

21世纪保险学精算学系列教材

# 精算数学 与实务

非寿险精算部分

肖芸茹·主编

南开大学出版社

21

世纪保险学精算学系列教材

# 精算数学与实务

(非寿险精算部分)

肖芸茹 主 编

南开大学出版社  
天 津

图书在版编目(CIP)数据

精算数学与实务. 非寿险精算部分 / 肖芸茹主编. —天津:南开大学出版社, 2007. 11

(21世纪保险学精算学系列教材)

ISBN 978-7-310-02792-7

I. 精… II. 肖… III. 保险—精算学—高等学校—教材  
IV. F840.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 163279 号

**版权所有 侵权必究**

南开大学出版社出版发行

出版人:肖占鹏

地址:天津市南开区卫津路 94 号 邮政编码:300071

营销部电话:(022)23508339 23500755

营销部传真:(022)23508542 邮购部电话:(022)23502200

\*

天津泰宇印务有限公司印刷

全国各地新华书店经销

\*

2007 年 11 月第 1 版 2007 年 11 月第 1 次印刷

787×960 毫米 16 开本 20.75 印张 2 插页 389 千字

定价:34.00 元

如遇图书印装质量问题,请与本社营销部联系调换,电话:(022)23507125

## 总序

南开大学是1979年国内保险业务恢复以后，在全国最早建立保险专业的高校。1984年开始招收保险专业研究生，1985年招收保险专业本科生；1988年在国内率先招收精算研究生，培养了国内第一批精算研究生，在国内外产生了重要影响。1991年南开大学建立了国际保险研究所，它是我国综合性大学中最早设立的保险研究机构。1994年在国内高校中率先建立风险管理专业方向。1997年招收保险方向博士生。2004年增设保险专业研究生的社会保障方向。目前，南开大学正与国际上的保险组织和院校积极合作培养保险专业的本科生和研究生。与此同时，在保持保险精算教育特色的基础上，南开大学积极与国际保险组织合作，引进财产保险教育体系。应当说，二十多年来南开大学保险学科的发展已取得了较大的成就，并已得到社会的认可。

多年来，南开大学风险管理与保险学系教师在致力于保险人才培养的同时，一直注重保险教材的建设，并编写了一批在国内有影响的保险专业教材。如刘茂山教授编写的《保险经济学》，王海柱教授主编的《保险管理学》，刘茂山教授主编的《保险学原理》，江生忠教授主编的《保险会计学》，李秀芳教授主编的《保险精算》，赵春梅副教授、陈丽霞副教授、江生忠教授编写的《保险学原理》，以及我系教师参编的由原中国人民保险公司组织编写的教材《社会主义保险学》；国家人事部考试中心及中国保监会组织编写的《保险理论与实务》，原国家教委组织编写的统编教材《保险学》，中国人民银行组织编写的《海上保险》，中国精算师资格考试用书《利息理论》等。近年来，南开大学保险学系教师又出版了多本教材，如李秀芳教授编写的《寿险精算实务》、《中国寿险业资产负债管理研究》，张连增副教授编写的《风险论》，刘茂山教授主编的《国际保险学》，江生忠教授主编的《人身保险市场与营销》、《保险中介教程》、《保险经营管理学》等。此外，南开大学保险学系教师还编写了多本属于保险理论前沿问题的保险专著，同样在国内保险业界产生了重要影响。应当说，多年来南开大学风险管理与保险学系保险教材及专著的建设对于提高师资水平和教学质量，推动南开大学保险学科的发展发挥了重要的作用。

目前，我们之所以再编写一套“21世纪保险学精算学系列教材”，其主要原因或考虑如下：

一是保险学科属于应用型学科，所以在一段时期后及时更新教材是必要的。目前我国保险专业教材建设虽然在数量上已增加不少，但有些教材的内容与保险业的快速发展相比还是略显陈旧，个别教材的内容还不能反映世界或国内保险业快速发展的现状，呈现理论与实践相脱节的现象。这不仅引起了保险业的不满，而且保险专业的教师和学生也有同样的感觉。因此，尽管在保险教材数量不少的情况下写教材、出丛书有可能产生微词，但我们认为还是有必要的。

二是通过系列丛书，系统地体现南开大学保险学教育的特色。以前南开大学风险管理与保险学系教师虽已出版多本保险专业教材，但还没有编写一套完整的保险与精算教材丛书。通过编写系统性的教材，目的之一就是希望从整体上推动南开大学保险学科的发展。目前，虽然国内已有部分院校出版了几种保险专业教材的丛书，但仅是反映了某些院校的保险教育状况。此外，在保险教材建设领域，适时、定期、不断更新和增加系列丛书是有利于保险教育的。需要指出，编写和出版丛书仅是手段而不是最终的目的。所以，我们全体编写人员已达成共识，不能为编写丛书凑数量而忽视质量，不能片面地追求丛书中各书籍在同一时间出版而形成所谓的“丛书”。当然，我们也希望在不长的时间内能完成该套丛书的编写和出版。

三是注意教材的层次化，写出理论性相对较强的教材。由于保险学科具有应用性的特征，所以目前有些保险学教材往往注意教材的应用性而忽视教学的梯度或对象的差异性，以及教材使用对象的层次性。即教材的使用对象不太明确，同一教材大学可以用，大专可以用，中专也可以用。事实上，随着我国保险业发展水平的不断提高和经营管理的逐步成熟，培养多层次的保险人才又重新成为保险教育界所面临的一个现实问题。设立保险专业的院校既要培养保险大专人才，也要培养保险本科生和保险硕士生，此外还需要培养高层次的保险博士生。所以，根据不同层次的保险教育编写具有不同特点的保险专业教材是必要的、合理的。此外，编写保险教材，还应把握院校教育与公司在职教育的差异和特点。公司在职教育固然有其特殊性和必要性，不能被院校教育所替代，而院校教育同样也应有自己的地位和特点，不能变成公司在职教育。所以在教材建设上，两者同样也不能互相替代。

最后，需要指出，保险学科虽然具有实践性和应用性的特征，但这并不能否定保险学作为一个独立的学科所应具有的理论性，即使涉及保险业务的一门教材同样存在一定的原理和理论。所以，编写院校保险教材，强调理论性是合理的。就该套丛书而言，我们的指导思想就是：该丛书的使用对象是高等院校保险专业的本科生，并强调教材的理论性。

参加编写该套教材的作者主要是南开大学风险管理与保险学系的教师，他们

大多数是年轻教师，具有很好的教育背景，并具有较丰富的教学经验和较强的科研能力。此外，为提高教材的质量，我们还邀请了武汉大学、中国对外经贸大学、天津财经大学、广州金融学院等院校的部分教师参与我们的教材编写。在编写体制上完全实行主编负责制，由主编确定大纲，组织编写人员，并最后定稿。当然，在写作过程中，为提高教材质量，编写人员也有交流和沟通，并请相关的教师进行审阅。

如何进行教材建设，并写出经得起时间考验的经典教材，对教师来说是一个永恒的课题。所以，该套教材的推出难免存在这样或那样的问题，以至影响到该丛书没有达到我们的初衷。对此，敬请读者批评指正，我们不胜感激。

最后，我们要感谢南开大学出版社的同志，他们为该套教材的出版投入了很大的精力，对此我们深表谢忱。

南开大学风险管理与保险学系主任

江生忠教授

2005年6月1日于南开大学

## 前 言

“保险精算学”是广泛应用在经济、金融、保险等领域的一门新型交叉学科，它是以数学、概率统计为研究基础和手段，对经济、金融、保险等领域经营管理的各个环节进行数量分析，为提高经营管理水平、制定经营管理决策而提供科学依据、方法和技术的一门重要学科。“保险精算”既不是“应用数学”，也不仅仅是保险经营中的一种单纯技术，而是形成了一整套系统的、科学的、规范化的学科体系。

目前“保险精算教育”在国际上包括专业、课程体系，本、硕、博学程，精算实务技术，以及全国及世界各个系列的“精算师考试”。

国际上研究“保险精算学”和开展“保险精算教育”已有近三百年的历史，而在1984年“精算教育”才引入我国。由于我国保险业务从1990年才正常连续开展起来，因此“保险精算学”只在较少高校相继开设，相关教材比较稀少；而且由于我国保险精算实务技术发展比较滞后，从事精算教学和研究的教师及相关人员很少，因此目前所使用的教材基本上是沿袭国外20世纪60~80年代教材体系的译著，致使初学精算的各类读者和参加精算师考试的各种人才，对有些教材的学习很难入门。

作为从事精算教学十几年的教师，我们深切体会到，当前我国精算学科的研究和教学、精算实务技术的运用和推广，需要一套由浅入深、讲授切入点清楚、结合保险实际需求、知识点明确、突出，上下贯通通达（而不是一开始就是抽象模型的引入、烦琐公式罗列）的教材；目前一般教材语言的直译性较强，又较难结合当前的具体实务；有的教材案例太少，就是仅有的几个案例，往往是在原始数据表之后，输出一大堆计算结果数据表，而缺乏对案例和综合例题的具体计算、分析过程，这给教师讲授和学生学习、研究和实务工作人员的运用带来一系列的困难，不能掌握理论、方法、技术和实证计算的全过程。

本书试图弥补上述几个方面的不足，把我们十几年教学中总结、整合的教学内容贯穿到课堂讲授过程和实验室教学中，特别结合近几年国际国内精算师考试的内容，以及国内精算实务技术的运用融入不断更新的知识和有代表性的实证分析案例，希望对相关方面教师的教学、学生的研读和各类读者的学习研究能力及考试成绩的提高有所裨益。

本书是由从事多年精算教学的老师、多年参加精算考试并获得优异成绩的精算研究生以及目前在保险公司第一线从事保险精算实务工作和研究的精算师（FSA）等共同撰写而成。

本书共分上、下两篇，上篇为“非寿险精算”，下篇为“非寿险精算实务”。

本书各章包括讲授精算方法和技术的理论基础、方法机理、相关原则和有关的具体计算过程；有较多的为巩固、掌握特定方法的算例，也有把全章内容融会贯通的综合性实例，还有近几年在非寿险公司实务技术中应用的案例分析过程（包括收集统计数据、运用相应的方法技术、上机进行电算的全过程）。

本书非寿险精算部分力求把概率统计、保险精算融合讲授，整合梳理的非寿险精算的数理基础和应用特点比较全面、深入和完整，注重各章之间的承上启下的联系；从内容上增加了索赔次数和索赔额的分布拟合及计算；在再保险精算部分不仅讲授传统再保险，还讲授非传统再保险（财务再保险）；在准备金等部分给出了我们自己研制的计算实例等。“非寿险精算实务”中给出了在保险公司关于非寿险定价、非寿险准备金和再保险多种实务技术和方法，结合实际算例进行比较分析，有利于提高学生和相关人员的非寿险精算理论基础和实务操作技术。

南开大学风险管理与保险学系从2004年设立了“精算与统计实验室”，对本科生讲授精算数学与实务（非寿险精算部分）课主要是在“精算与统计实验室”进行教学，除讲授基本理论、方法和技术外，结合运用Excel等精算软件进行教学实习，使学生掌握从事实际课题计算和分析的全过程。

本书可作为保险精算专业本科生（包括研究生）的教材，适用于非保险精算专业本科学生和研究生自学或参考教材，也适合作为保险公司等各类相关人员从事研究和实务工作以及参加精算师考试的有关人员的参考教材；对应用经济、金融、财会等方面的相关人员也可作为保险精算入门学习和应用的参考书。周知，精算不仅仅用在保险领域，也广泛运用在上述这些领域和实务部门。

在非寿险精算学概述关于数理方面的讨论，本书只给出了比较前沿性和较宽泛的知识点，希望对相关研究和从事实务的人员运用时参考相应的书籍。

本书上篇1~6章由南开大学风险管理保险学系肖芸茹教授及精算研究生陈宣伊、林婷婷和冯梦蕾共同编写；下篇由中国再保险公司的李晓颢精算师和中国人民保险人寿公司的付宝丽精算师共同编写。全书由肖芸茹教授统一编撰定稿。

本书编写过程中得到了南开大学李秀芳、江生忠等老师的指导和支持，得到南开大学出版社莫建来等老师的支持和帮助，在此一并表示感谢。

本书肯定存在许多不足和错误，真诚地希望各方面的读者对本书给予斧正，并提出宝贵的意见。

编者

2007年5月



## 目 录

## 上篇 非寿险精算

第一章 非寿险精算概述	3
1.1 非寿险精算的产生、发展及应用	3
1.2 非寿险精算的特点	3
1.3 非寿险精算在保险中的应用	4
1.4 非寿险精算的数理基础和常用数学方法	5
1.4.1 概率论、数理统计与非寿险精算	5
1.4.2 大数定律、中心极限定理与非寿险精算	9
1.4.3 随机模拟方法与非寿险精算	10
1.4.4 效用理论与非寿险精算	11
1.4.5 极值理论与非寿险精算	13
习题一	14
第二章 索赔次数与索赔额	15
2.1 引言	15
2.2 索赔次数的分布	16
2.2.1 同质性保单组合的索赔次数模型	16
2.2.2 非同质性保单组合的索赔次数模型	21
2.3 索赔额的分布	29
2.3.1 几种常用的概率分布	31
2.3.2 索赔额分布的修正	35
2.3.3 复合随机变量的矩母函数和数字特征	37
2.3.4 复合索赔分布函数的计算	39
习题二	43
第三章 非寿险保费的计算	45
3.1 引言	45
3.1.1 保险费计算原理	46

3.1.2	保险费计算方法分类	49
3.1.3	定价中的几个基本概念	50
3.2	费率厘定的基本方法	52
3.3	费率厘定过程中常用的基本精算技术	55
3.3.1	均衡保费——费率水平变化的调整	55
3.3.2	费用分析	57
3.3.3	最终损失的预测与趋势分析	58
3.3.4	利润和意外附加	61
3.3.5	免赔额与责任限额对保费的影响	62
3.4	级别费率	63
3.5	费率厘定实例	66
3.6	费率厘定的评估和监测	79
	习题三	80
<b>第四章</b>	<b>信度理论</b>	<b>84</b>
4.1	引言	84
4.2	有限波动信度理论	85
4.2.1	完全可信性理论	85
4.2.2	部分可信性理论	86
4.2.3	有限波动理论与风险异质性	88
4.3	最大精度信度理论	89
4.3.1	最小平方信度	89
4.3.2	贝叶斯方法	91
4.3.3	Bühlmann 方法	95
4.3.4	Bühlmann 模型	100
4.3.5	Bühlmann-Straub 模型	103
4.4	无赔款优待折扣计费法	111
4.4.1	基本概念	111
4.4.2	NCD 系统的构成及过程	113
4.4.3	NCD 系统的稳定分布	115
4.4.4	NCD 对索赔概率的影响	119
4.4.5	最优 NCD 系统和 NCD 系统的有效性	121
	习题四	122
<b>第五章</b>	<b>准备金</b>	<b>125</b>
5.1	非寿险公司准备金概述	125

5.2 未决赔款准备金的估计方法	128
5.3 流量三角形	129
5.4 链梯法及其推广	132
5.4.1 链梯法简介	132
5.4.2 链梯法的推广——考虑通货膨胀和利息因素	134
5.5 平均每案赔付额法	136
5.5.1 已发生每案赔款支付额 (PPCI) 法	137
5.5.2 已结案每案赔款支付额 (PPCF) 法	142
5.6 修正 IBNR 法	146
5.6.1 IBNR 因子的计算	147
5.6.2 选定损失率	148
5.7 分离估算法	151
5.8 准备金进展法	158
习题五	162
<b>第六章 再保险</b>	<b>165</b>
6.1 再保险综述	165
6.1.1 传统再保险	166
6.1.2 非传统再保险	166
6.2 预期效用理论与再保险	168
6.3 常用的几种传统再保险模式及相应的数理模型	170
6.3.1 常用的几种再保险模式	170
6.3.2 几种常用再保险形式的数理模型	173
6.3.3 几种不同再保险模式运用的比较分析	177
6.4 再保险自留额的确定及数理模型	178
6.4.1 自留额的组成要素	179
6.4.2 影响自留额的因素及其相互关系	181
6.4.3 再保险自留额模型的分类及量化分析	183
6.5 确定自留额的其他方法简介	195
6.6 再保险的定价	196
6.6.1 定价机理	196
6.6.2 几种定价方法	199
习题六	201

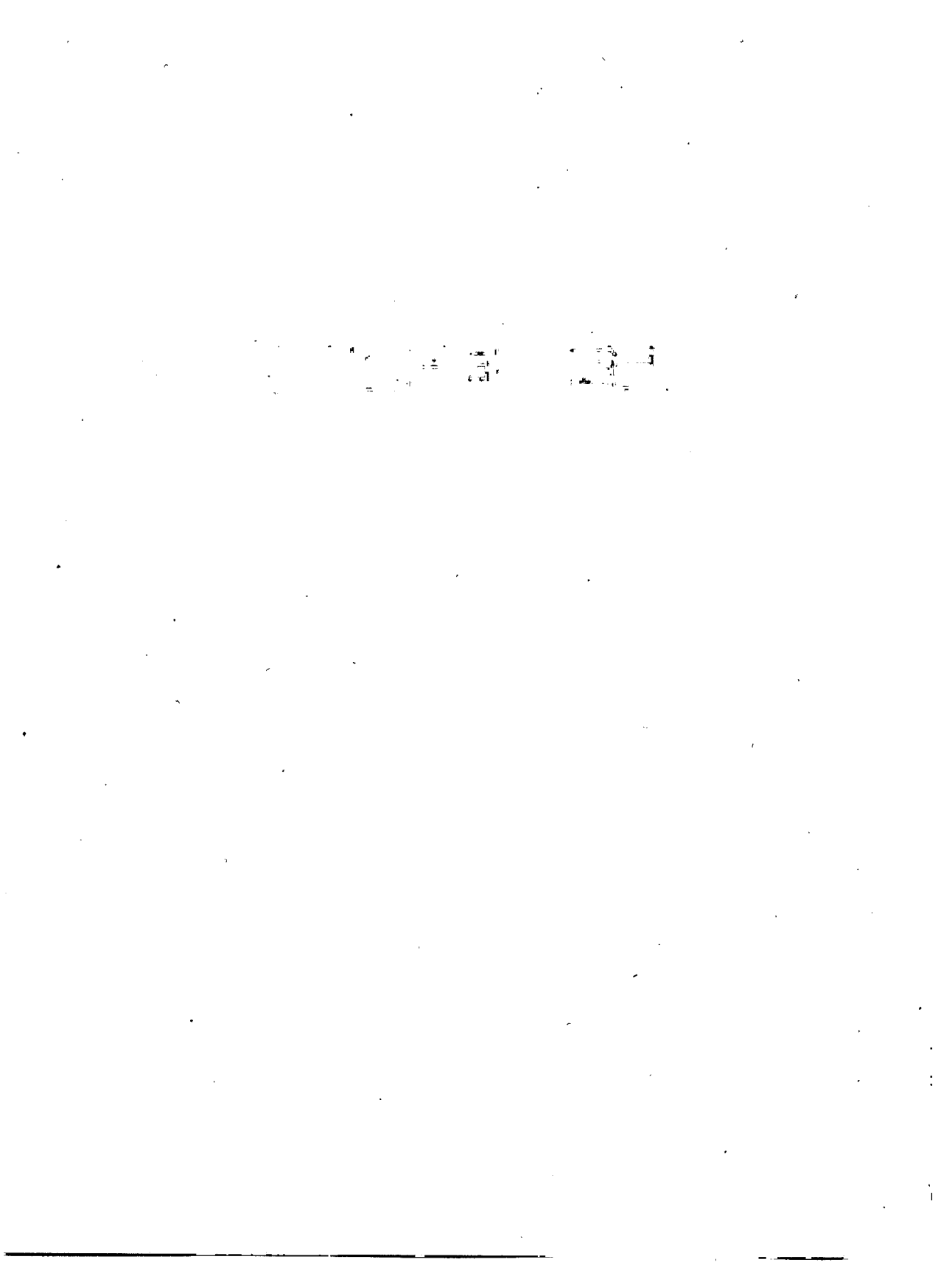
## 下篇 非寿险精算实务

<b>第七章 非寿险定价实务</b> .....	207
7.1 特定承保条件的定价.....	207
7.1.1 增长限额因子的定价.....	207
7.1.2 免赔额保单的定价.....	212
7.1.3 无赔款折扣的定价.....	217
7.2 特殊保单的定价方法.....	219
7.2.1 索赔提出式保单的定价.....	219
7.2.2 追溯保费制保单的定价.....	222
7.2.3 基于资产份额的定价方法.....	225
习题七.....	229
<b>第八章 非寿险准备金实务</b> .....	233
8.1 未到期责任准备金的评估.....	233
8.1.1 未到期责任准备金评估方法的实务应用.....	233
8.1.2 长期责任准备金评估.....	238
8.1.3 特殊业务的未到期责任准备金处理.....	241
8.1.4 未到期责任准备金的充足性.....	247
8.2 未决赔款准备金的评估.....	250
8.2.1 未决赔款准备金评估在实务中的特殊处理.....	250
8.2.2 未决赔款准备金评估方法的实务应用及前沿方法介绍.....	255
8.2.3 未决赔款准备金的充足性测试.....	263
8.2.4 理赔费用准备金评估方法的实践考虑.....	271
习题八.....	279
<b>第九章 非寿险再保险精算实务</b> .....	283
9.1 非寿险再保险的定价实务.....	283
9.1.1 非寿险再保险的定价概述.....	283
9.1.2 燃烧成本法.....	284
9.1.3 摊收法.....	287
9.1.4 帕累托定价法.....	289
9.1.5 危险定价法.....	292
9.1.6 超赔再保险定价的小结.....	295
9.2 非寿险再保险的准备金评估实务.....	295

---

9.2.1 非寿险再保险的未到期责任准备金评估 .....	296
9.2.2 非寿险比例再保险的未决赔款准备金评估 .....	297
9.2.3 超额赔款再保险的未决赔款准备金评估 .....	298
9.2.4 再保险准备金评估小结 .....	303
习题九 .....	303
附 习题参考答案 .....	306

# 上篇 非寿险精算



# 第一章 非寿险精算概述

## 1.1 非寿险精算的产生、发展及应用

非寿险精算与寿险精算属于“精算学”的两个分支。“精算学”起源于人寿保险中保费的计算，伴随着寿险业的产生而发展，已成为经济、金融和保险等领域中经营管理各个环节进行数量分析，研究制定科学的相关理论、方法、技术和决策的一门重要学科。寿险精算形成很早，可追溯到1693年英国的天文学家哈雷编制出世界上第一个完整的人口死亡表，其运用精确的数学和概率统计知识，计算不同年龄的死亡率和生存率等。随着科学技术的发展，尤其是第二次世界大战之后，适合非寿险（除寿险以外的财险、健康险和责任险等）的风险理论开始建立，一直到20世纪70年代逐步形成了非寿险精算的理论和方法。非寿险精算是建立在风险理论基础上的现代技术，是以现代数学和数理统计学为基础，结合经济学、保险学和心理学等，对非寿险经营活动的各个环节进行数量分析和研究的学科，其内容主要包括预测损失趋势和分布、计算保费、提取准备金以及再保险安排等方面的理论、方法和技术。

## 1.2 非寿险精算的特点

非寿险与寿险相比，不论在保险标的、保险价值、保险期限、保险合同和承保等方面都不同。最突出的差异是寿险业是长期性业务，以人的生命为保险标的；而非寿险业包括除寿险以外的所有保险业务，与寿险业不同的是，其业务的短期性和波动性更大，其精算原理比寿险精算原理更复杂，数量分析更困难，这也是非寿险精算起步较晚、发展较缓慢的一个主要原因。

非寿险业务的特点主要包括以下几点：

(1) 非寿险业务的出险次数和赔付额（损失额）是随机变量，故难以做出比较精确的估计，这是非寿险精算比寿险精算更难和发展较慢的原因之一。

(2) 由于非寿险业务具有短期化，常常频繁地续保，致使保险公司的财务变化更加复杂，每年所受的冲击多而且复杂。



(3) 非寿险业务的短期性,使投资收益一般从延迟理赔中获得,会受到许多因素的影响,如监管政策、投资技术、费率厘定等,故投资收益获取较少。

(4) 由于非寿险业务的波动性较大,承保的风险存在着显著的不均匀性,故对风险的先验估计较困难,难以厘定适当的费率。致使准备金的提取(尤其是巨灾风险业务)、偿付能力和财务稳定性等都较难评估。

(5) 非寿险业务往往承保较大和巨大的风险,必须采取再保险技术,要求再保险方法和技术更精确和高超,特别是如何确定自留额方面,模型和技术方法很复杂,因此必须对非寿险风险的评估保证一定的科学性和准确性,使非寿险精算技术的实施和发展在再保险承保巨灾风险方面发挥重要作用。

(6) 非寿险业务包括家财险、汽车险、责任险、信用保险和多种大额财险等,各种不同类别的具体风险特征各异,牵涉到损失成本、免赔额、赔偿限额、巨灾损失分布趋势等。风险的这种非同质性是非寿险业务的一个基本特征,因此理赔、准备金提取和定价基础等都很复杂。

### 1.3 非寿险精算在保险中的应用

(1) 开发新险种,厘定各种非寿险险种的费率。

不断开发创新型的各类非寿险险种是非寿险精算师的重要任务,特别是涉及现代国计民生的,诸如农业保险、矿难保险、医疗保险、国际国内流行病保险、巨灾保险和信用保险等。

保单是一种经济合同,而开发一项新险种,必须考虑到各种可能的因素(风险)所造成的可能损失,费率的公平与否是体现保险科学化管理程度的一项重要指标。某一险种费率过高,必然损害被保险人利益;反之费率过低,在发生保险责任时,保险公司就有可能无法履行保险责任,也将损害被保险人的利益。要制定公平的费率,充分保证当事人双方权利与义务的对等,必须通过精算才能达到。非寿险精算厘定费率,针对一般财险、大额财险和巨灾财险(包括再保险),有不同的精确和科学的方法和技术。

(2) 计算责任准备金、支付准备金以及各种累积资金。

保险人的准备金提留是保险公司安全目标的重要组成部分。保持保险公司的财务安全,才能使保险公司的股东、保单持有人、代理人及经纪人乃至监管机构和潜在消费者对公司持有良好的信心,才能在业务经营中保持良性循环。

(3) 依经济环境变动的趋势和动态过程,采用科学和先进的获取统计数据的方法,为财险经营相关环节提供预测和分析的数据,并进行相关的数据处理。

(4) 介入保险公司的计划、营销、投资、财务等各个经营管理决策过程,参