

10

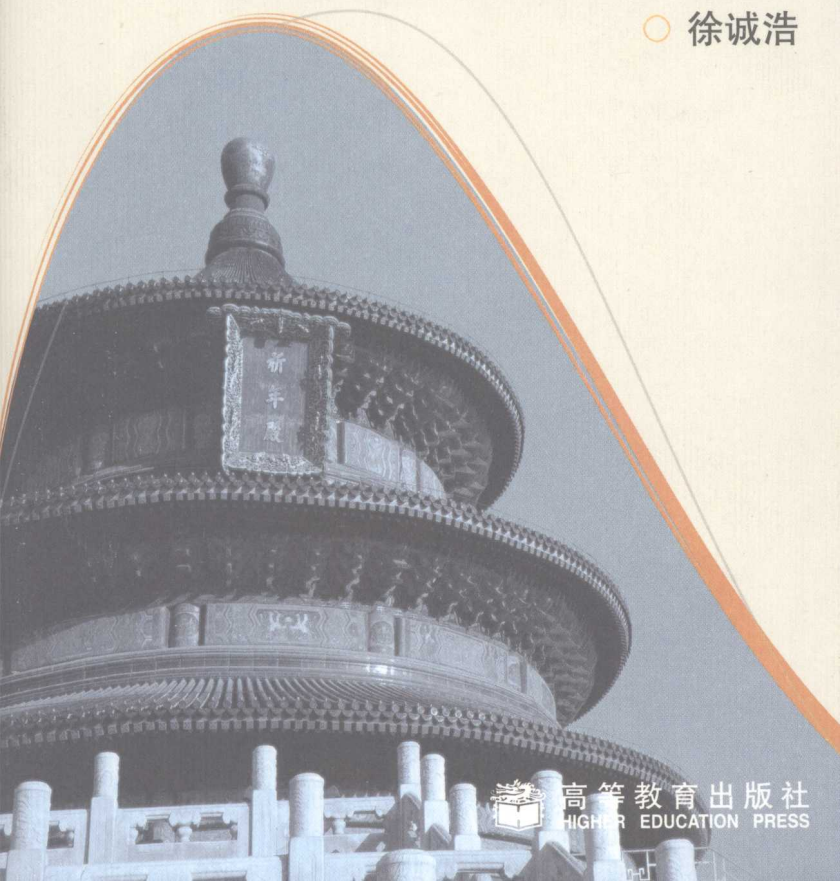
“十一五”国家重点图书出版规划项目

□ 数学文化小丛书

李大潜 主编

连分数与历法

○ 徐诚浩



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

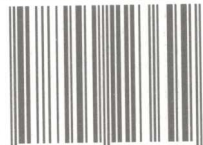
弘扬数学文化 感受数学魅力

本丛书精选对人类文明发展起过重要作用、在深化人类对世界的认识或推动人类对世界的改造方面有某种里程碑意义的主题，深入浅出地介绍数学文化的丰富内涵、数学发展史中的一些重要篇章以及一些著名数学家的历史功绩和优秀品质等内容，适于包括中学生在内的读者阅读。

内容简介

人类的日常生活离不开日历，但是人们对于历法的制定过程与原理并不是很清楚，甚至存在误解。本书运用简单的数学工具（连分数），用通俗的语言，逐一解释一些疑问，并阐明历法的制定原理。

ISBN 978-7-04-022369-9



9 787040 223699 >

定价 6.00 元

“十一五”国家重点图书出版规划项目

数学文化小丛书

李大潜 主编

连分数与历法

徐诚浩

高等教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

连分数与历法/徐诚浩. —北京: 高等教育出版社, 2007. 12

(数学文化小丛书/李大潜主编)

ISBN 978-7-04-022369-9

I. 连… II. 徐… III. ①连分数—基本知识②历法—基本知识 IV. O173.2 P194

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 159494 号

策划编辑	李蕊	责任编辑	崔梅萍
封面设计	王凌波	责任绘图	杜晓丹
版式设计	王艳红	责任校对	杨雪莲
责任印制	韩刚		

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
印 刷	北京鑫丰华彩印有限公司		http://www.landraco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 × 960 1/32	版 次	2007 年 12 月第 1 版
印 张	2	印 次	2007 年 12 月第 1 次印刷
字 数	33 000	定 价	6.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22369-00

徐诚浩

1961年毕业于南京大学数学系，分配到中国科学院数学研究所工作。1979年调入复旦大学数学系，长期在教学第一线任教。共出版著作十余本，内容涉及高等代数、抽象代数、保险（译著）、线性代数、概率论与数理统计。热衷于科普宣传，发表数学科普短文二十篇。

数学文化小丛书（第一辑）

- | | |
|--------------------|---------|
| □ 遥望星空（一） | |
| ——人类怎样开始认识太阳系 | 齐民友 |
| □ 遥望星空（二） | |
| ——牛顿·微积分·万有引力定律的发现 | 齐民友 |
| □ 几何学在文明中所扮演的角色 | |
| ——纪念陈省身先生的辉煌几何人生 | 项武义 |
| □ 圆周率 π 漫话 | 李大潜 |
| □ 黄金分割漫话 | 李大潜 |
| □ 从赵爽弦图谈起 | 李文林 |
| □ 费马大定理的证明与启示 | 周明儒 |
| □ 二战时期密码决战中的数学故事 | 王善平 张莫宙 |
| □ 数学中之类比 | |
| ——一种富有创造性的推理方法 | 王培甫 |
| □ 连分数与历法 | 徐诚浩 |

数学文化小丛书编委会

- 顾 问：谷超豪（复旦大学）
项武义（美国加州大学伯克利分校）
姜伯驹（北京大学）
齐民友（武汉大学）
王梓坤（北京师范大学）
- 主 编：李大潜（复旦大学）
- 副主编：王培甫（河北师范大学）
周明儒（徐州师范大学）
李文林（中国科学院数学与系统科学研究院）
- 编辑工作室成员：赵秀恒（河北经贸大学）
王彦莹（河北师范大学）
张惠英（石家庄市教育科学研究所）
杨桂华（河北经贸大学）
周春莲（复旦大学）

本书责任编辑委：周春莲

数学文化小丛书总序

整个数学的发展史是和人类物质文明和精神文明的发展史交融在一起的。数学不仅是一种精确的语言和工具、一门博大精深并应用广泛的科学,而且更是一种先进的文化。它在人类文明的进程中一直起着积极的推动作用,是人类文明的一个重要支柱。

学好数学,不等于拼命做习题、背公式,而是要着重领会数学的思想方法和精神实质,了解数学在人类文明发展中所起的关键作用,自觉地接受数学文化的熏陶。只有这样,才能从根本上体现素质教育的要求,并为全民族思想文化素质的提高夯实基础。

鉴于目前充分认识到这一点的人还不多,更远未引起各方面足够的重视,很有必要在较大的范围内大力进行宣传、引导工作。本丛书正是在这样的背景下,本着弘扬和普及数学文化的宗旨而编辑出版的。

为了使包括中学生在内的广大读者都能有所收益,本丛书将着力精选那些对人类文明的发展起过重要作用、在深化人类对世界的认识或推动人类对世界的改造方面有某种里程碑意义的主题,由学有

专长的学者执笔,抓住主要的线索和本质的内容,由浅入深并简明生动地向读者介绍数学文化的丰富内涵、数学文化史诗中一些重要的篇章以及古今中外一些著名数学家的优秀品质及历史功绩等内容。每个专题篇幅不长,并相对独立,以易于阅读、便于携带且尽可能降低书价为原则,有的专题单独成册,有些专题则联合成册。

希望广大读者能通过阅读这套丛书,走近数学、品味数学和理解数学,充分感受数学文化的魅力和作用,进一步打开视野,启迪心智,在今后的学习与工作中取得更出色的成绩。

李大潜

2005年12月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/
58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep. com. cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

一、引言.....	1
二、连分数.....	4
三、连分数的截断值.....	13
四、人造行星.....	15
五、火星大冲.....	19
六、日食与月食.....	21
七、世界各种历法.....	26
八、阳历的闰年.....	31
九、阴历的闰年.....	34
十、阴历的月大与月小.....	37
十一、“一年两头春”与“年内无立春”.....	39
十二、查星期.....	48
十三、结束语.....	49
附表一 天干地支纪年表(1924—2043).....	50

附表二 阴历闰年和闰月以及月大和月小设置表.....	51
附表三 七色表(20世纪与21世纪).....	52
参考文献.....	53

一、引 言

“历法”这个名词大家一定都很熟悉，因为它和我们日常生活的关系实在太密切了。

“历法”的主要内容集中反映在日历上。不管是印刷精致的台历、挂历，还是制作简单的一纸、一卡，都集中了历法的精华。它是人人、事事、物物都离不开的好伴侣。

人有生辰忌日、日程安排；事有年代痕迹、日期记载；物有生产年月、使用期限，它们都离不开查记日历。

可是在日常生活中，关于历法，有很多问题并不是人人都很清楚的。例如：过完阳历年不久，还要过阴历年。阳历与阴历是怎样安排的？阳历与阴历之间有什么关系？

一个阳历年中有12个月，其中7个月是大月，每月有31天；4个月是小月，每月有30天；二月份非常特殊，在一般年份中，二月份都是28天，但在有些年份中，二月份却有29天。因此在一年中，有时有365天，有时有366天。为什么要这样安排？有没有确定的规律？

阴历年的情况更加复杂，有时一年中有12个月，有时一年中却有13个月。而且多出来的一个月并不

是固定在哪一个月。如此设置的依据是什么？

在一个阴历年中，为什么还要分成24个节气？我们经常能听到“立春”、“春分”、“清明”、“夏至”、“秋分”、“冬至”等节气名称，它们到底属于阳历还是阴历？有什么实际意义？它们是怎么排定的？为什么在有些年中有两个“立春”而在有些年中却没有“立春”？“立春”到底是在年初还是年末？

这些问题，你是否想把它们弄懂？

显然，白天黑夜，寒冷炎热，月圆月缺，周而复始，这种自然现象肯定与地球、太阳和月亮的运行规律有关。有史以来，大量史料说明，人们一直在观察天象变化而制定历法，并且随着对天体运行规律的认识的加深，不断地修正历法。人们要生存，要耕种，要劳动，必须要了解自然规律。所以，制定历法的依据就是对于天体运行规律的认识。

由于在不同的时期，不同地区的人们对天体运行规律的认识深度的不同，特别是天文学和数学发展水平的差异，从古至今，世界各国颁布的历法并不统一。例如，历史上一个埃及年，每一年都是12个月，每一月都是30天，这样一年才360天，与地球围绕太阳旋转一周的天数(当时认为是365天)还相差5天，于是干脆放在年末放假5天。后来又把这5天放入某些月中称为“大月”。很多国家与我国一样，同时实行两种历法。现在世界通用的是“公历”，采用“四年一闰，百年少一闰，四百年加一闰”。为什么要采用如此复杂的“闰”法？有没有一部固定不变的永恒的

历法？

因为认识和描述天体运行规律离不开有效的工具，于是天文学和数学就应运而生。当然，归根到底，是离不开数学的发展。古文明的发源地，例如古希腊、古埃及、巴比伦(今伊拉克一部分)以及中国，都是天文学和数学发展的先驱者。一千五百多年前，我国南北朝时期的祖冲之，他不但通晓天文地理，善于工匠，更是一位大数学家，他制定出当时相当先进的大明历：他对圆周率的计算成果比欧洲人早了一千多年。

自古至今，直至将来，制定历法始终是一件非常重要而艰巨复杂的事情。本文将涉及它的最常用的那些内容，仅仅是凤毛麟角。我们将运用数学中的连分数工具，对上述问题——作出回答，并对火星大冲及日食、月食等天文现象是怎样发生的作出解释。这个数学工具一点也不深奥，而且计算也较简单，大家很容易学会。

二、连 分 数

所谓连分数就是一种特殊类型的繁分数. 例如

$$3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} \approx 3.1428571.$$

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}} = 3 + \frac{1}{\frac{106}{15}} = 3 + \frac{15}{106} = \frac{333}{106} \approx 3.141509434.$$

$$\begin{aligned} 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1}}} &= 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} = 3 + \frac{1}{\frac{113}{16}} \\ &= 3 + \frac{16}{113} = \frac{355}{113} \\ &\approx 3.1415929. \end{aligned}$$

如此奇特的繁分数是凭空想出来的吗? 它们有什么用? 且不要小看它们, 用它们可以描述和解释很多天文现象. 这正是本文所要探讨的问题.

与连分数密切相关的是在中学教材中就有的辗转相除法, 它是求最大公因数的常用方法. 那么, 什么叫最大公因数?

我们知道, 对于任意两个正整数 a, b , 一定存在确定的两个非负整数 q 和 r 使得

$$a = qb + r, \quad \text{其中 } 0 \leq r < b.$$

这里的 a 称为被除数, b 称为除数, q 称为商数, r 称为余数. 这个算式称为带余除法.

例如, 对于 $a = 15, b = 4$, 有

$$15 = 3 \times 4 + 3, \quad \text{余数为 } 3 < 4.$$

对于 $a = 15, b = 3$, 却有

$$15 = 5 \times 3 + 0, \quad \text{余数为零.}$$

当余数 $r = 0$ 时, 称 b 整除 a , 或 b 是 a 的因数, a 是 b 的倍数.

对于任意一个正整数 a , 一定有两个因数 a 和 1 (当 $a = 1$ 时, 两者合一), 称为 a 的平凡因数. a 的不是平凡因数的因数称为真因数. 有真因数的正整数称为合数, 没有真因数的正整数称为素数, 也称为质数. 2 当然是素数, 它是偶数. 除 2 以外, 所有的素数都是奇数. 素数有无限多个:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$$

任意取定两个正整数 a, b . 既是 a 的倍数, 又是 b 的倍数的正整数, 称为 a 和 b 的公倍数. 在 a 和 b 的所有的公倍数中, 必有一个最小的, 称为最小公倍数, 记为 $[a, b]$. 既能整除 a , 又能整除 b 的正整数, 称为 a 和 b 的公因数. 在 a 和 b 的所有的公因数中, 必有一个最大的, 称为最大公因数, 记为 (a, b) . 可以严格证明一定成立等式

$$(a, b)[a, b] = ab.$$