

数 学



钟建华 彭 军 主编



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材(机电类专业)

数 学

钟建华 彭 军 主编

人民邮电出版社
北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

数学 / 钟建华, 彭军主编. —北京: 人民邮电出版社, 2007.8

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材 (机电类专业)

ISBN 978-7-115-16163-5

I. 数... II. ①钟...②彭... III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 061350 号

内 容 提 要

本书分为两大部分: 第一部分为初等数学 (第 1 章至第 6 章), 该部分结合机电类专业学习的需要, 介绍了相关的数学基础知识; 第二部分为高等数学 (第 7 章), 该部分介绍了微积分的基本思想和有关公式、运算法则, 重点讲述结论与方法。全书按模式结构编排, 教师可根据本校的实际教学需要灵活安排。

本书可作为中等职业技术学校机电类专业的教材, 同时也可供从事机电技术工作的人员阅读参考。

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材 (机电类专业)

数 学

-
- ◆ 主 编 钟建华 彭 军
责任编辑 付方明
执行编辑 蔡华斌
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京密云春雷印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 13.25
字数: 323 千字 2007 年 8 月第 1 版
印数: 1—5 000 册 2007 年 8 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-16163-5/O1

定价: 20.00 元

读者服务热线: (010)67129264 印装质量热线: (010)67129223

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材(机电类专业)

编 委 会

主 任: 王德洪 杨承毅

编 委: 罗文彩 余宏生 张国俭 吴忠良
张贵社 严义章 胡楚银 张珍明
周志文 周四六 吕 海

策 划: 丁金炎

丛书前言

《国务院关于大力发展职业教育的决定》指出“职业院校要根据市场和社会需要,不断更新教学内容,合理调整专业结构,大力发展新兴产业和现代服务业的专业,大力推进精品专业、精品课程和教材建设”,这不仅给职业院校的办学,同时也为我们开发职业教育教材指明了前进的方向。

对职业教育而言,满足国民经济发展的需要才是职业教育真正的主题。职业教育活动围绕着专业技能的需要而展开,不仅是就业市场的需求,也是职业院校办学理念上的回归。职业院校“以就业为导向”的办学方针,意味着职业教育办学必须树立向市场靠拢的职教理念,探索与之相对应的职教模式。

本系列教材是我们借鉴加拿大 CBE (Competency-Based Education) 教学思想的一次实践,也是借 DACUM 方法来开发教学计划的具体探索。本系列教材包括专业基本理论、专业群技术基本功和专业技能实训 3 个类别。新编教材忠实贯彻了“以就业为导向”的指导思想,克服了“过多强调学科性”及“盲目攀高升格”的倾向,重视知识、技能传授的宏观设计及整体效果,改变了中国教材在原学科体系基础上加加减减的编写方法。

与当今市面上的同类教材相比,本系列教材的主要特点有:

- (1) 教材结构“模块化”。一个模块一个知识点,重点突出,主题鲜明。
- (2) 教材内容“弹性化”。适应“生源”水平的差异和订单式职业教育的不同需求。
- (3) 教学内容“本体化”。教材内容不刻意向其他学科扩展,追求系列教材的组合效应。
- (4) 合理控制教学成本。如今,不计教学成本的时代已经离去,针对中职教育投资不足的现状,本系列教材要求作者对每一个技能实训的成本做出估算,以控制教学成本。
- (5) 针对目前中职学生的认知特点,本系列教材强调图文并茂、直观明了、便于自学,充分体现“以学生为本”的教学思想。

综上所述,本系列教材是符合当今中等职业教育发展方向的一个有潜在价值的教学模式。本系列教材的作者都是长期担任相关课程教学工作的有工程背景的教师,他们不仅具备扎实的理论功底,还在职业技能方面积累了大量的经验。正是由于本系列教材的作者们具备了这些条件,才有了本系列教材的高质量出版。

总之,本系列教材的出版价值不仅在于它贯彻了国家教育部对于中等职业教育的改革思想,而且与当前就业单位“招聘的人能立即上岗”的要求合拍,并为学生毕业后在机电类各专业间转岗奠定了最基本的知识和技能基础。同时其新(新思想、新技术、新面貌)、实(贴近实际、体现应用)、简(文字简洁、风格明快)的编写风格令人耳目一新。

如果您对这个系列的教材有什么意见和建议,或者您也愿意参与到这个系列教材中其他专业课教材的编写,可以发邮件至 wuhan@ptpress.com.cn 与我们联系,也可以进入本系列教材的服务网站 www.ycbook.com.cn 留言。

编委会

前 言

本书是在“职业教育基础课学习为专业教学服务”的指导思想下,根据当前中等职业学校教学的实际情况,基于“够用、实用、适用”的原则,充分体现职业教育的特色,以机电类专业必需的数学知识构建框架,在“强基础,重应用,易操作,可拓展”的平台上编写而成的。

本书分为两大部分。初等数学部分(第1章至第6章)作为基础知识,是全书的重点,这部分为读者提供必要的数学基础理论,如逻辑代数和二进制、十六进制的引入,三角函数、立体几何、解析几何、复数章节中选用的一些与机电类专业有关的既有个性又有共性的例题与习题,以及数控加工基点的相对坐标和绝对坐标的计算,这将使读者深切感受到数学在机电类专业中的广泛运用,从而体会到掌握相关数学知识的重要性。高等数学部分(第7章)介绍了微积分的基本思想和有关公式、运算法则,这部分主要要求读者掌握结论与方法,能够理解和运用高等数学中的有关概念和计算方法,以便快速准确地解决机电行业中的一些实际问题。

本书按模块式结构编排,内容删繁就简,阐述独到,是一本易教易学的专业性数学教材。目的是为读者今后进一步学习相关专业课程或在实际应用方面打下一定的基础。本书目录中打“*”号的章节为选学内容。

本书由武汉市第二职业教育中心学校钟建华老师和武汉铁路职业技术学院彭军老师主编,参编人员有原武汉市中等职业教育数学教研中心主任张帆老师、荆州市工业学校方雄老师、武汉市交通学校郑晓君老师。其中第1章由张帆编写,第2章和第7章由彭军编写,第3章和第6章由钟建华编写,第4章由方雄编写,第5章由郑晓君编写。全书由钟建华老师统稿。

本书在编写过程中参考并吸收了有关教材及著作的成果,得到了武汉铁路职业技术学院杨承毅老师的热情帮助,在此对为本书做出贡献的同志表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 集合与函数	1
1.1 集合的概念	1
习题 1.1	4
1.2 集合的运算	4
习题 1.2	7
1.3 二进制与十六进制	7
习题 1.3	11
1.4 逻辑变量与逻辑运算	11
习题 1.4	14
1.5 函数及其性质	15
习题 1.5	18
1.6 指数与对数	19
习题 1.6	24
*1.7 幂函数	25
习题 1.7	28
*1.8 指数函数与对数函数	28
习题 1.8	32
1.9 函数的应用	33
习题 1.9	34
本章小结	35
复习题 1	36
第 2 章 三角函数	39
2.1 角的概念的推广	39
习题 2.1	43
2.2 任意角的三角函数	43
习题 2.2	46
2.3 同角三角函数的基本关系式	47
习题 2.3	48
2.4 诱导公式	49
习题 2.4	51
2.5 三角函数的图像和性质	52
习题 2.5	56
2.6 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	57
习题 2.6	59

2.7	已知三角函数值求角	60
	习题 2.7	61
2.8	两角和与差的三角函数	61
	习题 2.8	64
2.9	三角函数的和差化积与积化和差	65
	习题 2.9	67
2.10	三角函数在电学中的应用	67
	习题 2.10	68
2.11	解三角形及其应用	69
	习题 2.11	72
	本章小结	73
	复习题 2	75
第 3 章	立体几何	78
3.1	空间图形的直观图	78
	习题 3.1	81
3.2	正投影与三视图	81
	习题 3.2	84
3.3	平面及其基本性质	85
	习题 3.3	87
3.4	空间两条直线的位置关系	87
	习题 3.4	90
3.5	直线和平面的位置关系	91
	习题 3.5	95
3.6	平面和平面的位置关系	97
	习题 3.6	101
3.7	几何体的表面积和体积	102
	习题 3.7	109
	本章小结	109
	复习题 3	110
第 4 章	平面解析几何	113
4.1	两点间的距离、线段的定比分点	113
	习题 4.1	116
4.2	直线	116
	习题 4.2	120
4.3	两条直线的位置关系	120
	习题 4.3	123
4.4	圆	123
	习题 4.4	128
*4.5	椭圆	129
	习题 4.5	132

*4.6 双曲线	132
习题 4.6	136
*4.7 抛物线	136
习题 4.7	140
本章小结	140
复习题 4	143
第 5 章 坐标变换、参数方程与极坐标	146
5.1 空间直角坐标系	146
习题 5.1	148
5.2 坐标变换	148
习题 5.2	149
5.3 绝对坐标和相对坐标	150
习题 5.3	151
5.4 数控加工中曲线端点坐标的计算	152
习题 5.4	156
5.5 极坐标与参数方程	157
习题 5.5	160
本章小结	161
复习题 5	162
第 6 章 复数	164
6.1 复数的概念	164
习题 6.1	167
6.2 复数的运算	168
习题 6.2	170
6.3 复数的三角形式和指数形式	170
习题 6.3	174
6.4 复数在电学中的应用	174
习题 6.4	176
本章小结	176
复习题 6	177
第 7 章 微积分基础	179
7.1 导数的概念	179
习题 7.1	181
7.2 导数的运算法则	181
习题 7.2	182
7.3 微分	183
习题 7.3	185
7.4 导数的应用	185
习题 7.4	188
7.5 积分的概念及其运算	188

习题 7.5	191
7.6 定积分的应用	191
习题 7.6	193
本章小结	194
复习题 7	195
附录 常用积分公式	197

第1章

集合与函数

集合是数学中重要的基本概念之一，逻辑代数是现代数学分支——数理逻辑的最基本的组成部分，函数不但是数学中的一个极其重要的概念，而且是机电类专业必不可少的数学基础。本章先介绍关于集合的一些基本概念和简单运算、二进制和十六进制、逻辑变量与逻辑运算，然后介绍函数的概念和有关的基本知识。

1.1 集合的概念

1. 集合与元素

考察下面几组对象：

- ① 某校的全体学生；
- ② 某校图书馆的全部藏书；
- ③ 小于 100 的所有自然数；
- ④ 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的所有解；
- ⑤ 到一个角的两边距离相等的所有点。

它们是由一些事物组成的整体，称为集合，而这些事物中的每一个对象称为这个集合的元素。例如，①是由某校的全体学生组成的集合，这所学校的任何一个学生都是这个集合的元素。

对于一个给定集合，其中的元素是确定的。就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素。例如，③中 99 是“小于 100 的所有自然数”这个集合中的元素，而 100 则不是这个集合的元素。

对于一个给定集合，其中的元素是互异的，且与排列次序无关。

也就是说，集合中的元素具有：确定性，互异性，无序性。

集合通常用大写英文字母 A 、 B 、 C ……表示。

用小写字母 a 、 b 、 c ……表示集合的元素。

如果 a 是集合 A 的元素，记为 $a \in A$ ，读作 a 属于 A ；如果 a 不是集合 A 的元素，记为 $a \notin A$ ，读作 a 不属于 A 。

由数组成的集合称为数集，常用数集及其记法如下：

自然数集记为 N ；

正整数集记为 $\mathbf{N}^+$ 或 $\mathbf{N}_+$;

整数集记为 $\mathbf{Z}$;

有理数集记为 $\mathbf{Q}$;

实数集记为 $\mathbf{R}$, 正实数集记为 $\mathbf{R}^+$, 负实数集记为 $\mathbf{R}^-$.

集合的表示方法, 常用的有列举法和描述法.

列举法是把集合中的元素一一列举出来并写在大括号内的方法. 例如, 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的所有解组成的集合可以表示为 $\{1, 2\}$.

描述法是把集合中元素的公共属性描述出来并写在大括号内的方法. 这时往往在大括号内先写上这个集合元素的一般形式, 再画一条竖线, 在竖线右边写上这个集合元素的公共属性. 例如, 不等式 $x - 3 > 2$ 的解集可以表示为 $\{x \mid x - 3 > 2\}$. 又如, 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的所有解组成的集合可以表示为 $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

一般地, 含有有限个元素的集合称为有限集, 含有无限个元素的集合称为无限集, 不含任何元素的集合称为空集, 记为 $\emptyset$.

2. 集合与集合的关系

(1) 集合的包含关系

对于集合

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\};$$

$$P = \{a, b, c\}, Q = \{c, b, a\}.$$

不难看出, 集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 集合 P 的任何一个元素都是集合 Q 的元素.

一般地, 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 称为集合 B 的子集, 记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, 读作 A 包含于 B , 或 B 包含 A .

对于一个非空集 A , 因为它的任何一个元素都是属于 A 本身, 所以

$$A \subseteq A.$$

也就是说, 任何一个集合是它本身的子集.

由于空集是不含任何元素的集合, 所以规定: 空集 $\emptyset$ 是任何集合 A 的子集, 即

$$\emptyset \subseteq A.$$

如果集合 A 是集合 B 的子集, 且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 称为集合 B 的真子集, 记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$, 读作 A 真包含于 B , 或 B 真包含 A .

例如, 集合 $A = \{1, 2\}$ 不但是集合 $B = \{1, 2, 3\}$ 的子集, 而且还是它的真子集, 可记为

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A.$$

根据真子集的定义还可以知道: 空集是任何非空集的真子集, 即

$$\emptyset \subset A.$$

为了形象地说明集合之间的包含关系, 常用圆(或任何封闭曲线围成的图形)表示集合, 而用圆中的点表示该集合的元素, 这样的图形称为文氏图.

图 1-1 表示集合 A 是集合 B 的真子集.

对于集合 A 、 B 、 C , 如果 $A \subset B$, $B \subset C$, 那么 $A \subset C$, 如图 1-2 所示.

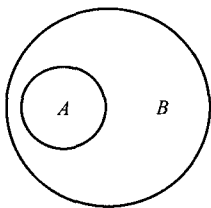


图 1-1

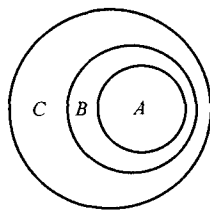


图 1-2

显然，自然数集 $\mathbf{N}$ 、整数集 $\mathbf{Z}$ 、有理数集 $\mathbf{Q}$ 、实数集 $\mathbf{R}$ ，有如下包含关系：

$$\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}.$$

(2) 集合的相等关系

已知集合： $P = \{a, b, c\}$ ， $Q = \{c, b, a\}$ ，它们元素完全相同。

一般地，如果集合 A 与集合 B 的元素完全相同，那么就称集合 A 等于集合 B ，记为 $A = B$ 。

由集合相等的定义，可得：

如果 $A \subseteq B$ ，又 $B \subseteq A$ ，那么 $A = B$ 。

【例 1】写出集合 $S = \{1, 2, 3\}$ 的所有子集与真子集。

解 S 的所有子集是： $\emptyset$ 、 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$ 、 $\{1, 2\}$ 、 $\{1, 3\}$ 、 $\{2, 3\}$ 、 $\{1, 2, 3\}$ 。

S 的所有真子集是： $\emptyset$ 、 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$ 、 $\{1, 2\}$ 、 $\{1, 3\}$ 、 $\{2, 3\}$ 。

【例 2】说出下列两个集合之间的关系：

① $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ；

② $P = \{x \mid x^2 = 4\}$ ， $Q = \{-2, 2\}$ 。

解 ① $A \subsetneq B$ ；② $P = Q$ 。

【例 3】设 $A = \{x \mid -4 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{R}\}$ ， $B = \{x \mid -1 < x < 3, x \in \mathbf{R}\}$ ，讨论集合 A 与集合 B 的包含关系。

解 从图 1-3 可以看出 B 是 A 的真子集，即 $A \supsetneq B$ 。

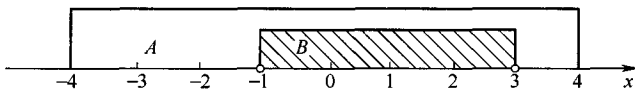


图 1-3

3. 区间

在集合的表示中常用到区间的概念。

设 a, b 是两个实数，而且 $a < b$ ，规定：

① 满足 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合称为闭区间，记为 $[a, b]$ ，如图 1-4(a) 所示；

② 满足 $a < x < b$ 的实数 x 的集合称为开区间，记为 (a, b) ，如图 1-4(b) 所示；

③ 满足 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合称为半开半闭区间，分别记为 $[a, b)$ 、 $(a, b]$ ，如图 1-4(c) 所示。

这里的实数 a 与 b 都叫做相应的区间的端点。

图中实心点表示包括在区间内的端点，空心点表示不包括在区间内的端点。

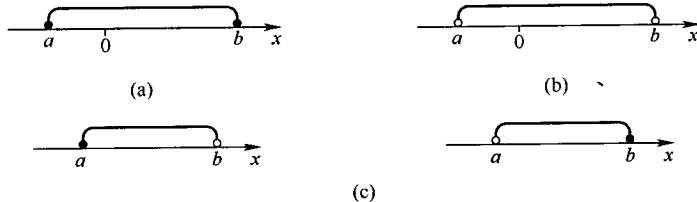


图 1-4

实数集 $\mathbf{R}$ 也可以用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$, ∞ 读作无穷大, $-\infty$ 读作负无穷大, $+\infty$ 读作正无穷大. 还可以把满足 $x \geq a$ 、 $x > a$ 、 $x \leq b$ 、 $x < b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a, +\infty)$ 、 $(a, +\infty)$ 、 $(-\infty, b]$ 、 $(-\infty, b)$.

习 题 1.1

1. 列出下列集合中的所有元素:

- (1) $\{\text{平方后等于 } 1 \text{ 的数}\}$;
- (2) $\{\text{一年中含有 } 31 \text{ 天的月份}\}$;
- (3) $\{\text{中国的四大江河}\}$;
- (4) $\{\text{中国古代的四大发明}\}$.

2. 用列举法或描述法表示下列元素组成的集合, 并说出它是有限集还是无限集:

- (1) 所有的三角形;
- (2) 不等式 $2x + 6 > 0$ 的实数解;
- (3) 自然数中小于 20 的质数;
- (4) 我国的直辖市.

3. 把下列各集合用另外一种集合的表示法写出来:

- (1) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$;
- (2) $\{x \mid x^2 - 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$;
- (3) $\{x \mid x \leq 28, x = 4n, n \in \mathbf{Z}^+\}$.

4. 在横线上填上符号 $\in$ 或 $\notin$;

- (1) $1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$;
- (2) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}^+$;
- (3) $-\frac{2}{5} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}^-$;
- (4) $-2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$.

5. 判断下列各题表示的关系是否正确:

- (1) $\{2, 4, 6\} \subsetneq \{2, 3, 4, 5\}$;
- (2) $\{x \mid |x| = 5\} = \{x \mid x^2 = 25\}$;
- (3) $6 \in \{6\}$;
- (4) $2 \subsetneq \{1, 2, 3\}$;
- (5) $\emptyset \subsetneq \{0\}$.

6. 写出 $A = \{a, b, c\}$ 的所有子集和真子集.

1.2 集合的运算

1. 交集

先看下面的例子.

设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{5, 7, 8, 10\}$, 把属于 A 且属于 B 的所有元素组成一个新的集合 $C = \{5, 8\}$, 由此引入交集定义.

一般地, 设有两个集合 A 和 B , 把所有属于 A 且属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的交集, 记为 $A \cap B$, 读作 A 交 B , 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

图 1-5 的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集.

例如, 设 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$. 则 $A \cap B = \{1, 3\}$.

由交集定义可知: 对于任何一个集合 A , 有 $A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$; 对于任何两个集合 A 与 B , 有 $A \cap B = B \cap A$.

【例 1】 设 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $\because A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$,

$$\therefore A \cap B = \{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \{\text{正方形}\}.$$

【例 2】 已知 $A = \{\text{奇数}\}$, $B = \{\text{偶数}\}$, $Z = \{\text{整数}\}$, 求 $A \cap Z$; $B \cap Z$; $A \cap B$.

解 $A \cap Z = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{奇数}\} = A$;

$B \cap Z = \{\text{偶数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{偶数}\} = B$;

$A \cap B = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{偶数}\} = \emptyset$.

【例 3】 设 $A = \{x \mid x < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid x \geq -1, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{x \mid x < 4, x \in \mathbf{R}\} \cap \{x \mid x \geq -1, x \in \mathbf{R}\}$
 $= \{x \mid -1 \leq x < 4, x \in \mathbf{R}\}.$

如图 1-6 所示.

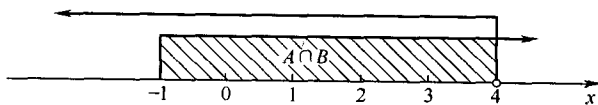


图 1-6

2. 并集

在本节开始的例子中, 把集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$ 与集合 $B = \{5, 7, 8, 10\}$ 的元素合并在一起又可以组成一个新的集合 $D = \{3, 5, 6, 7, 8, 10\}$, 由此引入并集定义.

一般地, 设有两个集合 A 和 B , 把所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的并集, 记为 $A \cup B$, 读作 A 并 B , 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

图 1-7 的阴影部分表示集合 A 与 B 的并集.

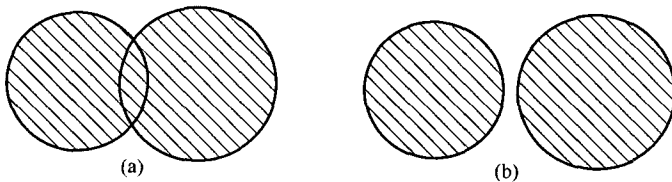


图 1-7

例如, 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

由并集定义可知: 对于任何一个集合 A , 有 $A \cup A = A$, $A \cup \emptyset = A$; 对于任何两个集合 A 与 B , 有 $A \cup B = B \cup A$.

【例4】 设 $A = \{x \mid (x+1)(x-2) = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$, 求 $A \cup B$.

解 $\because A = \{x \mid (x+1)(x-2) = 0\} = \{-1, 2\}$,

$$B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\},$$

$$\therefore A \cup B = \{-1, 2\} \cup \{-2, 2\} = \{-2, -1, 2\}.$$

【例5】 设 $A = \{x \mid -3 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 5\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{x \mid -3 < x < 3\} \cup \{x \mid 1 < x < 5\}$
 $= \{x \mid -3 < x < 5\}.$

【例6】 设 $A = \{x \mid -5 < x \leq -\frac{3}{2}\}$, $B = \{x \mid x \leq -3\}$, 求 $A \cup B$, $A \cap B$.

解 $A \cup B = \{x \mid -5 < x \leq -\frac{3}{2}\} \cup \{x \mid x \leq -3\} = \{x \mid x \leq -\frac{3}{2}\}.$

$$A \cap B = \{x \mid -5 < x \leq -\frac{3}{2}\} \cap \{x \mid x \leq -3\}$$

$$= \{x \mid -5 < x \leq -3\}.$$

3. 补集

在研究一些数集时, 常常在某个给定的集合里进行讨论. 例如, 方程 $x^2 - 5 = 0$ 的解集, 在实数集 $\mathbf{R}$ 里是 $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$, 显然 $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$ 是 $\mathbf{R}$ 的子集. 由此引入全集定义.

一般地, 在研究某些集合时, 这些集合常常都是一个给定的集合的子集, 这个给定的集合称为全集, 记为 U .

例如, 上面例子中, 全集 $U = \mathbf{R}$. 在研究数集时, 一般把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

如图 1-8 所示, 如果长方形的内部表示全集 U , 集合 A 是 U 的子集, 那么由 U 中不属于子集 A 的所有元素组成的集合, 称为 A 在 U 中的补集, 记为 $\complement_U A$, 即

$$\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}.$$

由补集定义, 有

$$A \cup \complement_U A = U;$$

$$A \cap \complement_U A = \emptyset;$$

$$\complement_U(\complement_U A) = A.$$

【例7】 设 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, d, f\}$, 求 $\complement_U A$.

解 $\complement_U A = \{b, c, e\}.$

【例8】 设全集 $U = \mathbf{R}$, $B = \{x \mid -1 < x < 6\}$, 求 $\complement_U B$, 用区间表示.

解 $\complement_U B = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 6\}$, 用区间表示为 $(-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$, 如图 1-9 所示.

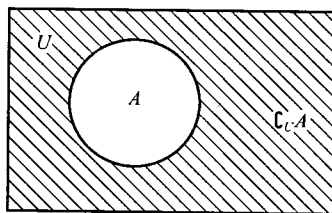


图 1-8

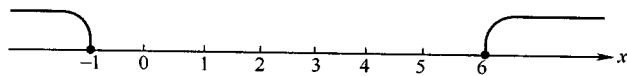


图 1-9

习题 1.2

1. 设 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x > 0\}$, 则 $A \cap B$ _____; $A \cup B$ = _____.
2. 设 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{0, 3, 6\}$, 则 $A \cap C$ = _____; $(A \cup B) \cap C$ = _____; $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ = _____.
3. 设 $A = \{(x, y) \mid 3x + 2y = 4\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 1\}$, 则 $A \cap B$ = _____.
4. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x \leq -3\}$, $B = \{x \mid x > 2\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$ 及 $\complement_U A \cap \complement_U B$ (用区间表示).
5. 设 $A = \{\text{直角三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$, $C = \{\text{三角形}\}$, 求 $A \cap B$ 和 $A \cup B \cup C$.
6. 设 $S = \{x \mid x \leq 3\}$, $T = \{x \mid x < 1\}$, 求 $S \cap T$ 和 $S \cup T$, 并在数轴上表示出来.

1.3 二进制与十六进制

在数字系统中存在着两种类型的运算, 即逻辑运算和算术运算, 这两种运算都与数有着密切的关系. 用一组统一的符号和规则来表示数的方法, 称为进位计数制, 简称数制. 常用的数制为十进位计数制, 简称十进制, 即用 10 个有序的数字符号 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 和一个小数点符号“.”, 按“逢十进一”的规则进行组合.

例如, 326.52 中各位数字代表的意义如下:

$$\begin{array}{ccccccccc} 3 & & 2 & & 6 & & 5 & & 2 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ 3 \times 100 & & 2 \times 10 & & 6 \times 1 & & 5 \times \frac{1}{10} & & 2 \times \frac{1}{100} \end{array}$$

可以看出, 处在不同位置的数字符号, 有着不同的意义, 或者说各位的权不同, 十进制数 326.52 从左到右各位的权分别是 10^2 、 10^1 、 10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} , 这样 326.52 按权展开的形式如下:

$$326.52 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

这样看来, 一种进位计数制包含两个基本因素: 基数和位权.

① 基数: 一个数制中所允许使用的数字符号的个数称为该数制的基数, 如十进制的基数是 10.

② 位权: 在一个进位计数制中, 表示数时不同数位上的固定常数称为位权, 如十进制的个位权为 10^0 .

1. 二进制

当进位基数是 2 时, 称为二进制计数制, 简称二进制. 它是数字系统中被广泛采用的一种数制, 在二进制中只有 0、1 两个数字符号, 如 $(1101)_2$ 就是一个二进制数.

二进制的计数规则是“逢二进一”, 即每位计满 2 就向相邻高位进 1. 表 1-1 是二进制数与十进制数的前 10 个自然数的对照表.