

混沌系统的模糊神经网络 控制理论与方法

谭 文 王耀南 著



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书较为系统地介绍了混沌系统的模糊神经网络控制的基本理论和近年来的新方法、新成果。全书共分12章,内容包括混沌系统的BP神经网络控制、混沌系统的RBF神经网络控制、超混沌系统的模糊滑模控制、不确定混沌系统的模糊自适应控制、无穷维时滞混沌系统的混合模糊神经网络时间序列预测、混沌系统的混合遗传神经网络控制、不确定混沌系统的模糊神经网络自适应控制、动态神经网络的不确定混沌系统辨识与控制、基于线性矩阵不等式方法的不确定混沌系统模糊控制、不确定混沌系统的递归高阶神经网络同步控制等。

本书涉及目前国内外混沌智能控制最新研究成果,特别是作者长期从事混沌系统控制理论方法所取得的科研成果,其中包括发表在国内外权威学术刊物上的前沿科研成果,取材新颖、内容丰富、深入浅出、理论联系实际、论述严谨。不仅为读者提供混沌系统智能控制问题的设计方法,而且能在理论研究与工程应用上给读者带来启发与帮助。

本书可供高等院校自动化、计算机应用、电子工程、信息工程等专业研究生和高年级本科学使用,也可供相关领域的工程技术人员和科学研究工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

混沌系统的模糊神经网络控制理论与方法/谭文,王耀南著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-021258-0

I. 混… II. ①谭…②王… III. 混沌学-应用-模糊控制-神经网络 IV. TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 029154 号

责任编辑:姚庆爽/责任校对:陈玉凤

责任印制:刘士平/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年5月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年5月第一次印刷 印张:15 1/2

印数:1—3 000 字数:298 000

定价:48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换<长虹>)

前 言

混沌是近年来兴起的一门学科,它不仅拓宽了人们的视野,加深了对客观世界的认识,而且展现出十分诱人的应用和发展前景,使之成为非线性科学领域的一个重大研究课题,也是深入开展混沌研究的巨大推动力. 控制非线性系统混沌运动已成为当前控制领域的研究热点之一. 由于混沌系统和混沌现象的奇异和复杂性,在混沌识别、控制过程中,遇到了常规控制理论与方法所不能解决的各种困难,如何突破现有理论模式框架,寻求智能控制方法来处理混沌系统,已成为国际控制界共同关注且急需解决的问题.

模糊逻辑和神经网络是智能控制学科发展和研究的关键技术内容. 模糊控制作为结合基于专家系统、模糊集合理论和控制理论的成果而诞生,它是以模糊集合论、模糊语言变量以及模糊逻辑推理为基础的一种计算机控制. 而人工神经网络特有的非线性处理能力,自学习、自适应、自组织能力和容错功能,使得它在模式识别、智能控制、组合优化、预测等领域获得了成功应用. 神经网络和模糊逻辑系统均属于无模型的估计器和非线性动力学系统,是一种处理不确定、非线性和其他不确定问题的有力工具. 由于模糊神经网络两者之间的互补性质,模糊神经网络控制已经成为控制领域一个重要研究方向.

本专著的内容是作者近年来在混沌系统的智能控制方面所取得科研成果的归纳和总结,主要利用模糊逻辑系统、人工神经网络等智能控制理论技术,围绕非线性混沌系统的辨识、控制与同步问题进行研究探讨. 希望通过本书,抛砖引玉,为读者提供有关混沌系统的模糊神经网络控制理论与方法学习方面的参考. 全书共分 12 章. 第 1 章为绪论,介绍了混沌的定义、混沌应用前景及混沌控制的概况. 第 2 章主要介绍模糊控制与神经网络控制理论基础. 第 3 章研究了 BP 及其改进算法的神经网络对混沌系统进行控制的问题. 第 4 章探讨了混沌系统的 RBF 神经网络控制问题. 第 5 章研究了超混沌系统的模糊滑模控制设计方法. 第 6 章讨论了不确定混沌系统的模糊建模及其自适应控制策略. 第 7 章研究了混合神经模糊逻辑推理系统的时滞无穷维混沌时间序列预测问题. 第 8 章研究了混合遗传神经网络控制混沌周期轨道方法. 第 9 章研究了一类不确定混沌系统的模糊神经网络自适应控制方法. 第 10 章主要是利用动态神经网络对不确定混沌系统进行辨识和参考目标轨道跟踪控制研究. 第 11 章主要是利用线性矩阵不等式方法对不确定混沌系统进行模糊控制研究. 第 12 章主要利用递归高阶神经网络,对不确定混沌系统的同步问题进行了研究.

本书中作者的研究成果分别得到了国家自然科学基金(60375001、60075008、60102010)、湖南省自然科学基金(03JJY3107)、湖南省优秀青年基金(05B016)等项目的大力支持.正是这些支持为本书的形成奠定了坚实的基础,在此对他们表示衷心的感谢.感谢湖南科技大学科技出版基金的资助,同时也要对关心本书出版的湖南科技大学领导和老师表示由衷的谢意.

混沌系统的控制是一项充满诱惑力和富于挑战性的工作,将智能控制理论和方法应用于混沌系统的研究,还有许多问题需要更进一步地探讨与完善,加之作者的水平和研究工作的范围有限,书中缺点和疏漏不妥之处在所难免,作者真诚地欢迎各位专家和读者批评指正,不胜感激.

作 者

2007 年 8 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 混沌研究历史及意义	2
1.3 混沌的定义及特征	4
1.3.1 定义	4
1.3.2 初值敏感	6
1.3.3 系统参数对动力学性态的影响	8
1.4 混沌控制研究概况	11
1.5 混沌应用前景	15
1.6 混沌控制研究意义	17
1.7 本书的主要内容与结构安排	17
参考文献	21
第 2 章 模糊神经网络控制理论基础	25
2.1 模糊控制理论基础	25
2.1.1 模糊集合与隶属函数	25
2.1.2 模糊算子	29
2.1.3 模糊关系与模糊矩阵	29
2.1.4 模糊逻辑和模糊语言	32
2.1.5 模糊推理	34
2.1.6 解模糊	35
2.1.7 Sugeno 模糊模型	36
2.1.8 非线性系统的 T-S 模糊模型	38
2.2 神经网络理论基础	39
2.2.1 神经元基本结构	39
2.2.2 神经元模型	40
2.2.3 神经网络结构及学习规则	42
2.2.4 典型前馈型神经网络及其学习算法	45
2.3 模糊神经网络基础	54
2.3.1 模糊推理的简化	54

2.3.2 模糊推理神经网络设计	55
2.4 小结	56
参考文献	57
第3章 神经网络在混沌控制中的作用	58
3.1 引言	58
3.2 用 BP 神经网络控制 Henon 映射混沌运动	59
3.2.1 控制混沌	59
3.2.2 神经网络结构及算法	60
3.2.3 数值仿真	61
3.3 用改进 BP 算法控制 Henon 映射混沌运动	64
3.3.1 控制器结构及算法	64
3.3.2 仿真实验	66
3.3.3 数值结果对比	68
3.4 小结	69
参考文献	69
第4章 基于径向基神经网络的非线性混沌控制	71
4.1 径向基函数网络	71
4.2 RBFN 参数的选择	72
4.3 Henon 映射混沌运动的 RBF 神经网络直接控制	72
4.3.1 控制原理	73
4.3.2 控制器结构及算法	73
4.3.3 仿真实例	75
4.4 混沌系统的 RBF 神经网络非线性补偿控制	77
4.4.1 问题描述	77
4.4.2 非线性补偿与线性控制	78
4.4.3 仿真实例	81
4.5 小结	85
参考文献	86
第5章 超混沌系统的模糊滑模控制	87
5.1 引言	87
5.2 滑模变结构控制	87
5.2.1 滑动模态概念	88
5.2.2 滑模面与滑模控制律	88
5.3 超混沌系统的模糊建模	90
5.4 基于区域极点配置的模糊滑模控制器设计	93

5.4.1 滑模面构造	93
5.4.2 滑模控制器的设计	95
5.5 仿真研究	96
5.6 小结	97
参考文献	98
第 6 章 不确定混沌系统的模糊自适应控制	99
6.1 引言	99
6.2 基于模糊推理系统的建模	99
6.3 模糊自适应控制器设计	102
6.3.1 函数的傅里叶级数描述	102
6.3.2 控制器设计	103
6.4 数值仿真	104
6.5 小结	106
参考文献	106
第 7 章 模糊神经网络在混沌时间序列预测中的应用	108
7.1 引言	108
7.2 模型结构	108
7.3 混合学习算法	110
7.3.1 结构学习阶段	110
7.3.2 参数学习阶段	112
7.4 在非线性动力系统中的应用——混沌动力系统的预测	115
7.4.1 仿真实验	115
7.4.2 在线自适应学习的仿真结果	118
7.5 小结	120
参考文献	121
第 8 章 混沌系统的混合遗传神经网络控制	122
8.1 引言	122
8.2 小扰动控制混沌	123
8.3 遗传算法	123
8.3.1 初始群体确定	123
8.3.2 编码方案	124
8.3.3 自适应选择	124
8.3.4 杂交算子选择	124
8.3.5 自适应交叉和变异	125
8.4 HyGANN 系统设计	126

8.4.1 系统结构	126
8.4.2 HyGANN 学习算法	128
8.5 仿真试验与结果	129
8.6 小结	135
参考文献	136
第 9 章 不确定混沌系统的模糊神经网络自适应控制	138
9.1 引言	138
9.2 T-S 模糊逻辑系统	139
9.3 基于 Lyapunov 函数法的模糊神经网络自适应控制器设计	140
9.4 数字仿真研究	148
9.5 讨论	149
9.6 小结	150
参考文献	151
第 10 章 基于动态神经网络的混沌系统控制	153
10.1 不确定混沌系统的动态神经网络跟踪控制	153
10.1.1 引言	153
10.1.2 动态神经网络辨识	154
10.1.3 参考模型轨道跟踪控制	159
10.1.4 数值实验仿真结果	163
10.2 不确定混沌系统的动态神经网络自适应控制	166
10.2.1 引言	166
10.2.2 动态神经网络辨识器及其学习算法	167
10.2.3 基于辨识器的控制器设计	169
10.2.4 数值仿真	172
10.3 不确定蔡氏电路混沌系统的神经网络优化控制	176
10.3.1 引言	176
10.3.2 基于无源技术的神经网络辨识	177
10.3.3 基于辨识模型的优化控制器设计	180
10.3.4 数字仿真	181
10.4 小结	183
参考文献	184
第 11 章 基于线性矩阵不等式方法的混沌系统模糊控制	188
11.1 不确定洛伦茨混沌系统的鲁棒模糊控制	188
11.1.1 引言	188
11.1.2 T-S 模糊模型描述	189

11.1.3 洛伦茨混沌系统的建模	190
11.1.4 基于模糊模型的鲁棒控制器设计	194
11.1.5 计算机仿真	197
11.2 基于 LMI 方法的不确定混沌系统的输出反馈模糊控制	199
11.2.1 引言	199
11.2.2 输出反馈控制系统的 T-S 模糊模型描述	200
11.2.3 T-S 模糊模型的鲁棒控制	200
11.2.4 计算机仿真	203
11.3 小结	207
参考文献	208
第 12 章 基于递归神经网络的不确定混沌系统同步	211
12.1 引言	211
12.2 同步控制方法	211
12.3 高阶神经网络模型	212
12.4 RHONN 逼近非线性系统的特性	214
12.5 权值学习算法	216
12.5.1 滤波 RHONN 参数学习	217
12.5.2 滤波误差 RHONN 参数学习	219
12.6 混沌系统辨识	220
12.7 同步控制器设计	223
12.8 仿真结果	224
12.9 小结	230
参考文献	231
结束语	233

第 1 章 绪 论

本章较为全面地叙述了混沌研究的发展历史及其意义,混沌的定义、特征及混沌应用前景,着重评述了最近十几年来国内外几种具有代表性的混沌控制方法及其特点,最后介绍本书的主要研究内容.

1.1 引 言

混沌现象^[1~3]是非线性系统独特且广泛存在的一种非常复杂但又不完全随机的非周期运动形式,其覆盖面之广、跨学科之宽、综合性之强、应用发展潜力之大,都是前所未有的.著名物理学家 Ford 曾说:“相对论消除了绝对空间与时间的幻想;量子力学消除了关于可控测量过程牛顿式的梦;而混沌则彻底消除了拉普拉斯关于决定论式可预测性的幻想.”因此国际上誉称它为 20 世纪物理学的第三次最大的革命.这场革命正在冲击和改变着几乎所有科学和技术领域,并向我们提出了巨大的挑战.

混沌不仅拓宽了人们的视野,加深了对客观世界的认识,而且展现出十分诱人的应用和发展前景,使之成为了非线性科学领域的一个重大研究课题和学术热点问题,也是深入开展混沌研究的巨大推动力.

近三十年来,近似方法、非线性微分方程的数值积分法,特别是计算机技术的迅猛发展,为人们对混沌的深入研究提供了极为有力的工具.物理学家、化学家与生物学家在多个领域对混沌现象进行了大量揭示与探讨,数学家则从微分动力系统、分形等多种角度对这一现象进行了研究,而混沌为控制学界所关注只是近十年来的事情.因为随着对混沌认识的不断加深,人们发现它和其他事物一样既有不利的一面,也有可利用的一面,在某些情形下甚至非常有用.要利用混沌,首先就必须对它加以控制,如 Pecora 和 Carroll 提出的混沌同步的概念和方法,已运用于保密通信领域.而混沌同步实际上就是一个特殊的混沌控制(混沌观测和跟踪)问题.

由于混沌系统及其控制的复杂性,将智能控制技术引入混沌控制中成为该领域又一个具有挑战性的新的研究方向.

自从美国数学家、控制论之父维纳于 20 世纪 40 年代创立控制论以来,自动控制理论经历了经典控制理论和现代控制理论两个重要发展阶段.对于复杂系统的控制问题,传统控制理论总是力图突破旧的模式,以适应社会对自动化提出的新要

求. 国际上控制理论界也都在探索建立新一代的控制理论, 以满足复杂系统的控制性能指标要求. 近年来, 将传统控制理论与模糊逻辑、神经网络、遗传算法等人工智能技术结合起来, 充分利用人类控制知识对复杂系统进行控制, 逐渐形成了智能控制理论雏形. 智能控制技术以智能控制理论、计算机技术、人工智能和运筹学等为基础, 适用于被控对象和环境具有未知或不确定因素, 或者其数学模型难以建立, 或者其运行环境、工况发生不可预测的变化等场合^[4]. 尽管智能控制体系的形成只有十几年的历史, 理论还远未成熟, 但现有的应用成果和理论发展都表明智能控制正成为自动控制的前沿学科之一. 正是基于这一研究发展方向, 本书主要阐述利用智能控制理论对非线性混沌系统(主要是不确定性混沌系统)的控制与同步方法进行探讨研究问题. 为便于更好地理解混沌控制与同步研究的目的和意义, 下面先介绍混沌研究的历史、混沌研究的意义、混沌的定义、混沌控制研究概况以及混沌应用前景.

1.2 混沌研究历史及意义

混沌(chaos)是一种普遍现象, 关于混沌现象及其机理的研究成果是 20 世纪最重要的科学成就之一.

根据英国《不列颠百科全书》的详注, 英文中的“chaos”一词源于古希腊的“xoas”, 本意指万物出现之前就存在一个无限广阔的空间^[5]. 而当代英文中的“chaos”则指“混乱无序”, 中文翻译过来变成“混沌”, 其含义与科学和工程学非线性动力系统理论中所描述的“确定性的随机现象”较贴近, 故被借用来称呼异常现象.

从 20 世纪 60 年代初, 科学家就开始研究一些捉摸不定的自然现象. 1963 年美国气象学家洛伦茨在数值实验中首先注意到^[6]: 在确定性系统中有时会表现出随机行为现象, 他称之为“决定论非周期流”. 这一论点打破了拉普拉斯决定论的经典理论. 随后 Henon^[7]和 Rossler^[8]等也观测到了类似的结果, 不久洛伦茨又提出“蝴蝶效应”理论, 即一种对初始条件极度敏感依赖性. 后来人们认识到, 当时洛伦茨所发现的决定论非周期流现象其实就是一种混沌现象, 洛伦茨也因此被誉为“混沌之父”.

20 世纪 70 年代是混沌科学发展史上异彩纷呈的时期. 1971 年法国物理学家 Ruelle 和荷兰数学家 Takens 为耗散系统引入了“奇怪吸引子”(strange attractor)的概念. 1975 年美籍华人学者李天岩和美国数学家 Yorke 在美国 *America Mathematics Monthly* 发表了题为“周期三意味着混沌”的著名文章^[9], 深刻揭示了从有序到混沌的演变过程. 文章标题中的“混沌”作为一个新的科学名词术语正式出现在文献中. 1976 年美国生态数学家 May 在美国 *Nature* 杂志上发表题为“具有极

复杂的动力学的简单数学模型”一文,文中指出^[10]:一些非常简单的数学模型也能产生复杂的倍周期分岔和混沌现象,它向人们揭示了生态学中一些极为简单的确定性数学模型,也可以有貌似随机的复杂动力学混沌行为. 1978年日本著名统计学家久保指出:在非平衡非线性系统的研究中,混沌问题揭示了新的一页. 同年,美国物理学家 Feigenbaum 在 *Journal of Statistical Physics* 上发表了“一类非线性变换的定量普适性”文章,产生了轰动性效应. 1978年和1979年费根鲍姆^[11,12]等在梅的基础上独立地发现了倍周期分岔现象中的标度性和普适常数,从而使混沌在现代科学中具有坚实的理论基础.

20世纪80年代,混沌科学研究得到了进一步发展. 人们着重研究系统如何从有序到新的混沌及其混沌的性质和特点,同时借助(单)多标度分形理论和符号动力学,进一步对混沌结构进行研究和理论上的总结. 1980年美籍法国数学家 Mandelbrot 用计算机绘制出了世界上第一张芒德布罗集的混沌图像. 1981年塔肯斯提出了判别奇怪吸引子的实验方法. 1983年加拿大物理学家 Glass 在 *Physics* 杂志上发表了“计算奇异吸引子的奇异程度”的文章,从此在世界范围内掀起了计算时间序列维数的研究热潮. 1987年,Grassberger 等提出重构动力系统的理论方法^[13],通过由时间序列中提取分维数、Lyapunov 指数等混沌特征量,从而使混沌理论研究进入实际应用阶段. 同一年,Hubler 和 Luscher 发现在呈现混沌的不稳定系统的驱动力上加一个合适的扰动量,就可使系统行为进入稳定周期轨道,但所得到的运动不一定是系统原运动方程的解. 他们通过控制一个力学摆的运动成功地演示了这种方法.

在我国,混沌方面的研究也在同步进行. 1984年著名混沌科学家郝柏林院士编辑出版《混沌》一书在新加坡问世. 1986年中国第一届混沌会议在桂林召开. 1989年中国科学家卢侃、林雅谷和卢火等把混沌科学运用到气功研究上,使人们客观地用脑电图检查人的行为史成为可能^[14].

进入20世纪90年代,人们已经意识到混沌运动是自然界中一种较为普遍的现象. 因此对混沌的研究不仅推动了其他学科的发展,而且其他学科的发展又促进了对混沌的深入研究. 所以,混沌与其他学科相互交错、渗透、促进,综合发展,使得混沌不仅在生物学、数学、物理学、化学、电子学、信息学、气象学、宇宙学、地质学,而且在经济学、人脑科学,甚至在音乐、美术、体育等多个领域都得到了广泛的应用. 混沌同步、超混沌、混沌保密通信、混沌神经网络、混沌经济学等方向已有成果面世.

最近,混沌系统的控制问题引起了国际上非线性动力系统和工程控制论专家的高度重视. 混沌控制及其应用已成为当前自然科学基础研究的热门课题之一. 一方面,当某些实际系统出现人们不期望的、有害的分岔和混沌现象时,设法寻找一些方法去消除它;另一方面,混沌在许多情况下又是有益的,当系统处于混沌状态

时,它包含各种各样的不稳定周期轨道,这就为混沌行为提供了新的应用途径.但由于混沌系统和混沌现象的奇异和复杂性,使得系统的预测估计、辨识和控制都比较困难.尽管目前国内外已有一定的研究,但控制混沌系统和混沌现象仍是一个全新的科学前沿,特别是,如何发掘混沌系统特有功能而造福人类,是一个极其重大而意义深远的课题^[15].

综上所述,对于具有“确定性的随机性”同时又具备“非线性的复杂性”的混沌系统的控制是一件充满诱惑力和富于挑战性的事情.随着混沌系统理论的发展和有效控制方法的开发,可以预见,未来的混沌控制理论和应用必将硕果累累.

1.3 混沌的定义及特征

1.3.1 定义

混沌是一种普遍存在于从宏观到微观非线性系统(包括自然科学、社会科学几乎每一个分支)内在的无规则而不稳定的运动状态.尽管目前混沌引起学术界的广泛关注,但作为科学术语,至今仍没有被统一认可的定义.早在 19 世纪末,法国数学家 Poincaré 就曾预言过混沌运动的一些行为,但由于条件的限制,他的预言并没有引起更多的注意.1963 年,混沌现象发现者之一及研究混沌理论的美国著名气象学家洛伦茨指出,混沌系统是指敏感依赖于初始条件的内在变化的系统.1975 年李天岩和 Yorke 发表了“周期三意味着混沌”的文章,首先提出现代科学意义上为后来学者普遍接受的“混沌”概念,并给出了混沌的一种数学定义,现成为 Li-Yorke 定义^[16]:

设连续自映射 $f: I \rightarrow I \subset \mathbb{R}$, I 是 $\mathbb{R}$ 中一个子区间,如果存在不可数集合 $S \subset I$ 满足:

(1) S 不包含周期点.

(2) 任何 $X_1, X_2 \in S (X_1 \neq X_2)$, 有

$$\limsup |f^t(X_1) - f^t(X_2)| > 0 \quad (1.3.1)$$

$$\liminf |f^t(X_1) - f^t(X_2)| = 0 \quad (1.3.2)$$

其中, $f^t(\cdot) = f(f(\cdots f(\cdot)))$ 表示 t 重函数关系.

(3) 任给 $X_1 \in S$ 及 f 的任意周期点 $P \in I$, 有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |f^t(X_1) - f^t(P)| > 0 \quad (1.3.3)$$

则称 f 在 S 上是混沌的.

这一定义所提出的“周期三意味着混沌”,实际上是原苏联学者 Sarkovskii 在 1964 年^[17]关于连续函数“周期点”出现顺序定理的一个特例.

此定义中,由于前两个极限说明子集的点 $X_1, X_2 \in S$ 相当分散而又相当集中;第三个极限说明子集不会趋于任意周期点,所以该定理本身只是预言有非周期轨

道存在,而其中涉及的集合 S 的勒贝格测度可能为零,因此混沌是不可观测的,但人们研究所关心的往往是可测集情形,即此时 S 有一个正的测度.

根据 Li-Yorke 定义,1983 年 Day 认为一个混沌系统应具有如下三种性质:

- (1) 存在所有阶的周期轨道.
- (2) 存在一个不可数集合,该集合只含有混沌轨道且任意两个轨道既不趋向远离也不趋向接近,而是两种状态交替出现,同时任意一条轨道不趋于任一周期轨道,即该集合不存在渐进周期轨道.

(3) 混沌轨道具有高度的不稳定性.

1989 年 Devaney 给出了混沌的另外一个定义^[18].

设 V 是一个度量空间,一个连续映射 $f: V \rightarrow V$ 称为 V 上的混沌. 如果:

(1) f 对初始条件的敏感依赖性. 这意味着混沌映射具有长期不可预测性,如果初值发生极其微小的变化,在短时间内的结果还可以预测但通过长时间的演化后,它的状态根本无法确定,即所谓的“蝴蝶效应”.

(2) f 是拓扑传递的. 它说明混沌系统是不能被细分或不能被分解为两个在 f 下相互影响的子系统,其轨道具有规律性的成分.

(3) f 的周期点在 V 中稠密. 这说明混沌映射具有不可分解性,也即混沌行为具有稠密的周期轨道,其运动最终落在混沌吸引子之中,使其呈现出多种看似混乱无序却又颇具规则的自相似结构(分形). 混沌吸引子中的运动能在一定范围内按其自身的规律遍历每一条轨道,既不自我重复又不自我交叉.

除了上述混沌定义之外,还有诸如 Smale 马蹄横截同宿点、拓扑混合及符号动力系统等定义. 尽管如此,但关于混沌迄今仍没有一个公认的普遍适用的数学定义. 因为从事不同领域研究的学者都是基于各自对混沌的理解研究并进行各自的应用.

从控制和应用角度看,混沌的类型可分为四类^[19]: ①只产生时间混沌; ②只产生空间混沌; ③同时产生时间和空间混沌; ④产生功能混沌.

而从理论物理角度看,混沌类型可分为耗散系统的混沌、保守系统的混沌和量子系统的混沌三类. 其中耗散及保守系统的混沌可统称为经典混沌.

不论按哪种分类的混沌问题以及对混沌的定义有何区别,就混沌现象本身来讲其本质特征是相同的,概括起来有以下几点:

(1) 混沌动力学特性对初始条件的敏感依赖性^[20]. 只要初始条件略有差别或微小扰动就会导致系统的最终状态出现巨大差别,所以其长期演化行为不可预测.

(2) 内在随机性,不同于外在随机性,系统由完全确定性的方程描述,无需附加任何因素,但系统仍表现出类随机行为.

(3) 存在不稳定周期轨道的稠密集,周期的上限是无穷大.

(4) 系统有正的 Lyapunov 指数或有限的科尔莫戈罗夫(Kolmogorov)(或测

度熵)^[21].

(5) 具有连续功率谱^[21,22].

(6) 轨道有遍历特性^[23].

(7) 具有分形性质^[24],各种奇怪吸引子都具有分形结构,由分维数来刻画其特性.

(8) 具有标度不变性,倍周期分岔通向混沌过程遵循费根鲍姆普适常数系^[11,12].

1.3.2 初值敏感

对于某些函数 φ 而言,当 x 和 y 适当靠近时,随着 n 的不断增大, $\varphi_n(x)$ 和 $\varphi_n(y)$ 可以任意接近.确切地说,对于任意给定的 $\delta > 0$,存在 $\epsilon > 0$ 和 n_0 ,使得当 $|x - y| \leq \epsilon$ 时,必有

$$|\varphi_n(x) - \varphi_n(y)| \leq \delta, \quad n \geq n_0 \quad (1.3.4)$$

例如,当 $\varphi(x) = \alpha x$, 且 $|\alpha| < 1$ 时,则 $\varphi_n(x) = \alpha^n x$, 从而

$$|\varphi_n(x) - \varphi_n(y)| \leq |\alpha|^n |x - y| \quad (1.3.5)$$

由此可见,对于给定的 $\delta > 0$,取 $\epsilon = \delta$, $n_0 = 1$,则由式(1.3.5)立刻得知式(1.3.4)成立.

但是,许多非线性系统不具有上述性质.换言之,无论两个不同的初值 x 和 y 如何接近,从它们出发的迭代序列 $\varphi_n(x)$ 和 $\varphi_n(y)$,随着 n 的增大并不能任意靠近.这一特征被泛称为系统(1.3.6)对初值是灵敏的,或简称为初值灵敏,其严格定义如下.

设从 $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 的变换 $\varphi(x) (x \in [0, 1])$ 所决定的动态系统

$$\begin{cases} x_k = \varphi(x_{k-1}), & k \geq 1 \\ x_0 \in [0, 1] \end{cases} \quad (1.3.6)$$

并以 $\varphi_n(x)$ 表示从 $x = x_0$ 出发,依系统(1.3.6)迭代 n 步的取值.

定义 1.3.1 系统(1.3.6)被称为初值灵敏的,如果存在 $\delta > 0$ 使得对任意 $x \in [0, 1]$ 以及 x 的任意一个邻域 $V(x)$,总存在 $y \in V(x)$ 和正整数 n ,使得 $|\varphi_n(x) - \varphi_n(y)| > \delta$,此时又称 φ 是初值灵敏的.

考虑最简单的非线性函数 Logistic 映射

$$\varphi(x) = \mu x(1 - x), \quad x \in [0, 1], \quad \mu \in [0, 4] \quad (1.3.7)$$

取 $\mu = 4$,三个相差仅为亿分之一的初值 x_0 ,按 $x_{k+1} = \mu x(1 - x)$ 进行迭代的情形,仿真曲线如图 1.3.1~图 1.3.3 所示,仿真数据结果如表 1.3.1 所示.从此表可以看出,时间间隔 k 超过 50 之后,迭代的结果与初值的关系已经十分微弱.例如, $k = 52$ 时,初值 $x_0 = 0.1000000$ 与 $x_0 = 0.1000001$ 之间仅差亿分之一,但相应的 x_{52} 则一个(0.6349559274)是另一个(0.0663422515)的将近十倍!而 $x_0 = 0.1000000$

与 $x_0=0.10000002$ 两者初值差亦为亿分之二,结果却差不多,近似 1:1;呈现出长期不可预测的内在随机性表现.

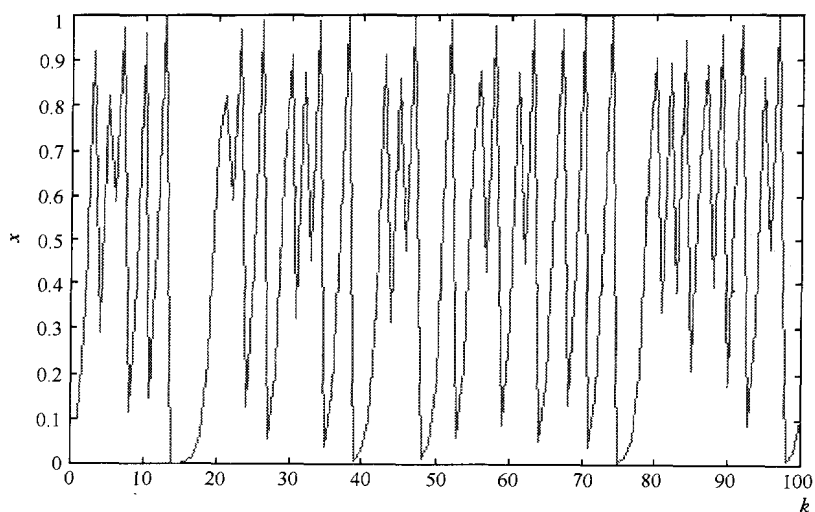


图 1.3.1 初值为 0.1000000 时 Logistic 迭代仿真曲线

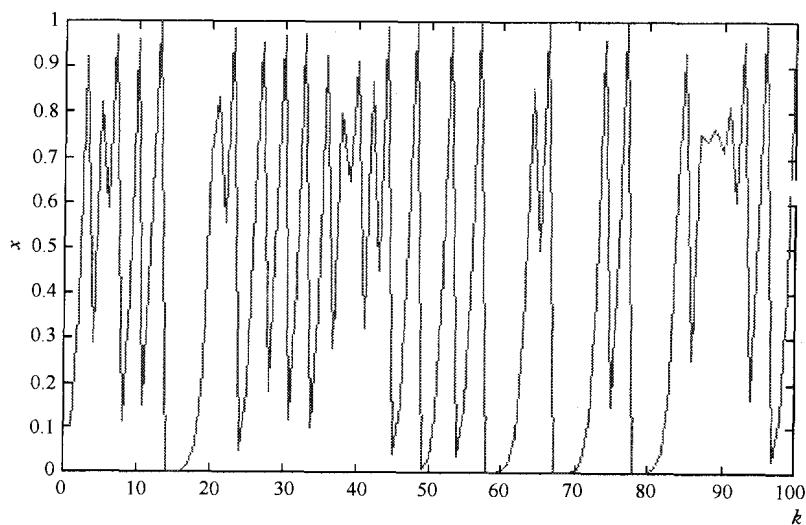


图 1.3.2 初值为 0.10000002 时 Logistic 迭代仿真曲线

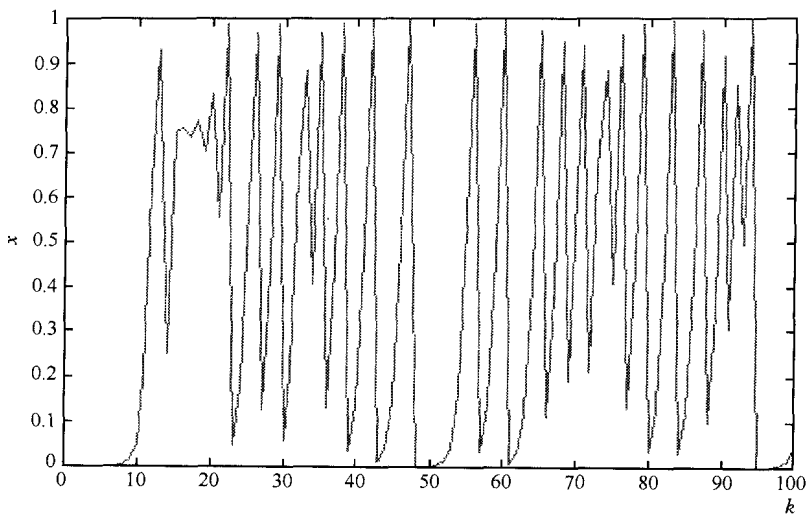


图 1.3.3 初值为 0.10000001 时 Logistic 迭代仿真曲线

表 1.3.1 Logistic 映射迭代

迭代次数 k	$x_0=0.1000000$	$x_0=0.10000001$	$x_0=0.10000002$
1	0.36	0.3600000032	0.3600000064
2	0.9216	0.9216000358	0.9216000717
3	0.28901376	0.2890136391	0.2890135182
10	0.1478365599	0.1478244449	0.1478123304
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
50	0.2775690810	0.4350573997	0.0550053776
51	0.8020943862	0.9831298346	0.2079191442
52	0.6349559274	0.0663422515	0.6587550946
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

1.3.3 系统参数对动力学性态的影响

仍以 Logistic 映射式(1.3.7)为例讨论系统参数 μ 与 φ 的周期解的关系. 这是一个简单的一维动力系统,它来源于生态学中的种群模型.

当 $0 \leq \mu < 1$ 时,易知 $\varphi(x)=x$ 有唯一解,即 $\varphi(0)=0$. 此解是 φ 的周期为 1 的周期解,因为 $\varphi'(0)=\mu < 1$,故这个不动点是吸引的,所以区间 $I=[0,1]$ 上的其他点都最终被吸引到了该点,映射的迭代如图 1.3.4 所示,从初始点 x_0 出发的轨道楼梯式地下降趋于原点. 因此,在这种情形下,映射的动力性态简单,任意点经过足够多次的迭代后,都趋向于原点这个唯一的稳定不动点.