

高等 学校 教材

通信电子电路

刘宝玲 主编

刘宝玲 张晓莹 邓 钢 编著
李立华 崔琪楣



高等 教育 出版 社

高等学 校 教 材

通信电子电路

刘宝玲 主编

刘宝玲 张晓莹 邓 钢 编著
李立华 崔琪楣



高等教 育出 版社

内容简介

本书主要讨论用于各种无线电技术设备和系统中的通信电子电路,包括噪声与干扰、高频放大电路、正弦波振荡电路、调制解调与变频电路、反馈控制电路以及射频收发信机设计入门等内容。编者在选材和论述方面注重基本原理的阐述和基本分析方法的介绍,在每章后面总结了一章的要点,还编写了大量难度适当的习题。

本书注重突出基本概念、基本理论和基本分析方法的介绍,并且结合教学与科研成果,增加了射频收发信机设计入门的内容。本书可作为高等院校通信工程、电子信息工程等专业的教材和参考书,也可供相关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

通信电子电路/刘宝玲主编,刘宝玲等编著. —北京:高等教育出版社,2008.2

ISBN 978 - 7 - 04 - 023012 - 3

I. 通… II. ①刘… ②刘… III. 通信 - 电子电路 - 高等学校 - 教材 IV. TN710

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 008233 号

策划编辑 吴陈滨 责任编辑 唐笑慧 封面设计 于 涛 责任绘图 朱 靖
版式设计 范晓红 责任校对 刘 莉 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010 - 58581000
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市联华印刷厂
开 本 787 × 960 1/16
印 张 23.5
字 数 440 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>
版 次 2008 年 2 月第 1 版
印 次 2008 年 2 月第 1 次印刷
定 价 27.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 23012 - 00

前　　言

本书是为高等学校通信工程、电子工程等电子信息类专业编著的一本专业基础课教材,可以与刘宝玲主编的《电子电路基础》配套使用。本书在内容的安排上重点涵盖了通信系统所涉及的各种通信电子电路的功能、工作原理、性能特点和分析方法。在本书的编写过程中,编者总结了多年教学实践经验,汲取了国内外同类教材之长,并考虑到21世纪教学改革的需要,在原有教材的基础上,加以修改编著而成。

为了压缩授课学时及适应电子技术迅猛发展形势的需要,兼顾本课程是专业技术入门课的特点,并且考虑到教育部对有关本科专业目录调整的精神,本书精选了教学内容,拓宽了知识面,增强了教材的通用性。

本教材主要内容包括:噪声与干扰、高频放大电路、正弦波振荡电路、调制解调与变频电路、反馈控制电路以及射频收发信机设计入门等。全书以通信系统为主线,在介绍信息无线电传输系统原理的基础上,展开对各种基本的通信功能电路的讨论,加强了各部分内容的相互联系,并对集成电路在各功能电路中的应用进行了分析介绍。在对各种功能电路的讨论中,着重研究其工作原理、典型电路和分析方法,注意新理论、新器件的应用;对于类似的电路,则寻其特点,找出共性,用以指导对各种具体电路的分析。

与同类教材比较,本书注重突出基本概念、基本理论和基本分析方法的介绍,一方面力求避免复杂繁冗的数学推导,减少有关章节中的烦琐推导或只引用结论;另一方面对重要的数学公式和结论也给出必要的分析思路,注重加强内容的系统性。为了适应新形势的发展,书中增加了噪声与干扰、正交振幅调制与解调、数字调制与解调电路的原理与分析、频率合成、射频收发信机设计入门等章节。其中,射频收发信机设计入门一章结合了编者多年教学与科研的成果,使学生在学习各种单元电路的基础上进一步了解这些电路在实际射频收发信机中的应用,并对通信系统的整体设计有更加完整的认识,从而为后续专业课程的学习打下一定的基础。

书中大量例题均具有代表性,不但可以帮助学生提高解题能力,还有助于学生理解和掌握一些重要的结论和分析方法。本教材深入浅出,既重视理论分析,又注重物理概念及分析问题的基本思路,并在每章后对一章要点进行总结,还配

II 前言

有大量习题,适合学生自学。在舍去某些章节后,本书也可以作为相关专业夜大、函授、自学考试等大专班的教材。本书的参考学时数为 50 学时。

本书由刘宝玲担任主编,绪论、第 3 章由刘宝玲编写,第 1 章由张晓莹编写,第 2 章、第 6 章由邓钢编写,第 4 章由李立华编写,第 5 章由张晓莹、崔琪楣编写。张春茂教授对全书进行了认真的审阅,并提出了许多宝贵的意见。在本教材的编写过程中,刘培植、姜军、王莹、陶小峰等老师提出了许多建议,在此表示感谢。

限于编者水平,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编者

2007 年 9 月

于北京邮电大学

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@ hep. com. cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

绪 论	1
0.1 通信系统的构成	1
0.2 非线性元件的频率变换作用	5
0.3 通信电路系统的发展趋势	7
0.4 本课程特点	9
习题	10
第 1 章 噪声与干扰	11
1.1 噪声的来源和特点	11
1.1.1 电阻的热噪声	11
1.1.2 晶体管的噪声	15
1.1.3 场效应管的噪声	16
1.1.4 二极管的噪声	17
1.1.5 天线噪声	17
1.1.6 多个噪声源作用于电路时的计算	18
1.2 噪声的表示和计算	18
1.2.1 噪声系数	18
1.2.2 等效噪声温度	22
1.2.3 放大器的通用噪声等效电路	24
1.2.4 噪声系数与灵敏度	26
1.3 降低噪声系数的措施	26
1.4 干扰	27
1.4.1 工业干扰	27
1.4.2 天电干扰	28
1.5 低噪声放大器	28
本章小结	29
习题	30

第2章 高频放大电路	32
2.1 高频电路中的元器件	33
2.1.1 高频电路中的无源元件	33
2.1.2 高频电路中的有源器件	34
2.2 谐振回路的基本特性	36
2.2.1 LC 简单串、并联谐振回路的基本特性	36
2.2.2 使用部分接入提高回路的 Q 值	43
2.3 小信号谐振放大电路	47
2.3.1 分散选频的小信号谐振放大电路	49
2.3.2 集中选频的小信号谐振放大电路	60
2.4 谐振功率放大电路	67
2.4.1 谐振功率放大电路的工作原理与性能分析	68
2.4.2 电路参数对谐振功率放大电路性能的影响	76
2.4.3 谐振功率放大电路的直流馈电电路和匹配网络	80
2.4.4 谐振功率放大电路举例	89
2.4.5 丁类功率放大电路的工作原理	91
2.5 倍频电路	97
2.6 宽带高频功率放大电路和功率合成技术	99
2.6.1 传输线简介	100
2.6.2 传输线变压器	102
2.6.3 宽带功率放大电路实例	106
2.6.4 功率合成技术	107
本章小结	115
习题	116
第3章 正弦波振荡电路	120
3.1 反馈式正弦波振荡电路的工作原理和频域分析方法	120
3.1.1 反馈式正弦波振荡电路的工作原理	121
3.1.2 正弦波振荡电路的线性频域分析方法	128
3.2 LC 正弦波振荡电路	132
3.2.1 LC 振荡电路中晶体管的工作状态	132
3.2.2 调谐型正弦波振荡电路	135
3.2.3 三端型 LC 正弦波振荡电路	136
3.2.4 改进型三端电容振荡电路	146

3.2.5 结型场效应管振荡电路	148
3.2.6 集成电路振荡器	151
3.3 RC 正弦波振荡电路	155
3.3.1 文氏桥 RC 振荡电路	155
3.3.2 积分式正交正弦波振荡电路	158
3.4 石英晶体振荡电路	160
3.4.1 正弦波振荡器的频率稳定问题	160
3.4.2 石英晶体振荡电路	163
3.5 压控振荡电路	170
3.5.1 变容二极管及其特性	170
3.5.2 变容二极管压控振荡电路	171
3.5.3 晶体压控振荡电路	175
3.6 负阻正弦波振荡电路	176
3.6.1 负阻器件的特性	176
3.6.2 负阻正弦波振荡电路的工作原理	177
3.7 振荡器中的几种现象	179
3.7.1 间歇振荡	180
3.7.2 寄生振荡	181
3.7.3 频率拖曳和频率占据	184
本章小结	185
习题	186
第 4 章 调制、解调与变频电路	191
4.1 振幅调制与解调	192
4.1.1 调幅的基本原理	192
4.1.2 低电平调幅电路	199
4.1.3 高电平调幅电路	207
4.1.4 调幅信号的解调	209
4.1.5 正交振幅调制与解调	217
4.2 角度调制与解调	218
4.2.1 角度调制信号分析	218
4.2.2 三种基本调制方式的比较	225
4.2.3 调频电路的工作原理	227
4.2.4 扩展线性频偏的方法	235
4.2.5 鉴频原理及电路	236

4.2.6 鉴相器原理及特性分析	251
4.3 数字调制与解调	256
4.3.1 二进制数字调制与解调	256
4.3.2 多进制数字调制与解调	260
4.4 变频原理与电路	265
4.4.1 变频的作用及其基本性能要求	265
4.4.2 晶体管变频电路	270
4.4.3 乘积型混频器	273
4.4.4 二极管环形混频器	275
4.4.5 混频干扰	277
本章小结	279
习题	281
第5章 反馈控制电路	285
5.1 自动增益控制电路	286
5.1.1 基本工作原理	286
5.1.2 自动电平控制电路的应用	288
5.2 自动频率控制电路	289
5.3 自动相位控制电路——锁相环	290
5.3.1 锁相环的基本工作原理	291
5.3.2 锁相环路的性能分析	292
5.3.3 集成锁相环	305
5.3.4 锁相环路的应用	311
5.4 频率合成器	317
5.4.1 简单锁相频率合成器	317
5.4.2 多环锁相频率合成器	319
5.4.3 双模前置分频锁相频率合成器	320
5.4.4 直接数字频率合成器	321
本章小结	324
习题	325
第6章 射频收发信机设计入门	329
6.1 射频电路设计基本概念简介	329
6.1.1 阻抗匹配与能量的传输	330
6.1.2 S参数	333

6.1.3 非线性器件所带来的失真	336
6.2 无线接收机简介	341
6.2.1 无线接收机的基本功能与参数	341
6.2.2 无线接收机的不同结构方式简介	343
6.2.3 无线接收机设计中的基本注意事项	347
6.3 无线发射机简介	351
6.3.1 无线发射机的基本功能与参数	351
6.3.2 无线发射机的结构方框图	352
6.3.3 无线发射机设计中的基本注意事项	354
6.4 无线通信设备的结构	355
6.4.1 天线及馈线	355
6.4.2 双工方式与双工器	356
6.4.3 射频收发信机结构简介	357
本章小结	358
习题	359
参考文献	361

绪 论

通信,就是要准确而迅速地传递信息。19世纪以前,远距离传输信息很困难。在古代,人们曾经使用烽火报告敌情,以快马传递书信,等等。这些都是远距离直接传送信息的例子。直到19世纪人类掌握电磁理论之后,信息的传输才有了新的进展。有线电话和电报将声音和文字变成电信号传送,能够迅速和准确地远距离传送信息;而应用电磁波理论发展起来的无线电通信,由于无线电波能够方便快捷地向空间传播,远距离传输信息不需要导线,所受限制少,因此广泛应用于通信、雷达、广播、电视、导航等领域。

自从无线电技术诞生以来,信息处理和信息传输一直是其研究的主要内容。通信电子电路所涉及的正是用于信息传输与处理的基本电路。本书主要结合无线电通信这一方式,讨论设备和系统中通信电子电路的组成、工作原理以及工程计算等。在绪论中,将对通信系统的基本组成作简要介绍,以便读者了解本书各章所介绍的单元电路在整个系统中的地位和作用。

0.1 通信系统的构成

一切能完成信息传输任务的系统都可以称为通信系统。通信系统的种类很多,按照所用信道的不同可以分为有线通信系统和无线通信系统,按照业务(即所传输的信息种类)的不同可以分为电话、电报、传真和数据通信系统等。广义地讲,广播、电视、雷达及导航系统等也都属于通信系统。按照通信系统中信道传输的基带信号是模拟信号还是数字信号,还可以把通信系统分为两类,即模拟通信系统和数字通信系统。本教材将重点介绍模拟通信系统。

尽管通信系统的种类不同,但就系统的基本组成部分来说是相同的。一个完整的通信系统构成的方框图如图0.1.1所示。

信源是指需要传送的原始信息源,如语言、音乐、图像、文字等,一般是非电物理量。信源经输入变换器后转换成电信号,称为基带信号,其形式不一定适合在信道上传输;把基带信号送入发送设备,将其转换成适合信道传输的信号,送入信道。

输入变换器的主要任务是将信源提供的非电量信息(如声音、景物等)转换成电信号。由于这类信号的频率一般比较低,因此称其为“基带信号”;当信源

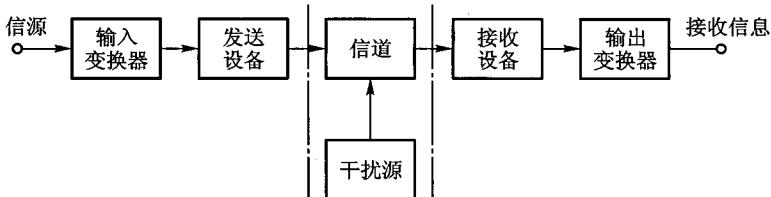


图 0.1.1 通信系统模型

提供的信息本身就是电信号时(如计算机输出的二进制信号),输入变换器可以省略,信号直接进入发送设备。

发送设备主要有两大任务:调制与放大。

所谓调制,就是将输入变换器输出的低频基带信号变成适合信道传输特性的高频信号。在连续波调制中,是指用原始电信号(调制信号)去控制高频振荡信号(载波)的某一参数,使之随着调制信号的变化规律而变化。

例如,在无线通信中,由天线理论可知,要将无线电信号有效地发射出去,天线的长度必须和电信号的波长为同一数量级。由输入变换器输出的基带信号一般是低频信号,波长很长。例如,音频信号的频率一般在 20 kHz 以下,对应波长为 15 km 以上,制造出相应的巨大天线是不可能的。此外,即使这样的天线制造出来,由于各个发射台发射的均为同一频段的低频信号,在信道中会互相重叠、干扰,接收设备也无法选择出所要接收的信号。因此,为了有效地进行传输,必须采用几百千赫以上的高频信号作为载体,将携带信息的低频信号“装载”到高频信号上(这一过程称为调制),然后经天线发射出去。这个携带信息的高频信号经过信道传输到接收端后,再经过接收设备把低频信号从高频信号上“卸取”下来(这一过程称为解调)。其中,未经调制的高频信号称为载频信号,低频信号称为调制信号,经过调制的高频信号称为已调波信号。

采用调制方式以后,由于传送的是高频信号,所需天线尺寸大大下降。同时,不同的发射台可以采用不同频率的载波信号,这样在频谱上就可以互相区分开了。

发送设备的另一个任务是放大,即对已调波信号的电压和功率进行放大、滤波等处理,使已调波信号具有足够大的功率以便送入信道。

图 0.1.2 所示是通信系统中调幅式无线电发送设备方框图及其相应波形。

发送设备一般包括振荡、放大、调制、取样与 A/D 转换等电路。

信道是指信号传输的通道,包括有线信道和无线信道。信道不同,信号的传输特性也不一样。有线信道包括架空明线、同轴电缆、波导管和光缆等;无线通信系统中,信道主要指大气层、海水或外层空间。由于无线电波在空间传播的性能和大气结构、高空电离层结构、大地的衰减以及无线电波的频率、传播路径等因素密切相关,因此,不同频段无线电波的传播路径及其受上述各种因素的影响程度也不同。

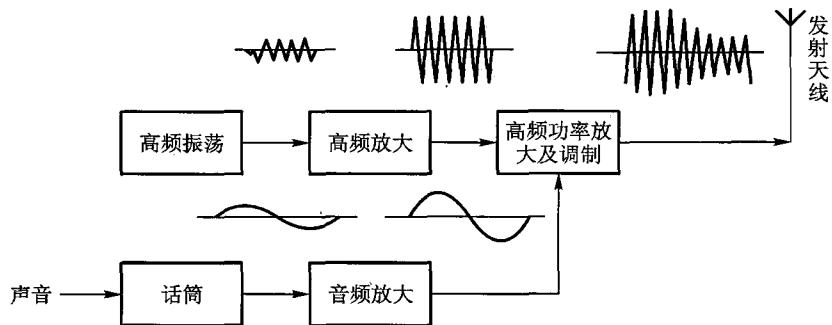


图 0.1.2 发送设备方框图

无线电波在空间的传播速率与光速相同, 约为 3×10^8 m/s。无线电波的波长、频率和传播速率的关系满足下式

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

式中, λ 是波长, c 是传播速率, f 是频率。由于电波的传播速率固定不变, 所以信号频率越高, 波长越短。

不同波长的无线电波传播规律不同, 应用范围也不同, 通常把无线电波划分为不同的波段。无线电波频段的划分见表 0.1.1。

表 0.1.1 无线电波频段的划分

波段名称	波长范围	频段范围	传输介质	
			有线信道	无线信道
甚长波	1 000 ~ 100 km	0.3 ~ 3 kHz	架空明线	海水
超长波	100 ~ 10 km	3 ~ 30 kHz	对称电缆	地球表层
长波	10 ~ 1 km	30 ~ 300 kHz	同轴电缆	电离层
中波	1 000 ~ 200 m	0.3 ~ 1.5 MHz		
短波	200 ~ 10 m	1.5 ~ 30 MHz		
超短波	米波	10 ~ 1 m	30 ~ 300 MHz	自由空间
微波	分米波	100 ~ 10 cm	0.3 ~ 3 GHz	
	厘米波	10 ~ 1 cm	3 ~ 30 GHz	
	毫米波	10 ~ 1 mm	30 ~ 300 GHz	
	亚毫米波	1 ~ 0.1 mm	300 ~ 3 000 GHz	
光波	长波长	1.25 ~ 1.6 μm		
	短波长	0.8 ~ 0.9 μm		

在自由空间中,电磁能量是以电磁波的形式传播的,不同频率的电磁波传播方式也不同。电磁波在空间的传播途径有三种。第一种是沿地面传播,称为地波,如图 0.1.3(a)所示。例如,长波和中波通信、广播,频率在 1.5 MHz 以下,波长较长,遇障碍物绕射能力强,地面的吸收损耗较少,可以沿地面远距离传播,主要是以地波方式传播。第二种是依靠电离层的反射传播,称为天波,如图 0.1.3(b)所示。由于大地不是理想的导体,当电磁波沿其传播时,有一部分能量被损耗掉,频率越高,损耗越大,因此频率较高的电磁波不宜采用地波方式传播。例如,频率范围在 1.5 ~ 30 MHz 的短波通信,波长较短,地面绕射能力弱,且地面吸收损耗较大,不宜地面传播,但短波能被电离层反射到远处,主要靠天空中电离层的折射和反射传播。电离层是由于太阳和星际空间的辐射引起大气上层电离而形成的,电磁波到达电离层后,一部分被吸收,一部分被反射和折射到地面;频率越高,被吸收的能量越少,电磁波穿入电离层也越深,当频率超过一定值后,电磁波就会穿过电离层而不再返回地面。第三种是在空间直线传播,称为直线波或者空间波,如图 0.1.3(c)所示。对于频率在 30 MHz 以上的超短波,由于其波长往往小于地面障碍物(如山峰、建筑物等),不能绕过,并且地面吸收损耗很大,不能用地波方式传播;由于超短波能穿透电离层,也不能以天波方式传播,所以只能在空间以直线方式传播。因为地球表面是球形的,它的传播距离有限,故而与发射和接收天线高度有关,如移动通信、电视和调频广播等均采用直线波传播方式。

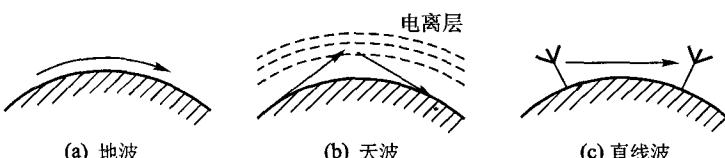


图 0.1.3 无线电波的传播方式

接收设备的任务是将信道传送过来的已调波信号从众多信号和噪声中选取出来,并且对其进行处理,以恢复出与发送端一致的基带信号。无线通信的接收过程与发射过程正好相反。图 0.1.4 所示是通信系统中调幅式无线电接收设备的方框图及其波形。

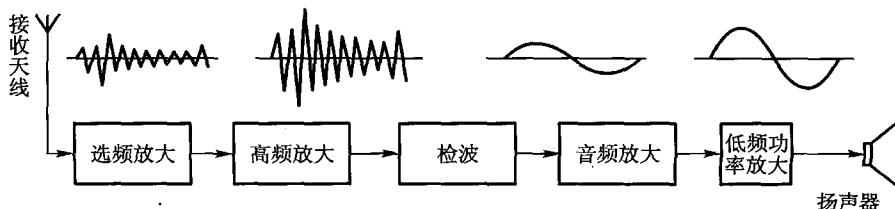


图 0.1.4 接收设备方框图

接收设备通常包括放大、滤波、混频、解调以及 D/A 转换等电路。这些都是通信电子电路所要研究的基本功能电路。此外,包括自动增益控制、自动频率控制和自动相位控制(锁相环)在内的反馈控制电路也是通信电子电路研究的重要对象,因为这是通信系统中必不可少的组成部分。

在发送设备和接收设备的各项功能中,除了各种信号放大只能用模拟电路实现外,原则上来讲,对于其他的功能,都可以将信号数字化,然后用编程的方法通过数字电路来实现。

输出变换器的作用是将接收设备输出的基带信号恢复成信源提供的原始信息,供收信者使用。

图 0.1.5 所示是数字通信系统的基本组成方框图。对于数字通信系统来说,除了包含图中的各个功能模块以外,还要有同步系统,用于建立系统的收、发两端相对一致的时间对应关系,即通过在收端确立每一位码的起止时刻,确定接收码组与发送码组之间的对应关系,从而正确恢复发端的信息。

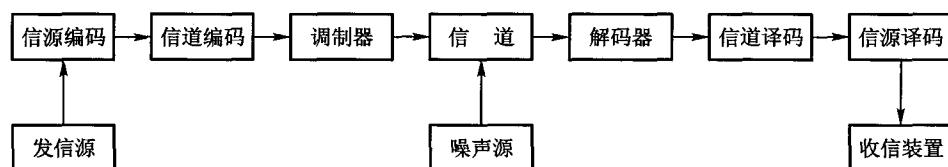


图 0.1.5 数字通信系统模型

0.2 非线性元件的频率变換作用

严格来说,二极管、双极晶体管、场效应管等器件都是非线性的,这种非线性是指器件特性的非线性,不考虑时间的非线性,这种器件称为时不变非线性器件。本书讨论的非线性器件均属于时不变非线性器件。需要说明的是,器件的非线性特性是绝对的,但在一定的条件下可以忽略其非线性,将其看做线性器件。例如,当输入信号非常小时,器件可以看做线性器件,这是建立低频模拟电子电路的晶体管网络参数等效模型的前提。

在线性电路中,输出永远是与输入同频率的信号,不可能产生新的频率成分。如果采用非线性的器件,或设法使晶体管工作在超过晶体管特性曲线的线性范围时,就会使输出信号波形产生非线性失真,其中包含了许多高次谐波,即产生了新的频率分量。

例如,二极管是一种常用的具有非线性特性的器件,下面就以二极管为例来说明非线性器件的频率变換作用。

6 绪论

假设加在二极管两端的为正向导通电压 v , 流过二极管的电流为 i , 则二极管正向导通时呈现的指数特性可以用幂级数表示为

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + \dots \quad (0.2.1a)$$

假定近似取至二次项, 则可以得到

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 \quad (0.2.1b)$$

式中, a_0 、 a_1 和 a_2 是与特性曲线有关的系数。 a_0 为 Q 点下的静态值, a_1 是线性项系数, a_2 为非线性项系数。

设二极管输入信号电压为单一频率的余弦电压, 即

$$v = V_m \cdot \cos \omega t \quad (0.2.2)$$

将式(0.2.2)代入式(0.2.1b), 则有

$$\begin{aligned} i &= a_0 + a_1 V_m \cos \omega t + a_2 V_m^2 \cos^2 \omega t \\ &= \left(a_0 + \frac{1}{2} a_2 V_m^2 \right) + a_1 V_m \cos \omega t + \frac{1}{2} a_2 V_m^2 \cos 2\omega t \\ &= I_0 + I_{1m} \cos \omega t + I_{2m} \cos 2\omega t \end{aligned} \quad (0.2.3)$$

式中, I_0 为直流分量, I_{1m} 和 I_{2m} 分别为基波和二次谐波的振幅, 它们分别等于

$$\begin{cases} I_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 \cdot V_m^2 \\ I_{1m} = a_1 \cdot V_m \\ I_{2m} = \frac{1}{2} a_2 \cdot V_m^2 \end{cases} \quad (0.2.4)$$

由以上各式, 可以看出:

① 由于二极管的非线性特性, 使二极管电流中出现了新的频率分量, 实现了频率变换。

② 在各分量中, 直流分量 I_0 较起始电流(即 a_0)有一个增量。该增量值与特性曲线偶次项系数 a_2 和交流电压振幅 V_m 的平方有关。基波分量由奇次项产生, 二次谐波分量由二次以上偶次项产生。输入波形和输出频率分量可以用图 0.2.1 表示。采用滤波电路把需要的频率分量提取出来, 即可达到频率变换的目的。例如, 只取直流分量就是整流电路, 取其二次谐波分量就可作为倍频电路。

若外加两个不同频率的余弦信号电压, 即

$$v = V_{1m} \cdot \cos \omega_1 t + V_{2m} \cdot \cos \omega_2 t \quad (0.2.5)$$

将其代入式(0.2.1b), 则可得到

$$\begin{aligned} i &= a_0 + a_1 (V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t) + a_2 (V_{1m}^2 \cos \omega_1 t + V_{2m}^2 \cos \omega_2 t)^2 \\ &= \left(a_0 + \frac{a_2}{2} V_{1m}^2 + \frac{a_2}{2} V_{2m}^2 \right) + a_1 (V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t) \\ &\quad + \frac{a_2}{2} (V_{1m}^2 \cos 2\omega_1 t + V_{2m}^2 \cos 2\omega_2 t) + a_2 V_{1m} V_{2m} [\cos (\omega_1 + \omega_2)t + \cos (\omega_1 - \omega_2)t] \end{aligned}$$