



高等学校优秀教材辅导丛书

GAODENG XUEXIAO YOUXIUJIAOCAI FUDAOCONGSHU

- 知识点深入总结
- 各章习题详解详析
- 相关习题课后训练

普通物理学

知识要点与习题解析

主编 魏 崇 武亚斌 主审 赵言诚

04/10=5A7

2008

高等学校优秀教材辅导丛书

普通物理学

知识要点与习题解析

(配程守洙、江之永第五版教材·高教版)

主 编 魏 崇 武亚斌

主 审 赵言诚

哈尔滨工程大学出版社

内 容 简 介

本书是根据程守洙、江之永主编的《普通物理学》(第五版)编写的学习参考书。全书按教材的章节顺序编排,每章分为知识要点、书后习题解析、同步训练题及同步训练题答案四部分。旨在帮助学生熟练掌握物理学的基本理论、基本规律以及解题的基本方法和技巧。

本书可作为高等学校工科各专业学生学习大学物理的辅助参考书。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学知识要点与习题解析/魏崇,武亚斌主编.
哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2008.4

ISBN 978-7-81133-294-0

I. 普… II. ①魏…②武… III. 物理学-高等学校-教学参考资料 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 048918 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 肇东粮食印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 20.5
字 数 495 千字
版 次 2008 年 4 月第 1 版
印 次 2008 年 4 月第 1 次印刷
定 价 26.00 元

<http://press.hrbeu.edu.cn>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn



P r e f P a r c e e f a

前言

“大学物理”是高等工业院校各专业学生的一门重要的必修基础课,对培养学生的科学素质和创新能力起着重要的作用。大学物理习题是训练学生理解和掌握物理学的基本概念、基本规律、基本方法的必要手段,是培养学生用科学的思想方法分析问题和解决问题的有效途径。

本书是根据程守洙、江之永主编的《普通物理学》(第五版)编写的学习辅导书。本书对该教材的全部习题做了解答,并配合教材给出了同步训练题及参考答案。

本书的编写宗旨是帮助学生掌握大学物理的基本概念、基本规律,指导解题方法,提高学生分析问题、解决问题的能力。

本书每章按知识要点、书后习题解析、同步训练题、同步训练题答案四个模块编写。旨在帮助学生深入理解基本内容,熟练掌握解题的思路和方法,培养学生的素质,提高学生的学习能力。

全书由魏崇、武亚斌编写,由哈尔滨工程大学赵言诚主审。

由于时间仓促编者水平有限,错误和不妥之处在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

Contentst 目录

第1章 质点的运动	1
知识要点	1
1.1 位移 速度 加速度	1
1.2 圆周运动及其描述	2
书后习题解析	2
同步训练题	12
同步训练题答案	13
第2章 牛顿运动定律	14
知识要点	14
2.1 牛顿运动定律	14
2.2 动量定理 动能定理	14
书后习题解析	15
同步训练题	31
同步训练题答案	32
第3章 运动的守恒定律	33
知识要点	33
3.1 保守力 势能	33
3.2 机械能守恒定律 动量守恒定律	34
书后习题解析	34
同步训练题	48
同步训练题答案	49
第4章 刚体的转动	50
知识要点	50
4.1 转动惯量 转动动能 定轴转动定律	50
4.2 刚体的角动量 角动量定理 角动量守恒定律	51
书后习题解析	51
同步训练题	63
同步训练题答案	64
第5章 相对论基础	65

知识要点	65
5.1 狭义相对论基本原理	65
5.2 洛仑兹坐标变换	65
书后习题解析	66
同步训练题	73
同步训练题答案	73
第6章 气体动理论	74
知识要点	74
6.1 理想气体	74
6.2 麦克斯韦速率分布律	75
6.3 玻尔兹曼分布律	76
6.4 气体分子的平均碰撞次数及平均自由程	76
书后习题解析	76
同步训练题	82
同步训练题答案	82
第7章 热力学基础	83
知识要点	83
7.1 热力学第一定律	83
7.2 热力学第一定律对理想气体的应用	83
7.3 循环过程	84
7.4 热力学第二定律	85
7.5 熵	86
书后习题解析	86
同步训练题	96
同步训练题答案	97
第8章 真空中的静电场	98
知识要点	98
8.1 库仑定律	98
8.2 电场强度	98

8.3 高斯定理	99
8.4 静电场力的功 电势能	100
8.5 电势和电势差	101
8.6 电势梯度	101
书后习题解析	102
同步训练题	124
同步训练题答案	124
第9章 导体和电介质中的静电场	126
知识要点	126
9.1 静电场中的导体	126
9.2 电容器的电容	127
9.3 电介质的极化 介质中的高斯定理	127
9.4 静电场的能量	128
书后习题解析	129
同步训练题	144
同步训练题答案	145
第10章 恒定电流和恒定电场	146
知识要点	146
10.1 电流密度	146
10.2 恒定电流与恒定电场	146
10.3 电源和电源电动势	147
10.4 欧姆定律 焦耳定律	147
10.5 基尔霍夫定律	148
书后习题解析	148
同步训练题	160
同步训练题答案	161
第11章 真空中的恒定磁场	163
知识要点	163
11.1 磁感应强度 磁场的高斯定理	163

11.2	恒定电流产生的磁场	164
11.3	磁场对电流(或电荷)的作用	165
11.4	磁力的功	165
	书后习题解析	166
	同步训练题	187
	同步训练题答案	188
第 12 章	磁介质中的磁场	189
	知识要点	189
12.1	磁介质 顺磁质和抗磁质的磁化	189
12.2	有磁介质时的安培环路定理	190
12.3	铁磁质的特性	190
	书后习题解析	190
	同步训练题	198
	同步训练题答案	198
第 13 章	电磁感应和暂态过程	199
	知识要点	199
13.1	电磁感应现象	199
13.2	法拉第电磁感应定律	199
13.3	楞次定律	200
13.4	动生电动势	200
13.5	感生电动势	200
13.6	自感和互感 磁场能量	200
	书后习题解析	201
	同步训练题	216
	同步训练题答案	217
第 14 章	麦克斯韦方程组 电磁场	218
	知识要点	218
14.1	位移电流	218
14.2	全电流定律	219

14.3 麦克斯韦方程组	219
14.4 电磁场的物质性	220
书后习题解析	220
同步训练题	224
同步训练题答案	224
第 15 章 机械振动和电磁振荡	225
知识要点	225
15.1 简谐振动的特点	225
15.2 简谐振动的两种图示法	226
15.3 无阻尼简谐振动的能量	226
15.4 同方向同频率简谐振动的合成	226
15.5 电磁振荡	227
书后习题解析	227
同步训练题	244
同步训练题答案	245
第 16 章 机械波和电磁波	246
知识要点	246
16.1 波动的一般描述	246
16.2 平面简谐波	247
16.3 波的能量	247
16.4 波的干涉	247
16.5 电磁波	248
书后习题解析	248
同步训练题	265
同步训练题答案	266
第 17 章 波动光学	268
知识要点	268
17.1 杨氏双缝实验	268
17.2 光程	269

17.3 半波损失	269
17.4 薄膜干涉	269
17.5 单缝的夫琅和费衍射	270
17.6 光学仪器的分辨本领	270
17.7 光栅衍射	270
17.8 X 射线衍射	270
17.9 偏振光	271
17.10 反射和折射时光的偏振	271
17.11 光的双折射	271
书后习题解析	271
同步训练题	292
同步训练题答案	293
第 18 章 早期量子论和量子力学基础	294
知识要点	294
18.1 黑体辐射的实验定律	294
18.2 普朗克公式	295
18.3 光电效应	295
18.4 康普顿效应	295
18.5 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论	295
18.6 德布罗意波 波-粒二象性	297
18.7 波函数 薛定谔方程	298
书后习题解析	299
第 19 章 激光和固体的量子理论	311
书后习题解析	311
第 20 章 原子核物理和粒子物理简介	316
知识要点	316
书后习题解析	316

第1章 质点的运动



知识要点

1. 掌握位置矢量、位移、速度及加速度等描述质点运动及运动变化的物理量,理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。
2. 理解运动方程的物理意义及作用,掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法,以及在已知质点运动的加速度和初始条件的条件下求速度、运动方程的方法。
3. 能计算质点在平面内运动时的速度和加速度,以及质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。
4. 理解伽利略速度变换式,并会用它求解简单的质点相对运动问题。

1.1 位移 速度 加速度

1.1.1 位置矢量 r

在直角坐标系中

$$r = xi + yj + zk$$

1.1.2 位移 Δr

在直角坐标系中

$$\Delta r = \Delta xi + \Delta yj + \Delta zk$$

1.1.3 速度 v

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k = v_x(t)i + v_y(t)j + v_z(t)k$$

1.1.4 加速度 a

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = a_x(t)\boldsymbol{i} + a_y(t)\boldsymbol{j} + a_z(t)\boldsymbol{k}$$

1.1.5 质点的运动速度和运动方程

已知加速度和质点的初始运动状态,求质点的速度和运动方程.

$$\boldsymbol{v}(t) = \int d\boldsymbol{v} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{a} dt, \quad \boldsymbol{r}(t) = \int d\boldsymbol{r} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{v} dt$$

1.2 圆周运动及其描述

1.2.1 本节基本物理量

切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt}$, 法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R}$, 则总加速度

$$\boldsymbol{a} = a_n \boldsymbol{e}_n + a_t \boldsymbol{e}_t = \frac{v^2}{R} \boldsymbol{e}_n + \frac{dv}{dt} \boldsymbol{e}_t$$

角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$.

1.2.2 角量与线量的关系

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$



1-1 质点按一定规律沿 x 轴作直线运动,在不同时刻的位置如下:

t/s	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
x/m	3.00	3.14	3.29	3.42	3.57

(1) 画出位置对时间的曲线;(2) 求质点在整个 3 s 中的平均速度;(3) 求质点在 $t = 0$ 时的位



置.

解 (1) $x-t$ 曲线如解图 1-1 所示. 由图知, 质点作匀速直线运动.

$$(2) \text{ 整个 } 3 \text{ s 中的平均速度 } \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3.57 - 2.71}{3} \approx 0.29 \text{ m/s}.$$

(3) 由 $x-t$ 曲线知, $t=0$ 时, $x_0 = 2.71 \text{ m}$.

1-2 一质点沿 x 轴运动, 坐标与时间的变化关系为 $x = 4t - 2t^3$, 式中 x 、 t 分别以 m 、 s 为单位, 试计算: (1) 在最初 2 s 内的平均速度, 2 s 末的瞬时速度; (2) 1 s 末到 3 s 末的位移, 平均速度; (3) 1 s 末到 3 s 末的平均加速度, 此平均加速度是否可用 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2}$ 计算? (4) 3 s 末的瞬时加速度.

解 (1) 由运动方程得 $v = \frac{dx}{dt} = 4 - 6t^2$, $a = \frac{dv}{dt} = -12t$, 则最初 2 s 内的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} = \frac{(8 - 16) - 0}{2} = -4 \text{ m/s}$$

2 s 末的瞬时速度为

$$v = 4 - 6t^2 = 4 - 6 \times 2^2 = -20 \text{ m/s}$$

式中, “-” 号表示质点向 x 轴负方向运动.

(2) 分别将 $t = 1 \text{ s}$, $t = 3 \text{ s}$ 代入运动方程, 得位移和平均速度为

$$\Delta x = x_3 - x_1 = -42 - 2 = -44 \text{ m}, \quad \bar{v} = \frac{x_3 - x_1}{\Delta t} = \frac{-44}{2} = -22 \text{ m/s}$$

$$(3) \text{ 平均加速度为 } \bar{a} = \frac{v_3 - v_1}{\Delta t} = \frac{-50 - (-2)}{2} = -24 \text{ m/s}^2$$

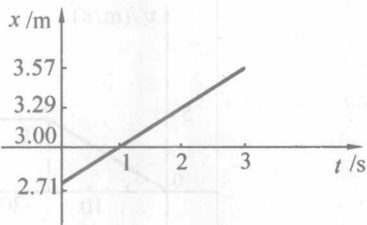
注意: 平均加速度不能用 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2}$ 计算.

(4) 3 s 末的瞬时加速度为 $a = -12t = -12 \times 3 = -36 \text{ m/s}^2$.

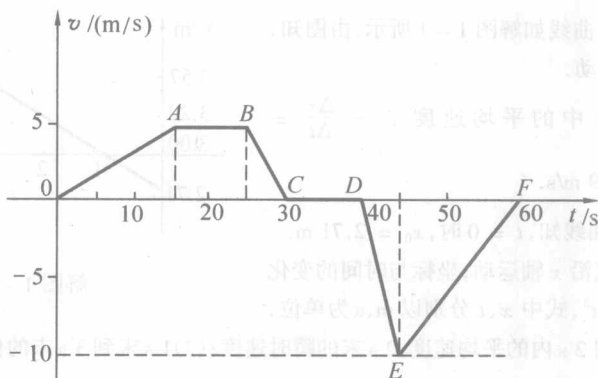
1-3 一辆汽车沿着笔直的公路行驶, 速度和时间的关系如图中折线 $OABCDEF$ 所示. (1) 试说明图中 OA 、 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EF 等线段各表示什么运动? (2) 根据图中的曲线与数据, 求汽车在整个行驶过程中所走过的路程、位移和平均速度.

解 (1) 将 $v-t$ 图分为 OA 、 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EF 六个过程, 各过程中的加速度即为各段曲线的斜率, 由习题 1-3 图知:

OA	$v > 0$	$a_{OA} = \text{常数} > 0$	匀加速直线运动
AB	$v > 0$	$a_{AB} = 0$	匀速直线运动
BC	$v > 0$	$a_{BC} = \text{常数} < 0$	匀减速直线运动
CD	$v = 0$	$a_{CD} = 0$	静止
DE	$v < 0$	$a_{DE} = \text{常数} < 0$	反方向匀加速直线运动
EF	$v < 0$	$a_{EF} = \text{常数} > 0$	反方向匀减速直线运动



解图 1-1

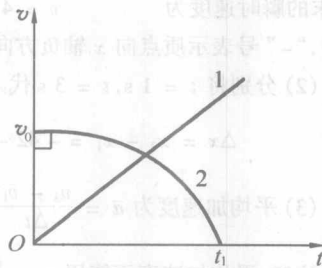


习题 1-3 图

$$(2) \text{ 路程 } s = |s_{OABC}| + |s_{DEF}| = \frac{1}{2} \times (30 + 10) \times 5 + \frac{1}{2} \times (20 \times 10) = 200 \text{ m}$$

$$\text{位移 } \Delta x = s_{OABC} - s_{DEF} = 0, \text{ 平均速度 } \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0.$$

1-4 在图中,直线 1 与圆弧 2 分别表示两质点 A、B 从同一地点出发,沿同一方向作直线运动的 $v-t$ 图. 已知 B 的初速度 $v_0 = b \text{ m/s}$, 它的速率由 v_0 变为 0 所花时间为 $t_1 = 2b \text{ s}$, (1) 试求 B 在任意时刻 t 的加速度. (2) 设在 B 停止时, A 恰好追上 B, 求 A 的加速度. (3) 在什么时候, A、B 的速度相同?



习题 1-4 图

解 (1) 设圆弧 2 的圆心为 C, 离原点 O 的距离为 v_c , 半径为 R. 由 (解图 1-4) 的几何关系有

$$\begin{cases} (2b)^2 + v_c^2 = R^2 \\ (v_c + b)^2 = R^2 \end{cases}, \text{ 解之得 } v_c = \frac{3}{2}b, R = \frac{5}{2}b.$$

如图所示, 由几何关系得质点 B 在任一时刻 t 与速度 v_B 的关系为

$$t^2 + (v_B + v_c)^2 = R^2, \quad t^2 + (v_B + \frac{3}{2}b)^2 = (\frac{5}{2}b)^2 \quad (1)$$

对 ① 式求导得 $2t + 2(v_B + \frac{3}{2}b) \frac{dv_B}{dt} = 0$, 则

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = -\frac{2t}{\sqrt{25b^2 - 4t^2}} \text{ m/s}^2$$

(2) 在 $t = 2b \text{ s}$ 时, $v_B = 0, x_A = x_B$. 由 $t = 0$ 时, 得 $v_{A0} = 0, x_A = x_B = 0$; 由 $t = 2b$ 时得

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 = x_B \quad (2)$$

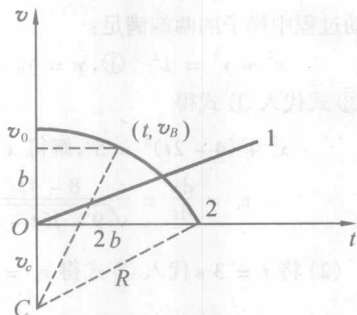
由①式可得 $v_B = \sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2 - t^2} - \frac{3}{2}b$, 则

$$\begin{aligned} x_B &= \int_0^{2b} v_B dt = \int_0^{2b} \sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2 - t^2} dt - \int_0^{2b} \frac{3}{2}b dt \\ &= \frac{25}{8}b^2 \arcsin 0.8 - \frac{3}{2}b^2 = 1.4b^2 \text{ m} \end{aligned}$$

代入②式得

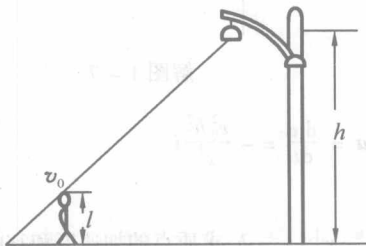
$$a_A = \frac{2x_B}{t^2} = \frac{2x_B}{(2b)^2} = \frac{2 \times 1.4b^2}{4b^2} = 0.7 \text{ m/s}^2$$

(3) 由 $v_A = a_A t = 0.7t$, $v_B = \sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2 - t^2} - \frac{3}{2}b$ 知, 当 $v_A(t) = v_B(t)$ 时, 有 $\left(\frac{5}{2}b\right)^2 - t^2 = \left(0.7t + \frac{3}{2}b\right)^2$, $t = 1.08b \text{ s}$.

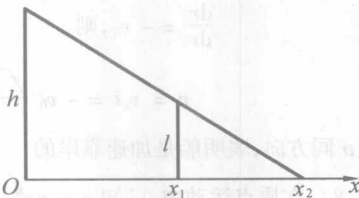


解图 1-4

1-5 路灯距地面的高度为 h , 一个身高为 l 的人在路上匀速运动, 速度为 v_0 , 如图所示, 求: (1) 人影中头顶的移动速度; (2) 影子长度增长的速率.



习题 1-5 图



解图 1-5

解 (1) 建立坐标系如解图 1-5 所示, 由几何关系得 $\frac{x_2}{x_2 - x_1} = \frac{h}{l}$, $x_1 = v_0 t$, 则人影中头的运动方程为 $x_2 = \frac{hx_1}{h-l} = \frac{hv_0 t}{h-l}$, 故 $v_{\text{头}} = \frac{dx_2}{dt} = \frac{h}{h-l}v_0$.

(2) 人影的长度为 $x_2 - x_1 = \frac{hv_0 t}{h-l} - v_0 t = \frac{lv_0}{h-l}t$, 人影长度的增长速率为

$$v_{\text{影}} = \frac{d}{dt}(x_2 - x_1) = \frac{lv_0}{h-l}$$

1-6 一长为 5 m 的梯子, 顶端斜靠在竖直的墙上. 设 $t = 0$ 时, 顶端离地面 4 m, 当顶端以 2 m/s 的速度沿墙面匀速下滑时, 求:

(1) 梯子底端的运动方程和速度; 并画出 $x-t$ 图和 $v-t$ 图 (设梯子底端与顶端离墙角的距离分别为 x 和 y). (2) 在 $t = 3 \text{ s}$ 时, 梯子底端的速度.

解 (1) 建立坐标系 Oxy 如解图 1-6 所示, 墙角为坐标原点. 运动过程中梯子的两端满足:

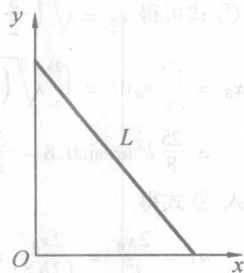
$$x^2 + y^2 = L^2 \quad ①, y = y_0 - v_y t = 4 - 2t \quad ②$$

将 ② 式代入 ① 式得

$$x^2 + (4 - 2t)^2 = 5^2, \text{ 解得 } x = \sqrt{9 + 16t - 4t^2}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{8 - 4t}{\sqrt{9 + 16t - 4t^2}} = 2 \frac{y}{x} \text{ m/s} \quad ③$$

(2) 将 $t = 3 \text{ s}$ 代入 ③ 式得 $v_x = -\frac{4}{\sqrt{21}} \text{ m/s}$.



解图 1-6

1-7 在离水面高度为 h 的岸边, 有人用绳子拉船靠岸, 船在离岸边 s 距离处. 当人以 v_0 的速度匀速收绳时, 试求船的速度与加速度各有多大.

解 建立直角坐标系如解图 1-7 所示, 船的位置矢量为 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + (-h)\mathbf{j}$, 船的速度为

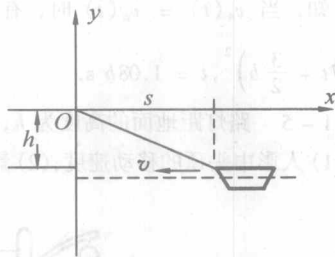
$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + 0 = v_x\mathbf{i}, x = \sqrt{r^2 - h^2}$$

得
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - h^2}} \cdot \frac{dr}{dt}$$

依题得 $\frac{dr}{dt} = -v_0$, 则

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} = -v_0 \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}\mathbf{i}, \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{v_0^2 h^2}{x^3}\mathbf{i}$$

$\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{a}$ 同方向, 表明船是加速靠岸的.



解图 1-7

1-8 在质点运动中, 已知 $x = ae^{kt}$, $\frac{dy}{dt} = -bke^{-kt}$, $y|_{t=0} = b$. 求质点的加速度和它的轨道方程.

解 由定义式有 $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2(ae^{kt})}{dt^2} = ak^2e^{kt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = bk^2e^{-kt}$, 进而得

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} = ak^2e^{kt}\mathbf{i} + bk^2e^{-kt}\mathbf{j}$$

由已知得 $dy = -bke^{-kt} dt$, $y = \int_0^y dy = -bk \int_0^t e^{-kt} dt = be^{-kt}$

由 $x = ae^{kt}$, $y = be^{-kt}$ 可得轨道方程 $xy = ab$.

1-9 一质点的运动方程为 $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} + 4t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, 式中 $\mathbf{r}$ 、 t 分别以 m、s 为单位. 试求: (1) 它的速度与加速度; (2) 它的轨迹方程.

解 (1) 速度 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{i} + 4t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}) = 8t\mathbf{j} + \mathbf{k} \text{ (m/s)}$, 即
$$\begin{cases} v_x = 0 \text{ m/s} \\ v_y = 8t \text{ m/s} \\ v_z = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$

速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(8t)^2 + 1} \text{ m/s}$, 方向 $\tan\theta = \frac{v_z}{v_y} = \frac{1}{8t}$.

$$\text{加速度 } \boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(8t\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}) = 8\boldsymbol{j} \text{ m/s}^2, \text{ 即 } \begin{cases} a_x = 0 \text{ m/s}^2 \\ a_y = 8 \text{ m/s}^2 \\ a_z = 0 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 由 } \boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{i} + 4t^2\boldsymbol{j} + t\boldsymbol{k} \text{ 得 } \begin{cases} x(t) = 1 \\ y(t) = 4t^2 \\ z(t) = t \end{cases} \text{ 消去 } t \text{ 得轨迹方程 } x = 1 \text{ m}, y = 4z^2 \text{ m}.$$

1-10 一质点的运动方程为 $x = 3t + 5, y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$. (1) 以 t 为变量, 写出位矢的表达式; (2) 描绘它的轨迹; (3) 式中 t 以 s 为单位, x, y 以 m 为单位, 求质点在 $t = 4$ 时的速度的大小和方向.

$$\text{解 (1) 位移矢量 } \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}, \quad \boldsymbol{r}(t) = (3t + 5)\boldsymbol{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)\boldsymbol{j}$$

$$(2) \text{ 从 } x, y \text{ 中消去 } t, \text{ 得轨迹方程 } y = \frac{1}{2}\left(\frac{x-5}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{x-5}{3}\right) - 4$$

$$(3) \boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 3\boldsymbol{i} + (t + 3)\boldsymbol{j}$$

$t = 4$ s 时, $\boldsymbol{v} = (3\boldsymbol{i} + 7\boldsymbol{j})$ m/s, 速度约为 $v = \sqrt{3^2 + 7^2} \approx 7.6$ m/s, 方向为 $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{7}{3}, \theta = 66.8^\circ$.

1-11 一质点沿光滑的抛物线轨道, 从起始位置 (2, 2) 无初速地滑下, 如图. 问质点将在何处离开抛物线? 抛物线方程为 $y^2 = 2x$, 式中 x, y 以 m 为单位.

解 建立坐标系如解图 1-11 所示, 由图可得 $dy = -ds \cdot \sin\theta$, 在轨道脱离点有

$$\begin{cases} a_n = g\cos\theta = \frac{v^2}{\rho} & \text{①} \\ a_t = \frac{dv}{dt} = g\sin\theta & \text{②} \end{cases}$$

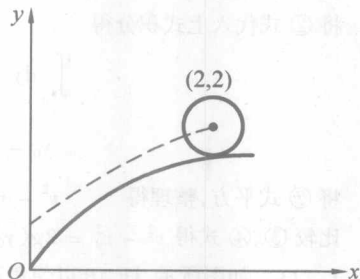
$$\text{由速率定义得 } dv = a_t dt = g\sin\theta dt = -g \frac{dy}{ds} dt \\ = -g \frac{dy}{v}, v dv = -g dy.$$

$$\text{两边积分 } \int_0^v v dv = -g \int_{y_0}^y dy$$

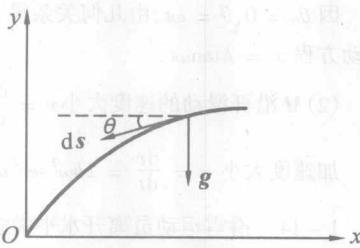
$$v^2 = 2g(y_0 - y)$$

$$\text{曲率半径 } \rho = \left| \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \right|$$

$$\text{将 } y^2 = 2x \text{ 代入得 } \rho = (1 + y^2)^{3/2}$$



习题 1-11 图



解图 1-11