普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学数学

微积分

（上册）

上海交通大学数学系
微积分课程组
编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育[redacted]教材

大学数学

微积分

（上册）

上海交通大学数学系
微积分课程组　编

高等教育出版社

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材“大学数学”系列教材之一，在上海交通大学高等数学课程多年教学实践的基础上编写而成。

本书注重微积分的思想和方法，重视概念和理论的阐述与分析。结合教材内容，适当介绍一些历史知识，指出微积分发展的背景和线索，以提高读者对微积分的兴趣和了解。重视各种数学方法的运用和解析，如分析和综合法、类比法、特殊到一般法、数形结合法等等。探索在微积分中适度渗入一些现代数学的思想和方法。

本书内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、积分、微分方程等6章。在内容的安排和阐述上力求朴素明了，深入浅出。例题精心选择，类型丰富，由易到难，解法中融入各种数学基本方法且加以点评，有助于使读者领会和掌握各种数学思维方法，也有利于读者自学。同时配以丰富的习题，易难结合，帮助读者通过练习巩固和提高微积分的知识和方法。

本书适用于高等学校理工类各专业，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学·微积分．上册/上海交通大学数学系微积分课程组编．—北京：高等教育出版社，2008.6

ISBN 978-7-04-023892-1

Ⅰ．大…　Ⅱ．上…　Ⅲ．①高等数学－高等学校－教材②微积分－高等学校－教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第061538号

策划编辑　李艳馥　**责任编辑**　蒋　青　**封面设计**　张　楠　**责任绘图**　郝　林
版式设计　马敬茹　**责任校对**　殷　然　**责任印制**　尤　静

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**免费咨询**	800－810－0598
邮政编码	100120	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010－58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京东光印刷厂	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	**版　　次**	2008年6月第1版
印　　张	24	**印　　次**	2008年6月第1次印刷
字　　数	460 000	**定　　价**	27.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号　23892－00

前 言

高等数学(或微积分)课程一直是高等院校最重要的基础课。课程不仅传授学生在专业学习中所需的数学知识,同时在培养学生的理性思维、科学审美和使用科学语言方面有着不可替代的作用。

上海交通大学是一所历史悠久的研究型综合性大学,尤以理工经管科见长,主要培养综合素质高、实践能力强、富有创新精神的各类管理、科研和工程技术人才,有着“起点高、基础厚、要求严”的教学传统。高等数学作为一门重要的基础课,始终继承了这一传统。

本教材是在上海交通大学高等数学课程建设和教学改革的基础上形成的,同时也是对原有教材《微积分》多年使用实践的总结和提高。其主要特点是:

1. 特别注重对微积分的基本思想和基本方法的阐述,尽可能突出极限、导数和积分等重要概念,努力从多种视角解释这些数学概念的背景、内涵以及它们之间的有机联系。

2. 在教材中适度渗入现代数学观点和表达形式,例如在多元部分采取向量表示指出二维 Green 公式和三维 Gauss 公式具有相同表达形式,从而揭示它们是微积分基本定理在多元情况下的推广、指出线性微分方程解集合具有线性空间结构等以及某些数学符号的采用都是这方面的尝试。

3. 在概念的引入、定理的推演和问题的分析中有意识地介绍一些常用数学方法,包括数形结合的方法、类比的方法、构造辅助函数的方法和由特殊到一般的方法等,并给予适当点评以凸显这些方法。

4. 对微积分的各部分内容的应用予以充分的重视,从导数到积分,直至微分方程均给出了较多的应用实例,并尝试将数学建模的思想融入其中。

5. 教材选择了大量例题,并对解决它们的思路和方法作出一定的分析,各种典型例题的介绍有助于对微积分基本方法乃至一般数学方法的领会和掌握。

虽然本教材从整体框架而言保持了传统微积分的基本内容和结构,但是上述特点体现了编者在高等数学课程改革方面的一些思考与探索,同时教材也反映了上海交通大学高等数学课程的特色和定位。

本书符合由教育部高等学校数学基础课程教学指导分委员会制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”。参考教学时数为 162 ~ 180 学时,标以“ * ”的个别小节或内容在教学中可视实际情况选用。

全书分为两册，上册为一元微积分和微分方程，下册为多元微积分与级数。

本书由乐经良主编，各章分别由乐经良、王承国、何铭、王铭和陈克应编写，全书由何铭与乐经良统稿。上海交通大学原有教材《微积分》（上海交通大学版）是本书编写的重要基础与参考材料，景继良和孙薇荣两位教授参加了原教材的编写，郑麒海等老师选编了原教材的习题，课程组许多老师对教材都提出过有益的意见或建议。

本书的编写得到上海交通大学数学系和国家工科数学教学基地的支持，也得到上海交通大学教务处的支持，高等教育出版社理工出版中心数学分社以及责任编辑认真细致的工作保证了本书的顺利出版，编者在此表示衷心的感谢。

尽管本书编者都有微积分教学的长期经验，也对本教材的编写作了反复的讨论和思考，然而对此教材的编写并不能得心应手，对许多内容的处理斟酌再三仍然未觉满意，深感这一数学基础课教材编写之不易。限于编者水平，加上时间仓促，本书中的缺点乃至错误之处势必难免，敬请国内同行和读者批评指正。

编者

2008.4

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第1章 函　　数

函数是数学最基本的概念,也是微积分研究的主要对象.

函数概念是随着人类社会生产力发展而产生并逐步形成的,它反映了变量之间的依赖关系.使用函数一词始于德国数学家 Leibniz(1646—1716),虽然他没有给出函数的定义;而函数的记号 $f(x)$ 则是由瑞士数学家 Euler(1707—1783)引进的.然而在相当长的时期内数学家都认为函数是由一个解析表达式所给出的,直至 1837 年才由德国的 Dirichlet(1805—1859)首先给出接近现代概念的函数定义.

本书中的函数都是在实数范畴内变化.这一章我们首先介绍有关实数集的基本概念和一些性质;继而讨论函数的概念及其一般性态,同时对基本初等函数的性质概括地作一些研究.本章的内容是初等数学某些知识的复习、总结和提高,也是学习微积分的基础.

1.1 实数集

1.1.1 集合

一些事物组成的整体称为**集合**,而集合中的每个事物称为这集合的**元素**.通常把具有某种属性的事物放在一起组成一个集合.例如,有理数全体组成**有理数集 Q**,实数全体组成**实数集 R**.

若 a 是集合 A 中的元素,则称 a 属于 A,记为 $a\in A$;若 a 不是集合 A 中的元素,则称 a 不属于 A,记为 $a\notin A$.

表示一个集合可以通过列出它所有元素的方式(**枚举法**),例如集合

$$A=\{1,2,3,4\};$$

也可以通过描述集合中元素的属性的方式(**属性法**),常写为 $\{x\mid$使 x 属于 A 的性质$\}$,例如**自然数集**

$$\mathbf{N}=\{n\mid n\text{ 是正整数或零}\},$$

以及一次函数集合

$$S=\{f(x)\mid f(x)=kx+b,k\neq0,k,b\in\mathbf{R}\}.$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

若集合 A 中每一个元素都属于集合 B,则称 A 是 B 的**子集**,记为 $A\subset B$,此时我们也称 A 包含于 B 或 B 包含 A. 例如,若**整数集**和**正整数集**分别记为 $\mathbf{Z}$ 和 $\mathbf{N}_+$,它们与自然数集 $\mathbf{N}$ 之间有如下包含关系:

$$\mathbf{N}_+\subset\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}.$$

集合之间可以定义其他一些运算,例如,集合的并集、交集、差集等等,这在初等数学里已经介绍过,这里不再一一列举了.

1.1.2 逻辑符号

在数学概念和命题的论述中,经常使用以下一些逻辑符号.

符号"$\forall$"表示"对任意给定的"(for any given),它是 Any 的第一个字母 A 的倒写,符号"$\exists$"表示"存在"(exist),它是 Exist 的第一个字母 E 的反写.

例如命题"对任意给定的正整数 n,存在整数 m,使得 $n+m=0$"用上述逻辑符号可以表述为:

$$\forall n\in\mathbf{Z}_+,\ \exists m\in\mathbf{Z},\text{使得 } n+m=0.$$

符号"$\Rightarrow$"表示"蕴涵着"或"推导出",符号"$\Leftrightarrow$"表示"等价于"或"充要条件是".

例如命题"若 $a>b,b>c$,则有 $a>c$"用逻辑符号可以表述为:

$$a>b,b>c\quad\Rightarrow\quad a>c;$$

"$x^2-x-2\leqslant 0$ 等价于 $-1\leqslant x\leqslant 2$"用逻辑符号可以表述为:

$$x^2-x-2\leqslant 0\quad\Leftrightarrow\quad -1\leqslant x\leqslant 2.$$

1.1.3 有理数集和实数集

实数是有理数和无理数的总称,通常用 $\mathbf{Q}$ 表示有理数集,$\mathbf{R}$ 表示实数集.

有理数集

$$\mathbf{Q}=\left\{x=\frac{p}{q}\mid p\in\mathbf{Z},q\in\mathbf{N}_+,\text{且 } p,q \text{ 互质}\right\}$$

有一些重要性质:

$\mathbf{Q}$ 是一个数域,即任意两个有理数进行加、减、乘、除(零不为除数)运算的结果仍为有理数,或者说有理数集对于四则运算是**封闭**的.

$\forall a,b\in\mathbf{Q}$,下列关系有且仅有一个成立:

$$a<b,a>b,a=b;$$

我们常用 $a\leqslant b$ 表示 $a<b$ 或 $a=b$,于是 $\forall a,b\in\mathbf{Q}$,则 $a\leqslant b$ 与 $a>b$ 两者必居其一,即有理数是**有序**的.

任意两个不同的有理数之间必定还存在有理数,即:$\forall a,b\in\mathbf{Q},a<b,\ \exists c\in\mathbf{Q}$,使得 $a<c<b$. 由此可推知任意两个不同的有理数间存在无穷多个有理数,这

个性质称为有理数的**稠密**性.

有理数可以与数轴上的点对应,每个有理数对应于数轴上一点(有理点).稠密性意味着数轴上任何一小段内都有无穷多个有理点.

然而有理点并不能充满整个数轴,换言之,在有理点间有着"空隙".例如考虑边长为1的正方形对角线的长度 a,若在数轴上作出到原点距离等于 a 的点 A,那么这个点就不是有理点.事实上,我们知道数 a 是无理数$\sqrt{2}$,不难证明任何两个不同的有理数之间都有无理数.数轴上有理点之外的空隙处的点均表示无理数,因此实数集 $\mathbf{R}$ 是有理数集 $\mathbf{Q}$ 的扩充.

$\mathbf{R}$ 仍然是一个数域,即它对四则运算是封闭的.显然实数也是有序的并且有着稠密性.

实数同样可以与数轴上的点对应,与有理数不同,实数与数轴上的点是**一一对应**的,即每个实数对应数轴上一个点;反过来,数轴上每个点也对应一个实数.这意味着与实数对应的点(有理点和无理点)充满了整个数轴,没有空隙,没有间断.这个反映了实数与有理数根本不同的性质称为实数的**连续性**.

实数的连续性将保证实数集在以后所学的微积分基本运算——极限运算下依然是封闭的.

我们知道实数与数轴上点的对应是通过点的坐标来实现的,在以后的讨论中往往对实数和它所对应数轴上的点不加区别,例如数轴上点的坐标为 x,我们常说点 x 或数 x.

1.1.4 区间和邻域

实数集 $\mathbf{R}$ 的子集称为**数集**,一类常见的数集就是**区间**,例如

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b,x\in\mathbf{R}\},\quad [a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b,x\in\mathbf{R}\},$$

$$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b,x\in\mathbf{R}\},\quad [a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b,x\in\mathbf{R}\},$$

$$(a,+\infty)=\{x\mid x>a,x\in\mathbf{R}\},(-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b,x\in\mathbf{R}\},(-\infty,+\infty)=\{x\mid x\in\mathbf{R}\},$$

前两个区间分别称为开区间,闭区间,第三、四个区间称为半开半闭区间,它们都是有限区间,最后三个区间是无限区间,其中符号"$+\infty$"、"$-\infty$"分别读作"正无穷大"、"负无穷大".

对于非特定的区间,经常用字母 I 表示.

区间$(x_0-\delta,x_0+\delta)$称为实数 x_0 的 δ **邻域**,记为 $U(x_0,\delta)$,而$(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$称为实数 x_0 的 δ **去心邻域**,记为$\mathring{U}(x_0,\delta)$,其中实数 $\delta>0$. x_0 和 δ 分别称为邻域的中心和半径,而在不必强调邻域半径大小时,则将邻域和去心邻域简记为 $U(x_0)$和$\mathring{U}(x_0)$.

有时需要考察点 x_0 一侧的小区间,将$(x_0-\delta,x_0]$、$[x_0,x_0+\delta)$分别称为 x_0

的左、右 δ 邻域，相应地也可以有 x_0 的左、右去心 δ 邻域的概念.

1.1.5 不等式

与实数有关的一些不等式是重要的，首先我们回忆与绝对值有关的不等式：

(1) 若 $\delta\in\mathbf{R}_+$，$x,a\in\mathbf{R}$，则

$$|x-a|<\delta \quad\Leftrightarrow\quad a-\delta<x<a+\delta;$$

(2) 若 $x,y\in\mathbf{R}$，则

$$|x\pm y|\leqslant|x|+|y|,$$
$$|x\pm y|\geqslant\big||x|-|y|\big|.$$

下面介绍两个重要的不等式以及一个很重要的数学方法“数学归纳法”.

命题 1.1 （A-G 不等式，即“正数的算术平均值不小于它们的几何平均值”）

若 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in\mathbf{R}_+$，$n\in\mathbf{N}_+$，则

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\geqslant\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}.$$

证 记 $A_n=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$，$G_n=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$，$n\in\mathbf{N}_+$.

用数学归纳法证明如下：

(1) 当 $n=1$ 时，$A_1=x_1=G_1$，故 $A_1\geqslant G_1$ 成立；

(2) 假设当 $n=k$ 时结论成立，即 $A_k=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_k}{k}\geqslant\sqrt[k]{x_1x_2\cdots x_k}=G_k$；则当 $n=k+1$ 时，

由于 $x_1,x_2,\cdots,x_{k+1}$ 中必有最大正数，不妨设为 x_{k+1}，则有

$$A_{k+1}^{k+1}=\left(\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{k+1}}{k+1}\right)^{k+1}=\left(\frac{kA_k+x_{k+1}}{k+1}\right)^{k+1}=\left(A_k+\frac{x_{k+1}-A_k}{k+1}\right)^{k+1},$$

利用二项式展开可得

$$A_{k+1}^{k+1}\geqslant A_k^{k+1}+\mathrm{C}_{k+1}^1A_k^k\left(\frac{x_{k+1}-A_k}{k+1}\right)=A_k^{k+1}+A_k^kx_{k+1}-A_k^{k+1}$$
$$=A_k^kx_{k+1}\geqslant G_k^kx_{k+1}=x_1x_2\cdots x_kx_{k+1}=G_{k+1}^{k+1},$$

即得 $A_{k+1}\geqslant G_{k+1}$.

由(1)、(2)得到：$\forall n\in\mathbf{N}_+$，$A_n\geqslant G_n$ 成立. 命题得证.

命题 1.2（Bernoulli 不等式） 若 $x\geqslant0$，$n\in\mathbf{N}$，则

$$(1+x)^n\geqslant1+nx.$$

这个命题的证明比较简单，留给读者作为练习.

1.1.6 数集的界

对实数集,我们引进有界的概念.

定义 1.1 对非空数集 $E\subset\mathbf{R}$,若 $\exists M\in\mathbf{R}$,使得 $\forall x\in E$,有

$$x\leqslant M,$$

则称 E 是**有上界**的,称 M 是 E 的一个**上界**;若 $\exists m\in\mathbf{R}$,使得 $\forall x\in E$,有

$$x\geqslant m,$$

则称 E 是**有下界**的,称 m 是 E 的一个**下界**;若 E 既有上界又有下界,则称 E 为**有界的**,即 $\exists m,M\in\mathbf{R}$,使得 $\forall x\in E$,有

$$m\leqslant x\leqslant M.$$

容易看出 E 有界的等价表述为:$\exists \bar{M}\in\mathbf{R}_+$,使得 $\forall x\in E$,有

$$|x|\leqslant\bar{M},$$

此时我们称 $\bar{M}$ 为数集 E 的**界**.

例如,自然数集 $\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$,0 或任何一个负数都是它的下界,但它无上界,所以它是无界的.而对集合 $A=\{x\,|\,x^2<2,x\in\mathbf{R}\}$,有 $|x|<\sqrt{2}$ ($\forall x\in A$),所以集合 A 是有界的,$\sqrt{2}$是它的界,而$\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$分别是它的上界和下界.

显然,若一个数集有上界,则其就有无穷多个上界.事实上,若 M 是集合 E 的一个上界,那么 M 加上任何正数 c 的和 $M+c$ 仍是 E 的上界.在这些上界中有一个具有特别重要的作用,那就是上确界.

定义 1.2 设非空数集 $E\subset\mathbf{R}$,若 $\exists\beta\in\mathbf{R}$ 满足:

(1) $\forall x\in E$,有 $x\leqslant\beta$;

(2) $\forall\varepsilon>0$, $\exists x_\varepsilon\in E$,使得 $x_\varepsilon>\beta-\varepsilon$,

则称 β 是 E 的**上确界**,记为

$$\beta=\sup E.$$

上确界的定义包含了两层意思:(1) β 是 E 的上界,(2) 任何小于 β 的数 $(\beta-\varepsilon)$都不是 E 的上界;因此上确界 β 是 E 的最小上界.

类似地可以定义非空数集 E 的最大下界,即**下确界** $\alpha=\inf E$.读者可根据上述定义用类似的方法(即类比法)自己给出定义.

上确界和下确界统称为**确界**.

若一个数集 E 中存在最大的数 b,记为 $b=\max E$,显然 b 就是 E 的上确界;同样若 E 中存在最小的数 a,记为 $a=\min E$,那么 a 就是 E 的下确界.然而反过来,一个数集 S 的上确界(或下确界)并不一定是这数集 S 中的数,即数集 S 的上确界(或下确界)可以存在,但它的最大数(或最小数)不一定存在.

例如数集 $E=\{x\,|\,-2\leqslant x\leqslant3\}$,容易看出 E 中有最大数 3,最小数 -2,所以 3

和 -2 就是 E 的上确界 $\sup E$ 和下确界 $\inf E$. 而考察数集 $A=\{x\,|\,x^2<9,x\in\mathbf{R}\}$，不难得到 $\sup A=3$, $\inf A=-3$，但是 3 和 -3 都不是 A 中的数. 下面给出用定义来验证上确界的一个例子.

例 1.1 证明数集 $A=\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\cdots,\frac{n}{n+1},\cdots\right\}$ 的下确界为 $\frac{1}{2}$，上确界为 1.

证 $\forall\frac{n}{n+1}\in A(n=1,2,\cdots)$，总有

$$\frac{1}{2}\leqslant\frac{n}{n+1}\leqslant 1,$$

故 $\frac{1}{2}$，1 分别是 A 的一个下界和一个上界.

$\forall\varepsilon>0$，$\exists\frac{1}{2}\in A$，使得 $\frac{1}{2}<\frac{1}{2}+\varepsilon$，故 $\frac{1}{2}=\inf A$.

$\left(这里说明了任何大于\frac{1}{2}的数\frac{1}{2}+\varepsilon都不是A的下界，所以\frac{1}{2}为A的最大下界，即下确界.\right)$

$\forall\varepsilon>0$，取 $k=\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]+1$，$\left(\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]表示不超过\frac{1}{\varepsilon}的最大整数\right)$，则 $k>\frac{1}{\varepsilon}$，从而 $\varepsilon>\frac{1}{k}$，于是有 $\frac{k}{k+1}\in A$，使得

$$\frac{k}{1+k}=1-\frac{1}{k+1}>1-\frac{1}{k}>1-\varepsilon,$$

所以 $1=\sup A$.

(这里说明了任何小于 1 的数 $1-\varepsilon$ 不能成为 A 的上界，所以 1 为 A 的最小上界，即上确界.)

若数集 E 没有上界，自然它也没有上确界，此时我们规定 $\sup E=+\infty$；同样若数集 E 没有下界，我们规定 $\inf E=-\infty$. 那么在数集有上(下)界时，它是否一定有上(下)确界呢? 关于这一点，结论是肯定的.

确界存在性定理 若非空数集 E 有上(下)界，则 E 必有上(下)确界.

确界存在性定理简称确界定理. 从直观上看，一个数集 E 是数轴上的一个点集，上界代表着这样的点：它的右边没有 E 中的点，因此它的右边全是 E 的上界；换言之，E 的所有上界点的集合是数轴上的一条正向射线，射线的始点恰好是 E 的上确界. 确界存在性反映了实数集的连续性这一重要而基本的性质，即实数充满了数轴而连续不断. 如果实数间留有不是实数的“空隙”点，那么这“空隙”点左边的数集就没有上确界，“空隙”右边的数集就没有下确界了，此时确界定理就不成立了. 所以确界定理是刻画实数连续性的一个重要定理.

1.2　函数

1.2.1　函数的概念

让我们先看 3 个例子.

例 1.2　若圆的半径为 r,则圆的面积 A 就确定了,因此我们说圆的面积 A 与半径 r 有着对应关系.它们之间的这种对应关系可用公式

$$A=\pi r^2$$

来表示.

例 1.3　某城市 A 的人口数据如下表 1.1.从表中可以看出,A 市人口数量每年在变化,虽然没有人口数量随年份变化的公式,但是任意给定 2001—2007 年中一个年份数就有一个确定的人口数量与之对应,这种对应关系是由表格来表示的.

表 1.1　　（人口数量单位:万）

年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
人口数量	132.6	133.0	133.9	134.0	133.8	133.6	133.4

例 1.4　某上市公司 B 的股票价格 p 在 2007 年 1～4 月份的变化情况表示在图 1.1 中,其中坐标变量 t 表示这一阶段的时间.从图中我们可以看出上市公司 B 的股票价格时而上涨、时而下跌的波动状况,虽然没有股票价格随时间 t 变化的公式,但从图像可以判断出上市公司 B 的股票价格总体升降的状况,此图形实际上反映了上市公司 B 的股票价格 p 随时间 t 变化的对应关系.

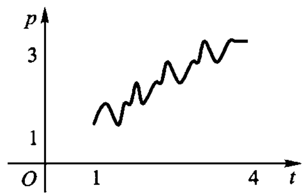

图 1.1

从以上三个例子看出,用公式、表格或图形都能表示两个变量之间的某种对应关系,这种对应关系就是**函数关系**.

下面给出函数的定义:

定义 1.3　设 X,Y 是两个非空实数集,若存在对应法则 f,依此法则,对 $\forall x\in X$,存在唯一的 $y\in Y$ 与之对应,则称这个对应法则 f 是由数集 X 到数集 Y 的**函数**,记为

$$f:X\to Y$$

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com