状大小的科学。由于科学的进展和便于研究, 各个部分已分别发展成为互相密切联系的独立学科, 本书只討論建立大地控制网問題。具体的还可以区分为以下的一些专题:

点位的座标系統(水平的和高程的); 控制网的布設方案; 测量儀器的結構性能和运用; 网中长度、角度及高差的精密测量方法和测量誤差的探討; 观测結果的处理和計算; 控制网中元素精度的估計。

此外, 为了国防上的特殊需要还要研究軍用工程測量。

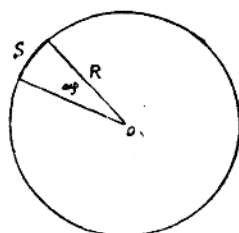


图 1

§〔1-2〕 大地測量在社会主义經濟建設和国防建設中的作用

社会主义事业不断向前进展，其任务是迅速提高生产，发展科学文化，以最大限度地满足人民日益增长的物质文化生活的需要。我們知道各項社会主义經濟建設事业（工、农、交通运输）都要有一套符合多快好省方針的計劃和方案，而一个完善的計劃和方案的制訂，則常常是以精确的地图或大地資料作为依据的。河流的综合利用是一項巨大經濟建設事业，我国有許多大河流，过去和現在都在进行规划施工。我們知道，要确定一系列水庫的壩址、最大庫容、减小淹沒面积，合理规划航运区段、线路及灌溉系統，沒有各种适用的精密地圖和大地資料是无从着手的。例如在黄河的初期规划中就測量了六、七千个三角点，五万多公里的水准以及近二十万平方公里的地形图；为了规划长江的综合利用已測了两万多个三角点和十万公里以上的水准以及各种比例尺地图三十多万平方公里；将来南水北調的宏伟事业中，肯定还需要更多更精确的大地資料和地图。地质探勘是发展工矿业的基础，要准确估計矿藏量，规划矿区建設，既需要精确的地图，也需要钻点的精确座标。此外，大城市、林区、大型农场的规划建设以及巨型工程建筑的勘察施工也离不开地图和大地資料。

近代各种新技术的发展极为迅速广泛，有关新技术的設計施工，仪器机件安装，也总是依靠大地測量技术的综合应用，才能保証其必需的高精度。质子同旋加速器的建設工程就是一个典型的事例。

由于世界上还存在着阶级，帝国主义和一切反动派无时无刻都在妄想破坏我們的建設，妄想摧毁我們的政权。因此，在加强經濟建設的同时，必須加强国防建設，准备随时击潰帝国主义的侵略，以保衛社会主义。

地图和大地数据是国防現代化不可缺少的一項主要資料。統帥部在战役布署战略指挥上要作出正确决定，各級指揮員考虑攻击方向、进攻路綫，规划和布置防御工事，以及作战中如何充分利用地形，各种比例尺地图就是重要的物质保証。要塞、軍港、机坊、兵营、防空基地以及其它軍事基地軍事工程的建立也需要足够的地图和大地控制网。

近距离的火炮射击，必須准确地知道自己和敌人的位置，才能确定射击的方位和距离。为此目的，既要在平时建立国家大地控制网，并以它为基础把大地点加密，而在战役开始前，还要在主防御地带及第二防御地带加密大地点到每四至十平方公里一点，以便于火炮的联測，解决火炮的定向。近年来远程武器迅速发展，射程达数千至一万公里以上，要求大地保証的范围更加广大，精度要求更高，完成時間要求更快，大地測量在国防上的重要性也就更加突出。

由上所举的一些例子，可以充分說明大地測量对社会主义經濟建設、国防建設的重要作用。

目前我国正处在社会主义建設时期，同时，美帝国主义及其追随者也正在加紧准备以我国为主要目标的侵略战争。因此，大地測量工作更需要迅速发展。每一个国防測繪工作者，必須而且應該加强信心和責任感，在党的正确领导下努力学习、努力工作，为不断地滿足經济建設国防建設的需要而奋斗。

§〔1—3〕 大地測量簡史

每一門技術科學的發生、成長和發展，必然是和人類認識自然、改造自然的過程相互密切聯繫。兩千多年以前，初生的大地測量就是作為解決興修水利、丈量農地以及認識地球形狀大小的工具而出現的。例如埃及在尼羅河水泛濫之後總是用測量方法來解決土地的區划；中國夏禹治水也曾使用准繩（測量高低和距離的器械）；而遠在公元前兩百年希臘學者依拉托色尼（Eratosthenes）就曾利用圖（1）所示簡單原理測定了地球的半徑。

由於長時期內社會停滯在封建時代，生產方式簡單，規模較小，測量工具和方法也比較簡陋（例如量距離用短的木尺，測角度用沒有望遠鏡的瞄準器和半徑為幾米到幾十米的度盤；測量方法一直使用導線法）。因而在解決技術問題上，大地測量還沒有被廣泛利用；雖然在測量地球形狀大小方面作了一些工作，實質上也沒有顯著的進步。十七世紀發明了望遠鏡、水準器、游標，改進了儀器；荷蘭人斯奈洛（Snellius）又創立了三角測量法，這才初步奠定了近代大地測量工作方法的基礎。

十七、十八世紀中，歐洲進行了多次有重大意義的大地測量工作。例如，①1616——1740年法國的皮卡（Picard）和卡西尼（Cassini）父子先後在法國進行的以及遠征測量隊在拉卜蘭（芬蘭）、秘魯所進行的弧度測量（按圖（2）的方法），肯定了牛頓（Newton）關於地球形狀的理論：地球近於一個南北扁平赤道凸出的旋轉橢圓體。②1792年法國根據德蘭伯（Delambert）主持的弧度測量結果，確定了公制長度單位“米”（等於地球子午弧長一象限的一千萬分之一）。

同一期間，我國在1702—1710年，也根據大地測量結果確定了每度子午弧長南短北長這一相同結論；而在十八世紀初也按類似的方法規定了中國的長度單位“尺”（規定每度子午弧等於200里，每里1800尺每尺等於一度弧長的三十六萬分之一，或象限弧長的三千二百四十萬分之一）這些成就在時間上都比歐洲早一些，可惜的是在當時社會制度的限制下，未能得到鞏固和繼續發展。

十八世紀末，測量儀器已有很大的改進，大地測量技術又繼承了兩世紀來的知識和經

年 代	推 算 者	長 半 徑	扁 率
1800	德蘭伯 (Delambert)	6375 653 m	1 : 334.0
1841	白塞爾 (Bessel)	6377 399 m	1 : 299.2
1866	克拉克 (Clarke)	6378 206 m	1 : 295.0
1880	克拉克 (Clarke)	6378 249 m	1 : 293.5
1910	海福特 (Hayford)	6378 388 m	1 : 297.0
1929	海斯卡寧 (Heiskanen)	6378 400 m	1 : 298.2
1936	克拉索夫斯基 (Красовский)	6378 210 m	1 : 298.6
1940	克拉索夫斯基 (Красовский)	6378 245 m	1 : 298.3

驗；同时欧洲各国资本主义的发展以及頻繁的战争也对测量制图工作提出迫切的需要，这就为十九世紀大地測量理論和技术更加成熟和发展創造了条件。

十九世紀到二十世紀初，大地測量的理論方法和仪器又有巨大进展，例如德国高斯（Gauss）提出的最小二乘法、座标計算及投影；史賴伯（Schreiber）的測角方法；俄国斯特魯維（Струве）的改进測角仪器，提出的全周方向法；瑞典耶德林（Jaderin）的悬鏈綫綫狀基綫尺測量方法等等。

在实际工作方面，欧美各国进行了大量的大地測量工作，在欧洲、北非、印度、北美布設了大量精密大地控制网。一方面解决測图控制，另一方面作为弧度測量的主要内容。一些大地測量学者单独或综合地应用了各地区的大地网推算了不少关于地球形状大小的数据。上表列出一些比較重要的結果。

其中克拉索夫斯基 1940 年的数值被認為是最可靠的結果。

近二十余年来带有嶄新意义的測量仪器不断出現，例如測量几百公里长度的雷达设备，測量几公里到几十公里距离的光速測距仪及微波測距仪；向自动化发展的照象讀数装置，光电記錄器，自动跟踪目标的測角仪，自动安平的水准仪；以及不受气候影响决定方位的陀螺經緯仪等等。这些发明一方面提高了大地控制网的精度，另一方面也促使大地測量的理論、方法逐步作出相应的重大改变。

最后，談談我国和苏联的巨大进展。

在十月革命以前，苏联曾經作了一些重要的大地測量工作，然而它的巨大成就还是在革命以后。1919 年成立測量总局，根据克拉索夫斯基提出的方案，在以后的二三十年中仅仅高精度大地控制网一项就完成了六、七万公里（克拉索夫斯基推算地球原子使用了其中大部分資料）。另一方面，革命以后的苏联大地測量学者对大地測量的理論和技术进行了广泛深入的研究，大大丰富并发展了这门科学。并使苏联在大地測量方面达到世界水平的前列。

我国在清末开始培养大地測量人員，正式举办正規的大地測量还是到 1930 年才开始，迄至 1949 年，仅作了約 2000 公里的大地高級控制网，质量也不高。

1949 年中华人民共和国成立，立即建立軍事測繪局，逐步开展大規模的大地測量业务。1956 年根据全国人民代表大会的決議，在国务院又設立了国家測繪总局。短短十年就作了数万公里高质量的高精度国家大地控制网，这个速度在世界历史上也是空前的。此外，專門院校以及科学研究机构也陸續設立，发展壮大，并已在大地測量的理論技术研究方面作出一定成績。

中苏两国在大地測量的突出成就，充分証明了社会主义制度的无比优越性。

第二部分 地球坐标系

要精确地决定地面点的位置，首先必須确定点位的座标系統。

地球在整体上接近于一个以短軸为旋轉軸的旋轉橢圓体。因而大地測量学中就采用所謂地理座标系，按经度和纬度来确定位于橢圓体面上点的位置。由于地面点是空間的点，还須加上第三个参数，即地面点到橢圓体面的垂直距离——高程，点位才能完全确定。

大地測量学中还常用方位角和距离来表示橢圓体面上点与点的相对关系。这就是极座标表示法。它們和地理座标可以通过橢圓体面上元素的数学关系互相換算。

但是要确立这一座标系統，还需要解决一系列問題。例如：这个作为座标系基准的橢圓

体面的形状大小如何？它在什么地方？它和地面点、和实际测量工作有什么联系？地面上的点如何在它上面确定下来等等。要解决这些问题，通常是通过一个过渡的关系表面，那就是一个特选的水准面——大地水准面。

以下各节将分别讨论大地水准面的特征和它所决定的坐标系；椭圆体面的确定和它所决定的坐标系；点所在的自然表面、大地水准面以及椭圆体面三者的关系；两种坐标系之间的关系等等问题，从而给出一个明晰的严密的决定点位的概念。这是在学习这门科学之前必须了解的一个基本问题。

严格地说，高程是点位三个参数之一，是不能分割的。但它和地理座标之间的内在联系并不是很密切，生产实践和应用方面它暂时也是自成体系。为了便于研究、讨论充分，把它留到后面高程控制网中去详细阐述，这里只作简单介绍。

§ [I-1] 水准面、铅垂线及天文坐标系

在实际测量工作中，测量资料数据是通过测量仪器获得的，而测量仪器的安置却是以仪器上的水准器作为标准。例如我们总是使仪器的一些水平轴线与表示水平方向的水准器轴线平行；使仪器垂直旋转轴线与水准面成正交等等。可见实测获得的数据就是和这些线、面有密切关系的东西。

水准面、铅垂线

水准面就是液体静止的表面。我们知道，宇宙空间存在着很多的作用力，对地球附近来说，作用力中最主要的就是地球质量的引力和地球旋转的离心力这两种力的合成力称为重力，合成力的作用线是一条曲线称为重力线。重力线上某点的切线方向就是该点的重力方向或铅垂线方向（简称铅垂线）。大地重力学中将证明，一条重力线上相距 1000 米两点的切线方向之差最大仅约 $0''.17$ 秒。因此在大地控制网测量中，对“重力线”“重力方向”“铅垂线方向”“铅垂线”习惯上均视为同一概念，不加区别。

物理学上指出：当液体的表面趋于静止平衡，就意味着这个表面处处都和铅垂线方向垂直，否则液体就要流动。因此，我们得到水准面的主要特性为：水准面的表面处处和铅垂线垂直。根据这个特性，可以更细致具体地来描绘水准面：

水准面数量是无穷的。因为通过铅垂线上无穷多个无限接近的点都各有一个水准面。

相邻水准面互不平行、向两极收敛。图(3)示两相邻近水准面，M点在Q点以北。设在M处有单位质点，它沿铅垂线方向由M运动到N，则重力对它所作之功为 $g_1 dh_1$ ，当它沿水准面移动一微小距离 ds 至O，由于重力与运动方向垂直，在运动方向上分力为零，故所作之功为零 ($g \cdot \cos 90^\circ \cdot ds = 0$)。以此推之，由N至P所作之功也必为零。再由P沿PQ至Q点所作之功为一 $g_2 dh_2$ 。最后由Q运动至M所作之功也为零。这样，由M出发再回到M点，其功的总和应为零，即

$$g_1 dh_1 - g_2 dh_2 = 0$$

$$g_1 dh_1 = g_2 dh_2$$

我们知道，由于离心力的作用，重力加速度 g 值是赤道最小、向两极增大的，因此， $g_1 > g_2$ ，故得 $dh_1 < dh_2$ 。

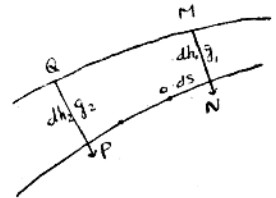


图 3

沿水准面所作之功为零，按物理学功能互换的原理，任一水准面上位能是相等的，因此水准面也称为等位能面。

水准面是一个闭合曲面。总的形状近于旋转椭球面。无穷多的铅垂线其方向都向着地球质量核心，在每条铅垂线上都可以找到一个位能相等的点。联接它们必然构成一个闭合曲面。由于地球是旋转体，两极的重力大于赤道附近的重力，因此，这一闭合曲面必然成为两极下压赤道凸出的形状。

水准面是一个不规则的复杂的曲面。地球实体表面起伏不平，地壳（厚约一二百公里的表层）内物质分布也不平均，铅垂线的方向也必然会产生轻微的不规则的变化。这样一来和铅垂线垂直的水准面也就成为微有起伏的复杂表面。参看下面图（5）。

水准面和地球自然表面的关系基本上是固定的。水准面的形成是重力的结果，地球实体总的形状、质量以及地球的旋转速率基本上是不变的，重力及其方向也基本上是不变的。因而，任一水准面和地球实体、自然表面的相互关系，也必然是基本上固定的。

综合上面各点，我们对于水准面就有了一个完整清楚的概念。

仪器上的水准器轴线表示一条水平线的方向，在旋转中，这条线就形成一个过测站水准面的切平面，仪器的旋转轴就和铅垂线一致。可见实际测量数据就是以水准面和铅垂线作为基准面、线的。

水准面数量无穷，我们则只需要一个单一的基准面，因此就其中选用一个特殊的水准面——海洋的静止表面，并想象地使它深入陆地下方，处处保持与铅垂线垂直这一基本特性，最后构成一个闭合面。这个闭合面称为大地水准面，它所包围的形体称为地球体。这样选择是因为海洋有广大的实际表面，并有长期不变性，既便于实际联系，一个国家以至全世界都可以用为共同的基准。

附带指出：在第一部分里曾提到利用大地测量及天文重力资料来决定地球形状大小。地球自然表面起伏上下、高低悬殊、漫无标准，所谓地球形状大小，就是指一个和大地水准面整体或部分最密合的旋转椭球体的形状大小而言。

天文坐标系

把取得测量数据的方法和大地水准面的概念联系起来，我们就得到实际测量工作中的点位座标系统，这个系统是以铅垂线水准面作为基准的。

图（4）中包含测站铅垂线 QT 的平面都称为测站的垂直面，其中和地球旋转轴 PP_1 平行（註）的垂直面称为过测站的天文子午面（ $P'Q'RP_1O'$ ）；与天文子午面垂直的垂直面称为天文卯酉面（ $MQ'NT$ ）；通过地球体重心（ O ）与地球旋转轴垂直的面称为地球赤道面（ ERE_1O ）。把起始子午面、赤道面和大地水准面取为座标面，可得，

天文经度——本地天文子午面与格林尼治起始子午面间的夹角（ $\angle EO'R$ ）称为天

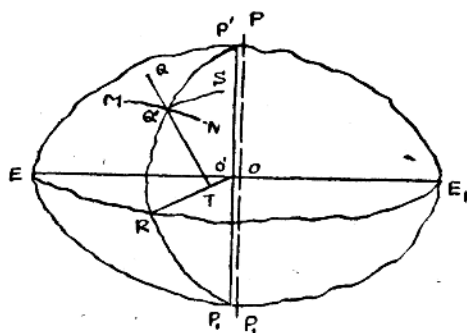


图 4

（註）由于地球表面起伏及地壳物质分布不均，铅垂线 QT 的方向是不规则的，它一般不通过地球旋转轴 PP_1 ，因而包含 QT 的天文子午面也一般只能和 PP_1 平行。

文經度。通常以符号(λ)表示。

天文緯度——本地天文子午面上鉛垂綫与地球赤道面的交角($\angle QTR$)称为天文緯度。通常以符号(φ)表示。

高程——地面点沿鉛垂綫到大地水面的距离 QQ' ，称为正高。

天文方位角——本地天文子午面与对准另一点的垂直面間的夹角($\angle P'Q'S$)称为天文方位角。通常以符号(α)表示。

这一坐标系称为天文地理坐标系，按照天文测量的方法获得的座标，就是天文地理座标。簡称为天文座标。

由于作为基准的鉛垂綫其方向的变化极不規則，[图(5)箭头表示鉛垂綫方向]，所以精密的大地控制网点位不能应用这一坐标系(下面还要具体地談到它的不規則变化的程度)；同时有轻微起伏的大地水准面不是一个简单的数学表面，这个表面上点与点的“距离”的概念是含混不清的，在这个表面上进行数学运算也是不可能的。因此，还須进一步探索一个适用于大地测量的座标体系。

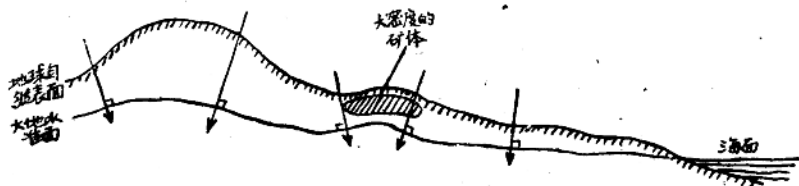


图5

§ [II-2] 参考橢圆体及大地坐标系

参考橢圆体

和地面点位及实际测量数据直接关联的大地水准面既然不适宜作为大地测量上点位的基准，那么，最好的解决办法是去找到一个和大地水准面直接关联的橢圆体来代替它。

按照大地水准面的特征，当我们掌握了有世界规模的有关大地水准面的大地、天文、重力测量数据，就不难获得一个和它极其密合并密切关联的橢圆体。这个橢圆体称为总地球橢圆体，它具有如下特征：

- ① 橢圆体中心与地球重心重合，短軸与地球旋轉軸重合；
- ② 橢圆体体积与大地水准面所包围的体积相等；
- ③ 大地水准面对橢圆体面的距离（称为大地水准面的起伏）的平方和为最小。

②和③确定了橢圆体的形状大小，①和③确定它和大地水准面的关系位置。如果再把两个面上的两个点对应地固定下来，大地控制网中的地面点就都可以投影到橢圆体面上，問題就全部解决了。

但是找到这样的橢圆体还不是短期内可以办到的。为了确定一个国家范围的点位，应当用一个和本地区大地水准面最密合的橢圆体来代替。而在最初阶段，还可以选择邻近国家或地区资料所决定的橢圆体作为过渡。

我国采用的橢圆体是克拉索夫斯基橢圆体。这是迄至目前为止比較接近于总地球橢圆体

的数据, 实践中也证明它基本上符合于我国领土范围内的大地水准面。它的参数为:

长半径: $a = 6378245^m$

扁率: $\alpha = \frac{1}{298.3}$

椭圆体选定之后, 通过大地水准面把它和地球实体的关系固定下来 (这叫作定位, 见下 § [I-3]), 我们称此椭圆体为这个国家的参考椭圆体。参考椭圆体面及其法线就是这个国家大地控制网点坐标系的基准面、基准线。

大地坐标系

有了坐标系的基准面线, 我们就可以严密地来定义大地测量学中最终表示点位的大地地理座标, (简称大地座标), 高程和大地方位角。

图 (6) 中, PP_1 为椭圆体的短轴; 包含过一点 Q 对椭圆体面所作法线 QQ_1T 的平面称为法面, 包含短轴的法面为过 Q 点的大地子午面 (PQ_1RP_1O); 与子午面垂直的法面称为大地卯酉面 (MQ_1NT) 与短轴正交并通过中心 O 的平面称为赤道面 (ERE_1O)。把起始子午面和赤道面和椭圆面取为座标面, 可得:

大地经度——本地大地子午面与起始子午面间的夹角 ($\angle EOR$ 或 $\angle EPR$), 称为大地经度。通常以符号 (L) 表示。

大地纬度——本地大地子午面上法线与赤道面的交角 (Q_1TR) 称为大地纬度。通常以符号 (B) 表示。

大地高程——地面点沿法线至椭圆体面上的距离 (QQ_1) 称为大地高程 (或称大地高)。通常以符号 (H) 表示。

大地方位角——本地大地子午面与对准另一点的法面间的夹角 ($\angle PQ_1S$) 称为大地方位角。通常以符号 (A) 表示。

点间距离——椭圆面上两点间的最短联线。

把大地控制网点沿法线投影到参考椭圆体面上, 从一点的座标出发结合点与点间的方位角和距离, 按椭圆体面的数学关系, 就可以推算其余各点的座标。显然, 这样推算得到的点的座标就是大地座标。

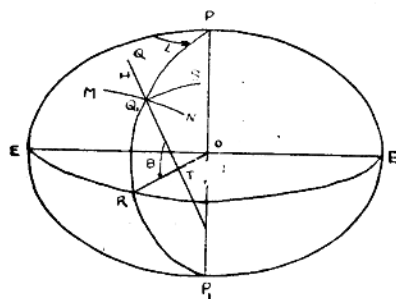


图 6

§ [I-3] 参考椭圆体定位及地面观测值归化

到参考椭圆体面的概念

参考椭圆体定位

为了根据地面观测值来决定点在椭圆面上的座标, 首先必须把参考椭圆体通过大地水准面按一定条件和地球实体 (或自然表面) 的关系固定下来。这也就是须要把大地座标系在天文座标系中的位置固定下来。

定位是大地测量学中的一个复杂问题，将在高等测量学中详述。这里只提出一个最简单的定位方法。

在大地控制网中选定一个地面点作为定位的标准点，（同时也是控制网推算大地坐标的起始点）称为大地原点。在原点上测定：点的天文经纬度 λ_0, φ_0 ；点到大地水准面的垂直距离 h_0 。（正高），以及原点到附近另一点的天文方位角 α_0 。令

$\lambda_0 = L_0$ 。（原点的大地经度），

$\varphi_0 = B_0$ 。（原点的大地纬度），

$\alpha_0 = A_0$ 。（原点到附近另一控制网点的大地方位角），

$h_0 = H_0$ 。（原点的大地高）。

这样就意味着：原点的法线和铅垂线重合，赤道面与地球赤道面平行；测站的大地子午面和天文子午面重合，起始的大地子午面和起始的天文子午面平行；原点到另一点的法面和垂直面一致；参考椭球面在原点下方 h_0 处与大地水准面相切。

各基准面、线保持上述关系，可以认为参考椭球体和地球实体已经固结在一起。或者说，两种坐标系的关系已固定下来了。

决定地面点在参考椭圆面上的坐标

定位以后，把地面点沿法线归化到参考椭圆面上，就能得到点的最终位置即大地坐标。

归化的实质是：把地面点上观测的方向（角度）及地面上测得的点间距离化算为椭圆面上的方向（角度）和距离，构成椭圆面上的大地控制网。经过平差解算出角度及距离的最或是值，以原点上观测的天文坐标 φ_0, λ_0 作为起算的大地坐标 B_0, L_0 ，以天文方位角 α_0 作为起算的大地方位角 A_0 ，应用椭圆面上数学关系，即可逐一推算网中各点的大地坐标 B_i, L_i ，及各边的大地方位角 A_{ik} 。

地面观测的方向（角度）及边长向椭圆面化算的具体算式将在高等测量学及本书第五章讨论，一般情况下，边长改化的数值比较大，各级大地控制网中，所有实测的边长都应当化算。方向改化共有三项，习惯称为三差改正（垂线偏差改正，标高差改正，截面差改正）。它们为量都很小，只在精度较高的大地控制网中才计算改化；低等大地网中则可以直接把地面观测的方向（角度）当作椭圆面上的方向（角度）。

下面简略地介绍这些改化的概念。

长度化算 把在地面测量的两点间距离 $\widehat{AB}$ 化算为该两点在椭圆面上投影点间的距离 $\widehat{a-b}$ 称为长度化算（图(7)）。这一改化值主要与测量地点的高程 H 有关。当 H 分别为 100m, 600m, 及 1000m 时，改化值相应约为原长的 1:64000, 1:10000, 及 1:6400。这些数值都是比较大的，各级大地网中，所有实测边长都应当计算改化。

方向化算 这一类改算，共有三个内容：

①垂线偏差改正 地面点既然都是沿法线方向投影到椭圆体面上，那么椭圆体面上的观测值应该是以投影点上法面方向为准。实际观测值都是以地面点上垂直面作为照准目标的面。因而两个方向值之间就有一个差值。这一数值是不大的，当 ξ_1, η_1 各等于 3" 时，在一般大地网中改化值最大可达 0'1 - 0'2。

②照准点高程改正（标高差改正）要了解这一改化原理，首先要了解相对法面的概念。

椭圆体面上一点的法线与短轴有一交点，纬度愈大交点愈下降，纬度减小交点就沿短轴上升。如图(8)中， Q_1 点法线交短轴于 K_1 ， Q_2 点法线交短轴于 K_2 ，如 Q_1, Q_2 纬度相同， K_1, K_2 就重合，如纬度不同，则 K_1, K_2 分离。可见由 Q_1 照准 Q_2 的法面 $Q_1K_1Q_2$ 一定不能包含 Q_2 点的法线 Q_2K_2 ，反之亦

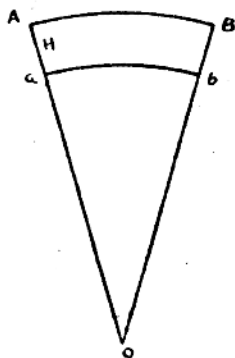


图 7

然。这就是纬度不同两点的法面不合而为一的解释。

设在地面上由 Q_1 观测高出椭圆体面的 Q_2 (图(9))。所谓椭圆体面上的方向值, 应该是把点都沿本法线投影到椭圆体面上来观测。今 Q_2 点位于高程为 H 处, 它沿法线 Q_2K_2 在椭圆体面上投影是 Q_2' , 故椭圆体面上方向应为 Q_1Q_2' 。但从 Q_1 照准 Q_2 的法面不能包含 Q_2 的法线, 也就是说不能照准 Q_2' 点而只能照准 Q_2'' 。这一小角度 $\angle Q_2'Q_1Q_2''$ 就是照准点高程改正。这一改正主要是随高程 H 而变, 在 $B=30^\circ$ 地区, $H=200\text{m}$, 1000m 时, 改正数最大值分别为 $0''.015$, $0''.075$ 。在我国青藏高原, 这一改正普遍是较大的。

③截面差改正 当点都在椭圆体面上时, 按相对法截线的概念, 在 Q_1 以法面 $Q_1K_1Q_2$ 照准 Q_2 时, 在椭圆面上截出交线 Q_1aQ_2 。在 Q_2 以法面 Q_2K_2 照准 Q_1 时, 于椭圆面上截出交线 Q_2bQ_1 这即是说交线 Q_1aQ_2 Q_2bQ_1 表示 Q_1 测 Q_2 的方向, Q_2bQ_1 则代表 Q_2 测 Q_1 的方向线。参考图 (10)。

实际上椭圆体面上表示方向和距离的线是大地线 Q_1OQ_2 (图(10))。它位于 a, b 之间, 在 Q_1 端接近于 Q_1aQ_2 , 在 Q_2 端近于 Q_2bQ_1 。这一变化就是把法截线方向改到大地线方向, 改正值 v 就是截面差。

这一数值更为微小, 在 $B=30^\circ$ 地带, 当边长 S 分别为 10km , 30km , 100km , v 分别为 $0''.0002$, $0''.002$, $0''.02$ 。

附带指出: 为了简化计算及提供测图控制所需的平面点位, 可以把椭圆面上的角度、边长化算为平面上的数值, 构成平面上的控制网。然后再进行平差及以后的计算, 并最后算得点的平面直角坐标 x_i , y_i , 座标方位角 T_{ik} 及平面边长 D_{ik} 。(见本书第四章)。

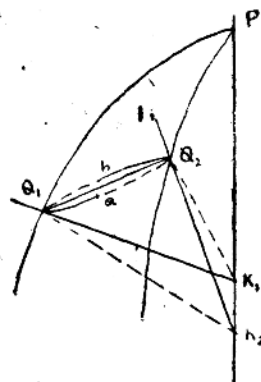


图8

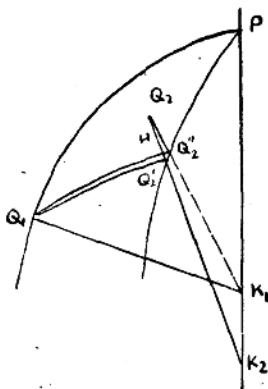


图9

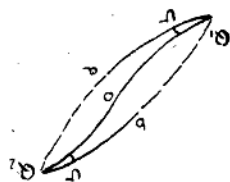


图10

§ [II-4] 两种坐标系的关系, 垂线偏差

当椭圆体面已经和大地水准面固定在一起之后, 由于两个表面一般不平行, 对地面其它任何一点而言, 该点的两条基准线(对水准面的铅垂线和对椭圆体面的法线)一般也不重合, 因此该点的两种座标值也一般是不一致的。即

$$\varphi \neq B \quad \lambda \neq L$$

我们把铅垂线与法线的交角定名为垂线偏差(通常以 u 表示)。就参考椭圆体而论, 椭圆体的大小、形状不同, 或者确定两体关系位置的方法有变动, 垂线偏差的数值和方位也会变化, 所以一般称为相对垂线偏差。对于总地球椭圆体来说垂线偏差就成为不变的量, 故称