



中考复习

精讲与测试

总策划：大象教育图书研创中心
丛书主编：本丛书编委会

课标教材通用
2008版 一二轮复习专用

数学



中考复习

精讲与测试

总策划:大象教育图书研创中心
丛书主编:本丛书编委会

课标教材通用

2008版

一二轮复习专用

数学

总 策 划 大象教育图书研创中心
丛书主编 本丛书编委会
本书书名 中考复习精讲与测试 数学(课标教材通用)
本书主编 黄仁寿
本书编者 (按编写内容先后排序)
胡伟红 戴国良 徐 畅 谢立英 陈 咏 周松林 屈松平 刘俊华 夏志平

策划组稿 陈康迪
责任编辑 董晓瑾(特约)
责任校对 裴红燕 方 丽
版式设计 王晶晶

出 版	大象出版社 (郑州市经七路25号 邮政编码450002)	发 行	大象出版社总发行部 (电话:0371-63863551)
版 次	2007年12月第4版	印 次	2007年12月第1次
开 本	889×1194 1/16	印 刷	河南第一新华印刷厂
字 数	470千字	印 张	14.75
书 号	ISBN 978-7-5347-3591-2/G·2932	定 价	17.50元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

印厂地址 郑州市经五路12号

邮政编码 450002 电话 (0371)65957860-351

“大象考王”中考系列图书

树立品牌 创造精品

《2007年全国中考试题考点分类与解析》丛书

对2007年及最近两年全国各地中考试题按照中考考点进行了细分,能使学生在各个考点的复习中都能够找到合适的、足量的中考试题进行练习,是九年级毕业生备战中考的最佳复习资料。

书 名	开本	定价(元)	出版时间
《2007年全国中考试题考点分类与解析·语文》	大16	12.50	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·数学》	大16	15.00	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·英语》	大16	13.00	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·物理》	大16	12.00	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·化学》	大16	10.50	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·思想品德》	大16	14.50	2007.11
《2007年全国中考试题考点分类与解析·历史》	大16	13.00	2007.11

《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷》

集中河南省最优秀的教学教研资源,召集河南省最优秀的作者队伍,广泛调研、精心命制,专为河南省考生量身定做的中考冲刺专用模拟试卷。反映中考最新信息。

书 名	开本	出版时间
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·语文》	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·数学》	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·英语》(含听力)	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·物理》	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·化学》	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·思想品德》	8	2008.3
《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷·历史》	8	2008.3

《中考复习精讲与测试》丛书

“大象考王”中考系列图书中的核心品种,也是我省进入课改实验区中考后的第一个成系列的中考图书品种,经过3年的市场检验,本套书已经成为河南中考图书市场的第一品牌。

书 名	开本	定价(元)	出版时间
《中考复习精讲与测试·语文》人教版	大16	17.50	2007.12
《中考复习精讲与测试·语文》苏教版	大16	17.50	2007.12
《中考复习精讲与测试·语文》语文版	大16	17.50	2007.12
《中考复习精讲与测试·语文》中华书局版	大16	17.50	2008.1
《中考复习精讲与测试·英语》人教版	大16	17.50	2007.12
《中考复习精讲与测试·英语》通用版	大16	17.50	2008.1
《中考复习精讲与测试·数学》通用版	大16	17.50	2007.12
《中考复习精讲与测试·物理》通用版	大16	16.00	2007.12
《中考复习精讲与测试·化学》通用版	大16	11.5	2007.12
《中考复习精讲与测试·历史》通用版	大16	14.5	2007.12
《中考复习精讲与测试·思想品德》人教版	大16	13.5	2007.12
《中考复习精讲与测试·思想品德》通用版	大16	14.5	2007.12

大象考王·中考冲刺最后一卷

产品内容:各科3套试卷,附赠各科临考前的《备考指南》,是最佳的冲刺阶段的内部交流模拟试卷。创作成员由省、市教研人员,各重点中学抽调的名师组成。出版时间:2008年5月。希望提前预订。

中考热点冲刺丛书

书 名	开 本	估 价(元)	出版时间
《中考热点冲刺·思想品德》	16	10.00	2008.4
《中考热点冲刺·历史》	16	8.00	2008.4
《中考热点冲刺·英语》	32	5.00(磁带另售)	2008.4

产品开发:大象教育图书研创中心

咨询电话:0371-63863267

总发行:大象出版社发行科

营销电话:0371-63863559

0371-63863553

网址:www.daxiang.cn

E-mail:kaoshi@daxiang.cn

欢迎各地教师加盟

“大象考王”系列图书研创队伍

大象出版社是河南省唯一一家专业教育图书出版机构,也是河南省唯一一家全国优秀出版社。大象出版社长期以来出版的各类图书如《基础训练》、《中招学业评价说明与检测》等,已经得到了市场的全面认可。其中,“大象考王”系列图书自推出以来,以树立品牌,创造精品为原则,赢得了市场的一致好评。

在图书的研创队伍方面,“大象考王”系列图书已经建立了专业的策划编辑队伍、专家指导队伍、图书编写队伍以及审稿、审定队伍。

随着产品规模的不断扩大,市场对产品质量要求的不断提高,我们决定扩大图书编写队伍和图书的审稿、审定队伍,欢迎各地教师以不同形式加盟参与。

- ◆如果你愿意就本书的形式和内容进行书面文字评价,包括本书整体设计是否合适、课时安排是否合理、体例结构是否得当、书中有无错误或者比较含混的题目、哪些题目值得肯定,哪些题目还需进一步探讨等,请与我们联系。
- ◆如果您有好的题目、好的试卷、关于学科发展方面好的见解,请与我们联系。
- ◆如果您愿意承担一定的审稿、编校、算题任务,愿意在我们的图书出版前、出版中、出版后,与我们一起促成图书质量的提升,请与我们联系。
- ◆如果您在中考类图书的策划、出版方面有自己独到的见解,请与我们联系。
- ◆如果您对我们的图书有更好的营销方面的建议,也请与我们联系。

我们的目的

- ★成立图书质量评价委员会,组织更多的教师对我们的图书进行质量评价,使图书的质量步步提高。
- ★扩大图书编写委员会。发现、挖掘更多的研创人员,壮大作者队伍。
- ★出版更多实用、高质量的图书,完善“大象考王”图书品种。
- ★在图书策划、出版的各个环节,对图书质量进行监控和提升。

鼓励措施

- ★对提出意见中肯者,我们会给予署名和物质奖励。
- ★对于优秀人员,我们会吸收进入研创队伍之中,成为长期合作伙伴。
- ★对于认真提出意见的教师,我们会每年赠送一定比例的新书。
- ★每年邀请部分教师,参加我社举办的图书质量讨论会,并进行联谊,相关费用由我们全部承担。

共同创造,共同发现,我们特别希望与您进行多层次的长期合作。

我们的联系方式如下:

电子邮箱: kaoshi@daxiang.cn

电话: 0371-63863267

传真: 0371-63863556

地址: 郑州市经七路25号 大象出版社教育图书研创中心

邮编: 450002

目 录

1 专题一 数与代数

- 1 课时 1 有理数与实数
- 5 课时 2 代数式、整式与分式
- 9 阶段测试(一)
- 11 课时 3 方程与方程组
- 17 课时 4 不等式与不等式组
- 21 阶段测试(二)
- 23 课时 5 数量关系和变化规律 函数
- 28 课时 6 一次函数
- 32 课时 7 反比例函数
- 37 课时 8 二次函数
- 42 阶段测试(三)

45 专题二 空间与图形

- 45 课时 9 点、线、面、角
- 48 课时 10 相交线、平行线
- 51 课时 11 三角形
- 55 课时 12 四边形
- 59 阶段测试(四)
- 62 课时 13 圆
- 67 课时 14 尺规作图
- 71 课时 15 视图与投影
- 75 阶段测试(五)
- 77 课时 16 图形的轴对称 图形的平移和旋转
- 83 课时 17 图形的相似
- 88 课时 18 位置的确定 平面直角坐标系

92	阶段测试(六)
95	课时 19 证明的含义、依据和命题的证明
101	阶段测试(七)

104 专题三 统计与概率

104	课时 20 统计
110	课时 21 概率

114 专题四 综合实践

114	课时 22 代数综合题型
119	课时 23 动态几何题型
124	课时 24 开放探索型问题
130	课时 25 阅读理解型问题
135	课时 26 操作策略型问题
139	课时 27 实践应用型问题

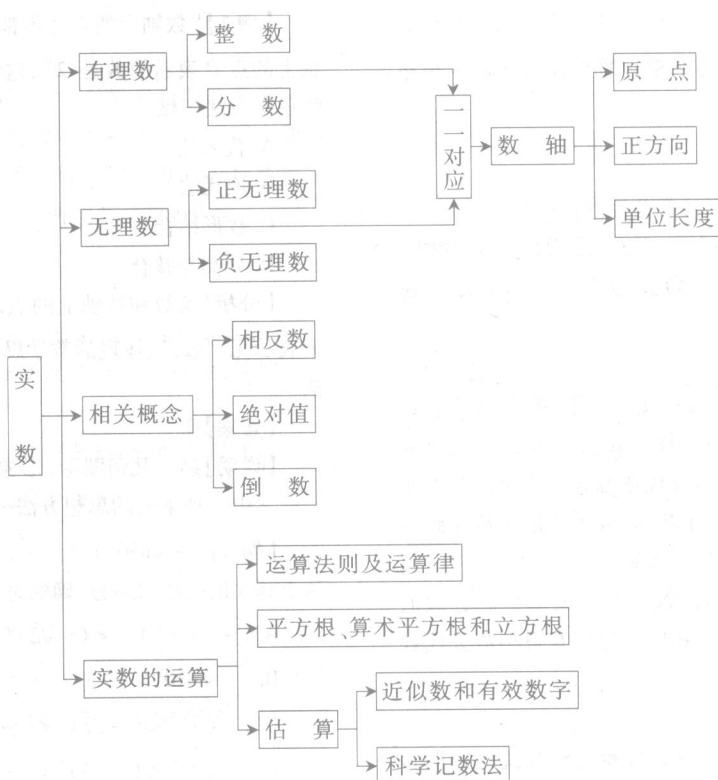
特别提示:测试卷(包括:专题基本测试卷、专题拓展测试卷)及全书参考答案见书中活页

专题一 数与代数

课时1 有理数与实数

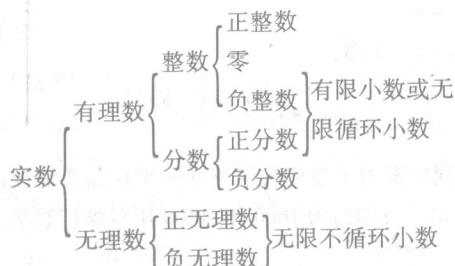
中考知识储备

网络建构



考点检索

1. 实数的分类



或按正实数、负实数和零来分类.

2. 实数的有关概念

(1) 数轴: 规定了原点、正方向和单位长度的直线. 数轴上的点与实数之间是一一对应的.

(2) 倒数: 若两个数的积等于 1, 则这两个数互为倒数,

零没有倒数.

(3) 相反数: 只有符号相反的两个数叫做互为相反数.

(4) 绝对值: 一般地, 数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值.

(5) 算术平方根: 一般地, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根.

(6) 平方根: 一般地, 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根或二次方根.

(7) 零指数幂、负整数指数幂: $a^0 = 1 (a \neq 0)$, $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$.

3. 近似数、有效数字和科学记数法

(1) 近似数: 一个与实际数非常接近的数, 称为近似数.

(2) 有效数字: 从左边第一个不是 0 的数字起, 到末位数

字为止,所有的数字都叫做这个数的有效数字.

(3)科学记数法: $a \times 10^n$,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是整数.

4. 非负数的应用

(1)非负数的表现形式: $|a| \geq 0, a^2 \geq 0, \sqrt{a} \geq 0$.

(2)相反数和绝对值的几何意义:相反数是在数轴上表示相反的两个数的两点位于原点的两侧,且到原点的距离相等;绝对值是在数轴上表示一个点到原点的距离.

(3)非负数的性质:①任何非负数的和为非负数;②如果几个非负数的和为零,则这几个非负数均为零.

5. 计算器的应用

(1)用计算器求数的算术平方根的步骤:①按 $\sqrt{\quad}$ 键;

②输入被开方数;③按 $=$ 键.

(2)用计算器求数的立方根的步骤:①输入被开方数;②按第二功能键 2ndF ;③再按方根运算键 $\sqrt[n]{\quad}$;④输入根指数 3 ;⑤按 $=$ 键.

6. 实数的大小比较

有理数大小的比较法则在实数范围内仍成立.

法则1:在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大.

法则2:正数大于零,零大于负数,正数大于一切负数,两个负数比较,绝对值大的反而小.

7. 实数的运算

在实数范围内,可以进行加、减、乘、除、乘方及开方运算,而且有有理数的运算法则和运算律在实数范围内仍然成立.实数混合运算的运算顺序与有理数混合运算顺序基本相同,先乘方、开方,再乘除,最后加减.同级运算按照从左到右的顺序进行,有括号的先算括号里面的.

在实数运算中,当遇到无理数,并且需要求它的近似值时,可以按照所要求的精确度用相应的近似有限小数去代替无理数,再进行计算.

8. 探索数学规律

解答探究数学规律问题,要认真观察题中算式或图形间的变化,大胆猜想,结合式子的特征和意义,根据相关的法则给出正确的结果.

考情探究

在中考题中,多在具体情境中考查学生对有理数意义的理解.如,表示相反意义的量中的一个量用正数表示,另一个量则用负数表示等;又如,要求考生从数和形的角度考查数学问题,能用数轴上的点(形)表示有理数及比较有理数的大小.

求有理数的相反数、倒数、绝对值在中考中多以填空题、选择题的形式出现.

有理数的加、减、乘、除、乘方,实数的平方根、算术平方根、立方根等都是重要的基础知识,无疑是对学生的数学基础进行评价考查的重要内容.中考数学试卷中,各种题型均有可能出现.

值得指出的是,新课标下的中考题材特别关注生产、生

活,因而常先给出一定的情境,要求考生从实际问题中抽象出关于有理数的运算问题,再进行有理数的运算,从而考查学生综合运用数学基础知识的能力.

对学生估算能力的考查是考试评价中新兴的一个热点.因此,用有理数估计无理数的大致范围,是新课标下中考命题中进行命题创新的好题材.

能对含有较大数字信息的问题做出合理的解释和推断,考查了学生的数感和推理能力,也已经成为新课标下中考的一大特色.

求近似数和有效数字、用科学记数法表示数等也是中考中常见的题目,常以选择题、填空题的形式出现.

方法能力讲坛

【例1】“数轴上的点并不都表示有理数,如图1-1中,数轴上的点P表示的数是 $\sqrt{2}$ ”,这种说明问题的方式体现的数学思想方法叫做 ()

- A. 代入法
- B. 换元法
- C. 数形结合
- D. 分类与整合



图 1-1

【分析】实数和数轴上的点之间是一一对应的, OP 的长度表示无理数 $\sqrt{2}$,体现的数学思想方法是数形结合的思想方法.

【答案】C.

【说明】结合几何图形,形象直观地解答数学问题,这就是数学中一种重要的思想方法——数形结合.

【例2】 $(-\sin 30^\circ)^{-2}$, $(-\sqrt{2})^0$, $(-\sqrt{3})^3$ 这三个实数按从小到大的顺序,排列正确的是 ()

- A. $(-\sin 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{2})^0 < (-\sqrt{3})^3$
- B. $(-\sin 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{2})^0$
- C. $(-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{2})^0 < (-\sin 30^\circ)^{-2}$
- D. $(-\sqrt{2})^0 < (-\sqrt{3})^3 < (-\sin 30^\circ)^{-2}$

【分析】 $(-\sin 30^\circ)^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$, $(-\sqrt{2})^0 = 1$, $(-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3}$.

$$\therefore 4 > 1 > -3\sqrt{3},$$

$$\therefore (-\sin 30^\circ)^{-2} > (-\sqrt{2})^0 > (-\sqrt{3})^3.$$

【答案】C.

【例3】同位素的半衰期表示衰变一半样品所需要的时间,镭-226的半衰期约为1600年,1600用科学记数法表示为 ()

- A. 1.6×10^3
- B. 0.16×10^4
- C. 16×10^2
- D. 160×10

【分析】科学记数法表示的数的形式为 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 是整数).

【答案】A.

【说明】科学记数法的表示形式是 $N = a \times 10^n$, 这里 $1 \leq |a| < 10$, 若 $N \geq 10$, 则 $n = N$ 的总位数减 1; 若 $0 < N < 1$, 则 n 是一个负数, 其绝对值等于 N 的第一个有效数字前面 0 的个数 (包括小数点前面的 0).

【例 4】图 1-2 所示的是一个有规律排列的数表, 请用含 n 的代数式 (n 为正整数) 表示数表中第 n 行第 n 列的数

	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列
第 1 行	1	2	5	10
第 2 行	4	3	6	11
第 3 行	9	8	7	12
第 4 行	16	15	14	13

图 1-2

【分析】由图, 知第 1 行第 1 列上的数是行数的平方减去列数再加上 1; 第 2 行第 2 列的数等于行数的平方减去列数再加上 1; 第 3 行第 3 列的数等于行数的平方减去列数再加上 1, 如 $3^2 - 3 + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$; ... 所示表示数表中第 n 行第 n 列的数为 $n^2 - n + 1$.

【答案】 $n^2 - n + 1$.

【说明】观察、分析、推理是处理此类问题的基本策略.

【例 5】写出 1 和 2 之间的 5 个不同的无理数, 并按由小到大的顺序排列.

【分析】不能盲目地、孤立地胡乱拼凑, 而应以我们所掌握的无理数 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 作为思考问题的起点.

【解】 $\because 1 < \sqrt{2} < 2, 1 < \sqrt{3} < 2$, 且 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$,

$\therefore \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 满足要求.

又 $\because 1 < \frac{1+\sqrt{2}}{2} < \sqrt{2}, \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} < \sqrt{3}, \sqrt{3} < \frac{\sqrt{3}+2}{2} < 2$,

$\therefore$ 满足要求的 5 个无理数由小到大排序为 $\frac{1+\sqrt{2}}{2} < \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} < \sqrt{3} < \frac{\sqrt{3}+2}{2}$.

【说明】本题的求解过程使用了这样一个结论: 若 $a > b$, 则有 $b < \frac{a+b}{2} < a$.

【例 6】如图 1-3 所示, 在下面两个集合中各有一些实数, 请你分别从中选出两个有理数和两个无理数, 再用 “+”, “-”, “ $\times$ ”, “ $\div$ ” 中的三种运算符号将选出的四个数进行三次运算, 使得运算的结果是一个正整数.

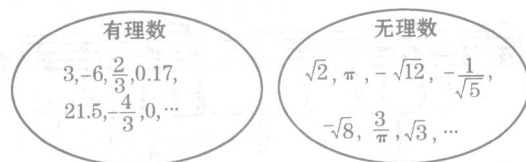


图 1-3

【解】 $3 \times \frac{2}{3} - \sqrt{3} \times (-\sqrt{12}) = 2 - (-6) = 8$.

【说明】通过对有理数的分类来理解实数的分类, 学会知识的迁移, 两种分类的区别不能混淆, 特别注意 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数, 不是分数, $\frac{22}{7}$ 是分数, 不是无理数等.

【例 7】已知 $A = a + 2, B = a^2 - a + 5, C = a^2 + 5a - 19$, 其中 $a > 2$.

(1) 求证: $B - A > 0$, 并指出 A 与 B 的大小关系;

(2) 指出 A 与 C 哪个大, 并说明理由.

【解】(1) $B - A = a^2 - 2a + 3 = (a - 1)^2 + 2$.

$\because a > 2, \therefore (a - 1)^2 > 0. \therefore (a - 1)^2 + 2 > 0$.

$\therefore a^2 - 2a + 3 > 0$, 即 $B - A > 0$. 由此, 可得 $B > A$.

(2) $C - A = a^2 + 4a - 21 = (a + 7)(a - 3)$.

$\because a > 2, \therefore a + 7 > 0$.

当 $2 < a < 3$ 时, $a - 3 < 0, A$ 比 C 大;

当 $a = 3$ 时, $a - 3 = 0$, 即 $(a + 7)(a - 3) = 0, A$ 与 C 一样大;

当 $a > 3$ 时, $a - 3 > 0, (a + 7)(a - 3) > 0, C$ 比 A 大.

【说明】若已知字母的取值范围, 比较含字母的代数式的值的大小常采用作差法或取特殊值法, 而二次根式型实数大小的比较采用作商法、倒数法或平方法.

【例 8】某商店积压了 100 件某种商品, 为使这批货物尽快出售, 该商店采取了如下销售方案, 先将价格提高到原来的 2.5 倍, 再做三次降价处理. 第一次降价 30% 标出了“亏本价”; 第二次降价 30%, 标出“破产价”; 第三次又降价 30%, 标出“跳楼价”. 三次降价处理销售情况如下表. 问:

降价次数	一	二	三
销售件数	10	40	一抢而光

(1) 跳楼价占原价的百分比是多少?

(2) 该商品按新销售方案销售, 相比原价全部售完, 哪一种方案更盈利? 请通过计算加以说明.

【分析】设原价为 1, 则可以表示出每次降价后的价格以及按原方案和新方案销售的收入情况, 经比较大小可作出回答.

【解】设原价为 1.

(1) 亏本价 $= 1 \times 2.5 \times (1 - 30\%) = 1.75$,

破产价 $= 1.75 \times (1 - 30\%) = 1.225$,

跳楼价 $= 1.225 \times (1 - 30\%) = 0.8575$,

所以跳楼价占原价的百分比为 85.75%.

(2) 原价销售额: $100 \times 1 = 100$,

实际销售额: $10 \times 1.75 + 40 \times 1.225 + 50 \times 0.8575 = 109.375$,

所以按新销售方案销售更盈利.

【说明】这是一道图表信息题, 关键是正确理解题意, 其中的计算并不复杂.

【例9】已知 $\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$, ..., 请你根据这些结论计算:

$\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2007}+\sqrt{2005}} \right) \times (\sqrt{2007}+1)$ 的值.

【解】找规律: $\therefore \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$,
 $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$, ..., $\frac{1}{\sqrt{2007}+\sqrt{2005}} = \frac{\sqrt{2007}-\sqrt{2005}}{2}$,
 $\therefore$ 原式 $= \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} + \cdots + \frac{\sqrt{2007}-\sqrt{2005}}{2} \right)$
 $\times (\sqrt{2007}+1) = \frac{\sqrt{2007}-1}{2} \times (\sqrt{2007}+1) =$
 $\frac{(\sqrt{2007})^2 - 1^2}{2} = 1003.$

【说明】注意探求规律,把根式化成同分母相加后,分子可相互抵消,得 $\frac{\sqrt{2007}-1}{2}$,然后用平方差公式进一步计算得出答案.

真题模拟测训

- (2007年芜湖)定义运算“@”的运算法则为: $x@y = \sqrt{xy+4}$, 则 $(2@6)@8 =$ _____.
- (2007年深圳)邓老师设计了一个计算程序,输入和输出的数据如下表:

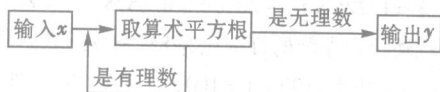
输入数据	1	2	3	4	5	6	...
输出数据	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{4}{23}$	$\frac{5}{34}$	$\frac{6}{47}$	...

那么,当输入数据是7时,输出的数据是_____.

- (2007年嘉兴)2006年嘉兴市生产总值为13431000万元,用科学记数法表示为_____万元.
- (2007年义乌)2007年5月3日,中央电视台报道了一则激动人心的新闻,我国在渤海地区发现储量规模达10.2亿吨的南堡大油田,10.2亿吨用科学记数法可表示为_____ (单位:吨)

- A. 1.02×10^7 B. 1.02×10^8
 C. 1.02×10^9 D. 1.02×10^{10}

- (2006年荆州)有一个数值转换器,原理如下,则当输入的 x 为64时,输出的 y 是 _____



- A. 8 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

- (2007年温州)2006年12月某日我国部分城市的平均气温情况如下表(记温度零上为正,单位:℃),则其中当天平均气温最低的城市是 _____

城市	温州	上海	北京	哈尔滨	广州
平均气温	6	0	-9	-15	15

- A. 广州 B. 哈尔滨 C. 北京 D. 上海

- (2007年湘潭)为庆祝“六一”儿童节,某幼儿园举行用火柴棒摆“金鱼”比赛,如图1-4所示.

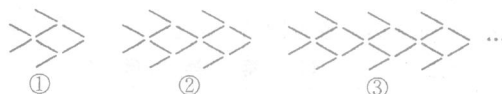


图1-4

按照上面的规律,摆 n 个“金鱼”需用火柴棒的根数为 _____

- A. $2+6n$ B. $8+6n$ C. $4+4n$ D. $8n$

- (2007年岳阳)计算: $(\sqrt{3}-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |2-3| + \sin^2 45^\circ$.

课后综合测训

一、选择题

- $(-\sqrt{2})^2$ 的平方根是 _____
 A. ± 2 B. ± 1.414
 C. $\pm \sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$
- 实数 a, b 在数轴上对应的点分别为 A, B , 且 A 在原点右侧, B 在原点左侧, 且 $|b| > |a|$, 则 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值 _____
 A. 大于零 B. 小于零 C. 等于零 D. 不能确定
- 将长为1m的绳子,截去一半,然后剩下的再截去一半,如此下去,直到余下的绳子长不足1cm为止,则至少需要截的次数为 _____
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

二、填空题

- 一天有 8.64×10^4 秒,一年如果按365天计算,一年的时间有_____秒.(用科学记数法表示)
- 已知 $a = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$, $b = (\pi - 3.1415)^0$, $c = \left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}$, 则 a, b, c 的大小关系是_____.
- 请阅读一小段约翰·施特劳斯的作品,如图1-5所示,根据乐谱,可确定最后一个音符的时值长应为_____.



图1-5

三、解答题

7. 已知 x, y 为实数, 且 $(x+y-1)^2$ 与 $\sqrt{2x-y+4}$ 互为相反数, 求 $x-2y$ 的值.

8. 据了解, 火车票价按 $\frac{\text{全程参考价} \times \text{实际乘车里程数}}{\text{总里程数}}$ 的方法来确定. 已知 A 站至 H 站总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

车站名	A	B	C	D	E	F	G	H
各站至 H 站的里程(单位: km)	1500	1130	910	622	402	219	72	0

例如, 要确定从 B 站到 E 站的火车票价, 其票价为

$$\frac{180 \times (1130 - 402)}{1500} = 87.36 \approx 87 (\text{元}).$$

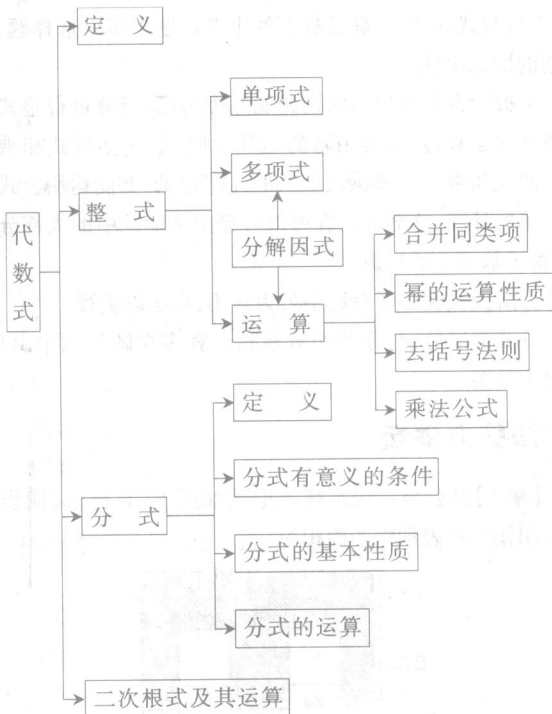
(1) 求 A 站至 F 站的火车票价; (结果精确到 1 元)

(2) 旅客王大妈乘火车去女儿家, 上车过两站后拿着火车票问乘务员, 我快到站了吗? 乘务员看到王大妈手中票价是 66 元, 马上说下一站就到了. 请问: 王大妈是在哪一站下车的? (要求写出解答过程)

课时 2 代数式、整式与分式

中考知识储备

网络建构



考点检索

1. 代数式

代数式: 用运算符号连接的式子.

2. 求代数式的值

求代数式的值: 根据问题的需要, 用具体数值代替代数

式中的字母, 按照代数式中的运算关系计算, 所得结果是代数式的值.

3. 与代数式相关的概念

(1) 单项式: 数字与字母乘积形式的代数式 (包括单个的数字和字母).

(2) 多项式: 几个单项式的和叫做多项式.

(3) 整式: 单项式和多项式统称为整式.

(4) 分式: 式子 $\frac{A}{B}$ ($B \neq 0$), 若 B 中含有字母, 则 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

(5) 有理式: 整式和分式统称为有理式.

(6) 无理式: 含有字母的式子进行开方运算的代数式叫做无理式.

(7) 代数式的分类:

$$\text{代数式} \begin{cases} \text{有理式} \begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases} \\ \text{无理式} \end{cases}$$

4. 合并同类项

(1) 同类项所含字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同的项, 叫做同类项.

(2) 合并同类项法则: 同类项的系数相加, 所得的结果作为合并后的系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 去括号法则: 括号前是“+”, 去掉括号和括号前面的“+”, 括号里的各项不变号; 括号前是“-”, 去掉括号和它前面的“-”, 括号里的各项都变号.

(4) 添括号法则: 括号前添“+”, 括号内各项不变号, 括

号前添“-”,括号内各项都变号.

(5) 整式的加减即合并同类项.

5. 幂的运算法则

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是整数).

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是整数).

(3) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (n 是整数).

(4) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m, n$ 都是整数).

(5) $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ ($a \neq 0, n$ 是整数).

上述五条运算法则, (4) 可以转化为 (1), 因为 $a^m \div a^n = a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m+(-n)}$; (5) 可以转化为 (3), 因为 $\left(\frac{b}{a}\right)^n = (b \cdot a^{-1})^n = b^n \cdot a^{-n}$. 实质上是三条运算法则.

6. 整式的乘除

(1) 整式的乘法.

① 单项式与单项式相乘, 把系数与系数相乘作为积的系数, 同底数幂相乘作为积的因式, 只有一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式;

② 单项式与多项式相乘, 就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即 $m(a+b) = ma + mb$;

③ 多项式与多项式相乘, 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

(2) 整式的除法.

① 单项式除以单项式, 把系数、同底数幂分别相除, 作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式;

② 多项式除以单项式, 先把这个多项式的每一项除以这个单项式, 然后把所得的商相加.

7. 分式的运算

分式的运算关键是弄清运算顺序, 与分数的加、减、乘、除混合运算一样, 分式的加、减、乘、除混合运算也是先进行乘除运算, 再进行加减运算, 遇有括号, 先算括号内的.

此外, 有理数的运算规律对分式运算同样适用.

注意: ① 进行分式混合运算时, 要注意运算顺序, 在没有括号的情况下, 按从左向右的方向, 先算乘方, 再算乘除, 后算加减. 有括号要按先小括号, 再中括号, 最后大括号的顺序计算;

② 混合运算后的结果, 必须化成最简分式或整式;

③ 分子或分母的系数是负数时, 要把“-”提到分式本身的前边.

8. 分解因式

(1) 多项式分解因式常用的方法有: 提公因式法、公式法、分组分解法. 利用 $x^2 + (a+b)x + ab = (a+x)(b+x)$ 分解因式和利用一元二次方程求根公式分解因式等.

(2) 分解因式的公式: 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

9. 二次根式的有关概念

(1) 二次根式的定义: 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 为二次根式.

(2) 最简二次根式的定义: 被开方式中不含分母, 被开方式中因式的指数小于根指数 2.

(3) 同类二次根式: 在化成最简二次根式的前提下, 被开方数相同, 根指数也相同.

10. 二次根式的运算和性质

(1) 二次根式的重要性质: ① $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a > 0), \\ 0(a = 0), \\ -a(a < 0); \end{cases}$ ② $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$; ③ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}(a \geq 0, b \geq 0)$; ④ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \geq 0, b > 0)$.

(2) 二次根式的乘除法: ① 二次根式的乘法: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}(a \geq 0, b \geq 0)$; ② 二次根式的除法: $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}(a \geq 0, b > 0)$; ③ 二次根式的除法一般先写成分式形式, 然后由分母有理化进行运算.

考情探究

结合具体生活情境用字母表示数, 并能理解一些简单代数式的实际背景或几何意义, 能根据实际问题确定字母的值、求代数式的值. 在新课标下的中考命题中多以选择题、填空题的形式出现.

掌握合并同类项的法则并能熟练运用, 能够进行整式的加减乘除运算, 熟练运用幂的运算性质(其中多项式相乘仅指一次式相乘). 了解乘法公式的几何背景, 并能运用公式进行简单的计算. 这部分内容可以贯穿中考命题中的大部分题型, 属于基础性的知识.

分解因式在中考命题中最为常用, 应予以重视.

分式的通分、约分及加减乘除运算多在解答题中出现, 要熟练掌握.

方法能力讲坛

【例1】某公园一块草坪的形状如图 1-6 所示(阴影部分), 用代数式表示它的面积为_____.

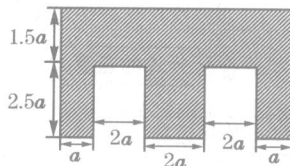


图 1-6

【分析】本题重点考查观察能力和列代数式能力, 阴影部分的面积可用字母表示为 $(2.5a + 1.5a)(a + 2a + 2a + 2a + a) - 2 \times 2.5a \times 2a = 22a^2$.

【答案】 $22a^2$.

【说明】列代数式是列方程解应用题的基础,既要根据题中给的数量关系的关键语句,如增加了多少、多少倍等,又要依据题目中的数、式或图形、表格所表示的规律.

【例2】下列各式中,与 x^2y 是同类项的是 ()

- A. xy^2 B. $2xy$ C. $-x^2y$ D. $3x^2y^2$

【答案】C.

【说明】同类项定义中的“两个相同”缺一不可,同类项只看字母是否相同、相同字母的次数是否相同,与其系数无关.

【例3】下列运算正确的是 ()

- A. $x^9 \div x^3 = x^3$ B. $(-x^4)^3 = -x^{12}$
C. $x^2 \cdot x^4 = x^8$ D. $(x^2 + x^3)^2 = x^4 + x^5 + x^6$

【分析】本题考查幂的运算,解答本题的关键是理解幂的运算法则. $\because x^9 \div x^3 = x^6, x^2 \cdot x^4 = x^6, (x^2 + x^3)^2 = x^4 + 2x^5 + x^6, (-x^4)^3 = -(x^4)^3 = -x^{12}, \therefore$ A、C、D 不正确. 故选 B.

【答案】B.

【说明】解题过程中务必按幂的运算法则和合并同类项法则进行逐一验证.

【例4】下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$
B. $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{3} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 1$
C. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 1$

D. $\frac{6 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

【分析】选项 A 中, $\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$; 选项 B 中, $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{3} = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \neq 1$; 选项 C 中, $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1 \neq 1$; 选项 D 中, $\frac{6 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(6 - \sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} - 1 \neq 3\sqrt{2}$.

【答案】A.

【说明】将算式中各项都化成最简二次根式,再进行加、减、乘、除运算,一般用分母有理化的方法进行除法运算.

【例5】已知 $a^2 + ab - b^2 = 0$,且 a, b 均为正数,化简下面的代数式,再求值: $\frac{a^2 - b^2}{(b-a)(b-2a)} + \frac{2a^2 - ab}{4a^2 - 4ab + b^2}$.

【分析】先将所给代数式化简,然后把 $a^2 + ab - b^2 = 0$ 用一个字母表示另一个字母,再代入化简后的式子即可,切记不要盲目代入求值.

$$\begin{aligned} \text{【解】} \quad & \frac{a^2 - b^2}{(b-a)(b-2a)} + \frac{2a^2 - ab}{4a^2 - 4ab + b^2} = \\ & \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)(2a-b)} + \frac{a(2a-b)}{(2a-b)^2} = \frac{a+b}{2a-b} + \frac{a}{2a-b} = \frac{2a+b}{2a-b}. \end{aligned}$$

$\because a, b$ 均为正数,

$$\therefore \text{由 } a^2 + ab - b^2 = 0, \text{ 得 } a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2} = \frac{-b \pm \sqrt{5}b}{2},$$

$$\text{即 } a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}b. \therefore 2a = (\sqrt{5}-1)b.$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{(\sqrt{5}-1)b+b}{(\sqrt{5}-1)b-b} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = 5+2\sqrt{5}.$$

【说明】分式的求值方法很多:①先化简,后求值;②把值的表示形式,整体代入转化为代数式的值;③有时代数式中的某些值隐含在方程等题设的条件下,找出后将其变为已知再求值.

【例6】在日常生活中如取款、上网等都需要密码,有一种用分解因式法产生的密码,方便记忆.原理是:如对于多项式 $x^4 - y^4$,分解因式的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$,若取 $x=9, y=9$ 时,则各个因式的值是: $x-y=0, x+y=18, x^2+y^2=162$,于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码.对于多项式 $4x^3 - xy^2$,取 $x=10, y=10$ 时,用上述方法产生的密码是:_____. (写出一个即可)

【分析】由 $4x^3 - xy^2 = x(4x^2 - y^2) = x(2x+y)(2x-y)$,知只要计算出当 $x=10, y=10$ 时 $x, 2x+y, 2x-y$ 的值即可.当 $x=10, y=10$ 时, $x=10, 2x+y=30, 2x-y=10$,即产生的密码是103010.

【答案】103010.

【说明】分解因式应用很广泛,根据此法产生密码明了易记,充分体现了数学来源于生活又应用于生活的原理.

【例7】已知 $a = -\frac{1}{2}$,求 $\frac{a^2-1}{a^2+a} + \frac{\sqrt{1-2a+a^2}}{a^2-a}$ 的值.

【解】 $\because a = -\frac{1}{2}, \therefore a-1 < 0$.

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{(a+1)(a-1)}{a(a+1)} + \frac{\sqrt{(a-1)^2}}{a(a-1)} \\ &= \frac{a-1}{a} + \frac{-(a-1)}{a(a-1)} = \frac{a-1}{a} + \frac{-1}{a} = \frac{a-2}{a}, \\ \therefore \text{当 } a &= -\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{-\frac{1}{2}-2}{-\frac{1}{2}} = 5. \end{aligned}$$

【说明】二次根式经常与分式、分解因式等综合命题,计算时应先化简再代入求值.

真题模拟测训

1. (2007年广州)下列计算中,正确的是 ()

- A. $x \cdot x^3 = x^3$ B. $x^3 - x = x$
C. $x^3 \div x = x^2$ D. $x^3 + x^3 = x^6$

2. (2006年四川)已知分式 $\frac{x^2+2x-3}{x^2+6x+9} = 0$,则 x^{-2} 的值为 ()

- A. -1 或 $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ 或 1 C. -1 D. 1

3. (2007 年枣庄) 分解因式: $x^3 - 6x^2 + 9x =$ _____.

4. (2006 年天津) 若 $x^2 + 2(m-3)x + 25$ 是完全平方式, 则 m 的值是 _____.

5. (2007 年岳阳) 若 $x = 2^m + 1, y = 3 + 4^m$, 则用含 x 的代数式表示 y 为 _____.

6. (2007 年枣庄) 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - b^2}{a^2b + ab^2} \div \left(1 - \frac{a^2 + b^2}{2ab}\right)$, 其中 $a = 2 + \sqrt{3}, b = 2 - \sqrt{3}$.

7. (2007 年嘉兴) 解答一个问题后, 将结论作为条件之一, 提出与原问题有关的新问题, 我们把它称为原问题的一个“逆向”问题. 例如, 原问题是“若矩形的两边长分别为 3 和 4, 求矩形的周长”, 求出周长等于 14 后, 它的一个“逆向”问题可以是“若矩形周长为 14, 且一边长为 3, 求另一边的长”, 也可以是“若矩形的周长为 14, 求矩形面积的最大值”等等.

(1) 设 $A = \frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x+2}, B = \frac{x^2 - 4}{x}$, 求 A 与 B 的积;

(2) 提出 (1) 的一个“逆向”问题, 并解答这个问题.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题

5. 若 $|a - b + 2| + (a - 2b)^2 = 0$, 则 $(-2a)^2 \cdot b =$ _____.

6. 计算:

(1) $(a - 2b)(a + 2b) =$ _____.

(2) $(a + b)^2 - (a - b)^2 =$ _____.

(3) 已知 $x + y = 5$, 且 $x - y = 1$, 则 $xy =$ _____.

(4) 已知 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2$ 的值为 _____.

7. 甲、乙两人同时从 A 地出发, 步行 20 千米到 B 地, 甲比乙每小时少走 24 千米, 结果比乙迟到 35 分钟, 设乙每小时走 x 千米, 则可列方程 _____.

8. 阅读下列解答过程, 然后回答问题.

计算: $\frac{1}{x^2 - 4x + 4} \div \frac{x+2}{x-2} \cdot (4 - x^2)$.

解: 原式 = $\frac{1}{(x-2)^2} \div \frac{x+2}{x-2} \cdot (2-x)(2+x)$ ①

= $\frac{1}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x+2} \cdot (2-x)(2+x)$ ②

= 1. ③

(1) 其中①使用的公式用字母表示为 _____.

(2) 其中②使用的法则用字母表示为 _____.

(3) ①②③中, _____ 有错误, 本题的正确答案是 _____.

三、解答题

9. 共青团中央发起了“保护母亲河行动”, 捐赠方法中有一种是捐 5 元钱植一棵树. 某校八年级甲、乙两个班的 115 名学生积极参与, 踊跃捐款, 已知甲班 $\frac{1}{3}$ 的学生每人捐 10 元, 乙班 $\frac{2}{5}$ 的学生每人捐 10 元, 两班其余学生每人捐 5 元, 试用代数式表示两班捐款的总额, 并进行化简.

10. 分解因式:

(1) $5a(a - 2b) - 4b(2b - a) + 3(a - 2b)$;

(2) $a^2 + 2ab + b^2 + 6a + 6b + 9$.

课后综合测训

一、选择题

1. 下列式子中为单项式的是 ()

- A. $\frac{x+y}{2}$ B. $\frac{3}{ma^2}$ C. $\frac{1}{a-b}$ D. 0

2. 下列各式计算正确的是 ()

A. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

B. $(2x - y)^2 = 4x^2 - 2xy + y^2$

C. $(a^2 + 2b)^2 = a^2 + 4b^2$

D. $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9$

3. 把分式 $\frac{a}{a-2b}$ 中的 a 和 b 都扩大 5 倍, 则分式的值 ()

A. 扩大 5 倍

B. 不变

C. 变为原来的 $\frac{1}{2}$

D. 变为原来的 $\frac{1}{4}$

4. 若 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{2a^2 - 3bc + c^2}{a^2 - 2ab - c^2}$ 的值是 ()

11. 解分式方程: $\frac{x}{x-2} + 1 = \frac{4}{x-2}$.

12. 锦州市疏港快速干道(锦州至笔架山)于2006年8月正式通车. 锦州至笔架山的公路运行里程由34千米缩短至28千米,设计时速是现行时速的1.25倍,汽车运行时间缩短0.145小时. 求疏港快速干道的设计时速.

阶段测试(一)

一、选择题

1. 今年,和你一起参加全省课改实验区初中毕业学业考试的同学约有15万人,其中男生约有 a 万人,则女生约有

- ()
- A. $(15+a)$ 万人 B. $(15-a)$ 万人
C. $15a$ 万人 D. $\frac{15}{a}$ 万人

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 0是无理数
B. 若 $\sqrt{a}$ 是无理数,则 a 是实数
C. $\sqrt{25}$ 是无理数
D. $\frac{\pi}{2}$ 是一个分数

3. 化简 $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{x+2}$ B. $\frac{1}{x-2}$ C. $\frac{3x-2}{x^2-4}$ D. $\frac{3x+2}{x^2-4}$

4. 绝对值大于1.9且小于4.1的整数之积等于 ()

- A. 0 B. 144 C. -288 D. -576

5. 给出数表如下:

		1		
		3	2	
	4	5	6	
10	9	8	7	
11	12	13	14	15
...				...

此数表的第25行的各数之和为 ()

- A. 8450 B. 7825 C. 7800 D. 325

6. 若 $(m+1)^2 + (n-1)^2 = 0$,则代数式 $\frac{3}{2(m-n)}$ 的值为

- ()
- A. -1 B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 3

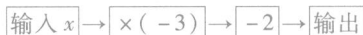
二、填空题

7. 计算: $a^4 \cdot a^5 + (a^3)^3 =$ _____.

8. 已知代数式 $(x+y-6)^2 + \sqrt{x^2-4xy+4y^2}$ 的值为0,则 $x-y =$ _____.

9. 若单项式 $4x^m$ 与 $-x^2y^{n-1}$ 的和为单项式,则 $m =$ _____, $n =$ _____.

10. 下面是一个简单的数值运算程序,当输入 x 的值为-1时,则输出的数值为_____.



11. 一种电子计算机每秒可进行 2.96×10^8 次运算,若它工作10分钟,则进行了_____次运算.(填写原数)

12. 如图1-7所示,用灰、白两色正方形瓷砖铺设地面,第 n 个图案中的白色瓷砖块数为_____.

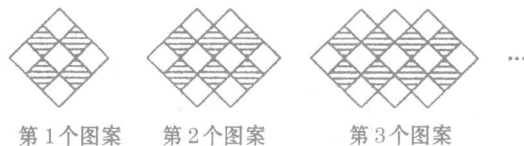


图1-7

13. 如图1-8所示,下列每个图形都是由若干枚棋子围成的正方形图案,图案的每条边(包括两个顶点)上都有 n ($n \geq 2$)枚棋子,每个图案中棋子的总数为 S ,则 S 与 n 之间的关系可以表示为_____.

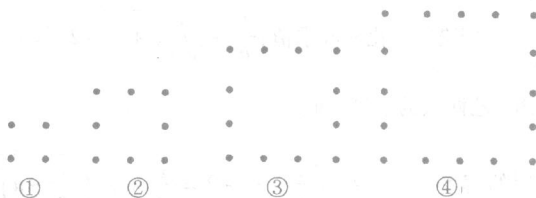


图1-8

14. 数学解密:第一个数是 $3=2+1$,第二个数是 $5=3+2$,第三个数是 $9=5+4$,第四个数是 $17=9+8$ ……观察并猜想第六个数是_____.

15. 已知 $2^n + 2^{-n} = k$ (n 为正整数),则 $4^n + 4^{-n} =$ _____. (用含 k 的代数式表示)

三、解答题

16. 计算下列各题:

(1) $(-2)^2 \times (-3.14) - 3.14 \div (-3)^{-1}$;

(2) $(-x+4y+z)(-x+4y-z)$.

17. 分解因式:

(1) $3y^2 - 18y + 27$;

(2) $(ab+1)(ab-1) - 3$.

18. 先化简,再求值:

(1) 已知 $x^2 - 2x - 2 = 0$, 求 $(x-1)^2 + (x+3)(x-3) + (x-3)(x-1)$ 的值;

(2) $\frac{x+3}{x^2-1} \div \frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+1} + \frac{1}{x+1}$, 其中 $x = 2\sqrt{3} - 1$.

19. 对于题目“化简并求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$, 其中 $a = \frac{1}{5}$ ”, 甲、乙两人的解答不同.

甲的解答是: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5}$;

乙的解答是: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5}$.

谁的解答是错误的? 为什么?

20. 根据以下 10 个乘积, 回答问题:

$11 \times 29; 12 \times 28; 13 \times 27; 14 \times 26; 15 \times 25;$

$16 \times 24; 17 \times 23; 18 \times 22; 19 \times 21; 20 \times 20.$

(1) 试将以上各乘积分别写成一个“ $\square^2 - \circ^2$ ”(两数平方差)的形式, 并写出其中一个的思考过程;

(2) 将以上 10 个乘积按照从小到大的顺序排列起来;

(3) 试由(1)(2), 猜测一个一般性的结论. (不要求证明)

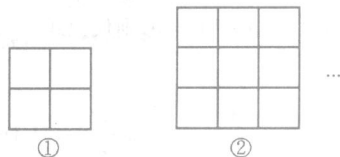
21. 用水清洗蔬菜上残留的农药, 设用 $x (x \geq 1)$ 单位量的水清洗一次以后, 蔬菜上残留的农药量与本次清洗前残留的农药量之比为 $\frac{1}{1+x}$. 现有 $a (a \geq 2)$ 单位量的水, 可以清洗一次, 也可把水平均分成两份后清洗两次, 试问: 用哪种方案清洗后蔬菜上残留的农药量比较少? 并说明理由.22. (1) 如图 1-9①所示, 在 2×2 方格图案中有 _____ 个正方形, 如图 1-9②所示, 在 3×3 方格图案中有 _____ 个正方形, 在 4×4 方格图案中有 _____ 个正方形, 在 5×5 方格图案中有 _____ 个正方形. 通过上面的探索, 你能否找到一般规律, 表示在 $n \times n$ 方格图案中正方形的个数?

图 1-9