



荣德基

3

讲

组合
讲练测

<http://www.rudder.com.cn>

配北师大版

高中数学
必修2

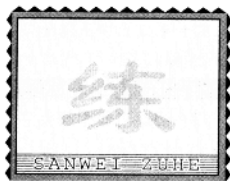


- 讲** 所考的知识点
- 练** 所讲的内容
- 测** 所练的效果

讲



吉林教育出版社



高中数学必修2

(配北师大版)

总主编:荣德基

本册主编:张成钢 孙军

编写人员:张成钢 孙军 滕华毅

王华宁 王教栋



吉林教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

荣德基三味组合讲练测·高中数学·2:必修:北师大(B)/荣德基总主编. —长春:吉林教育出版社,2005.7

ISBN 7-5383-5042-X

I. 荣… II. 荣… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 081929 号

荣德基三味组合讲练测·高中数学必修2 荣德基 总主编

责任编辑 常德澍

装帧设计 典点瑞泰

出版 吉林教育出版社(长春市同志街1991号 邮编 130021)

发行 吉林教育出版社

印刷 北京云浩印刷有限责任公司

开本 787×1092 16开本 16印张 字数 369千字

版次 2005年7月第1版 2005年8月第1次印刷

定价 21.90元(全套)

学习，从“差距”抓起

——再谈 CETC 循环学习模式与《荣德基三味组合·讲练测》

CETC 引起强烈反响

2004 年秋，荣德基老师首次将 CETC 学习方法在荣德教辅**点拔、中考、名师、学案**四大系列书中公开，随即受到了全国各地读者朋友的广泛关注与热烈欢迎，纷纷来信咨询并索要资料，荣德基老师在百忙之中也尽可能地给予了进一步的解答。很多读者来信表示，CETC 学习法让一直彷徨于效率与方法之间的他们找到了最佳答案，不会再对着糟糕的成绩垂头丧气，不会再为如何提高成绩而显得手足无措，更不会在取得好成绩之后便沾沾自喜，从而止步不前。因为，CETC 就是要让同学们知道，不管成绩是理想还是糟糕，结果都只有一个，那就是每个人都还存在着自己的差距，只不过这个差距有的表现明显，有的表现细微，有的属于基础，有的归于能力。所以同学们不用再去想分数，想名次，你只要找到自己的差距，思考并消灭这个差距，就是你学习的最佳方法，就会达到最佳学习效果。这就是 CETC，引领同学们从“差距”抓起。

CETC 受欢迎的原因

▶ 差距理论独树一帜

C——comprehension：理解吸收。主要针对听课环节。在听课和理解巩固知识的过程中的疏漏和疑惑就是这一环节中存在的差距。

E——exercise：实践巩固。主要针对课后练习环节。在做课后练习题的过程中，即在知识应用的过程中，不能解答或解答错误的问题就是“练”这一环节存在的差距，同时也检测了“听”这一环节的差距。

T——test：评估差距。主要针对测试环节。在阶段测试过程中丢分、失误或出现的知识盲点，就是这一环节的差距。同时还包括答题技巧和方法的考查、训练，这也是学习上存在差距的地方。这个环节是对“听”和“练”环节总的检测。

C——countermeasure：应对措施。这是 CETC 整个循环中最关键的一环。针对一环扣一环检测出来的差距（即锁定差距），提出缩小差距、消灭差距的措施，最终实现零距离。

这种理论的实质和核心是要抓住学生在学习过程中（即在听课、练习、考试过程中）产生的差距，而不仅仅是分数。教师在教学中要关注和区别对待每个学生个体的不同差距，让学习中的每个环节都有目标，有方案，有效率。CETC 是荣德基老师总结多年教学经验的首创，是对提高教学质量独树一帜、别出心裁的探索。

▶ 实践操作性强，为学生指明了学习方向

同学们在学习过程中，往往因为不知从何入手而在犹豫中浪费了很多宝贵的学习时间，既没有效率，又打击了学习的信心。而应用 CETC 循环学习模式，则是对每个学习环节中的“差距”进行过滤，让你明确学习方向，正确选择学习方法、补救措施。以最快的速度、最少的时间找到并消灭学习中的差距，就实现了学习的最高效率。这也是大部分北大清华各科状元在总结学习经验中共同提出的一种学习方法和学习经验。对此，CETC 研究组推出的“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”，就是具体地告诉大家应该怎样去处理差距，怎样实践操作 CETC 循环学习模式。这种学习方法不仅时刻在提醒着你要去学什么，还会提醒你应该怎么去学。让你的学习永远不会迷失方向。

▶ 帮助老师真正做到“因材施教”

可以说在每个学生的学习过程中，接触最密切的就是老师，因此对学生的学习情况最为了解

的也是老师。最好的老师就是要给学生最需要的知识和指导,让每一个学生都优秀。应用 CETC 循环学习模式,就可以让老师进一步了解每一个学生学习中存在的“差距”,总结自己教学中的“差距”,然后才会调整自己的教学理念和方法,更有重点、有侧重地加强知识点的强化和对每一位学生进行相应的学习指导。不让任何一个学生掉队,不让自己的教学出现任何一个盲点。

► 适应素质教育理念

把分数考查变为能力的培养是素质教育的一大亮点,虽然我们还是在为分数努力着,但最终要的是获取知识、吸收知识、应用知识的能力。这个能力体现在学习中就是学习知识的方法、应用知识的技巧和保持知识的策略,能找到解决问题最科学的方法并付诸实践就是能力。CETC 循环学习模式就是要引导大家用科学合理的方式方法获取并应用知识,不放过任何一个能力的盲区,全方位、全过程提高。素质教育不是放弃知识,放弃分数,一味要求能力,知识、分数是能力的载体和证明,因此,现在的素质教育就是要用能力去赢得分数。这也是 CETC 的信念。

2005 年秋季荣德基教辅对 CETC 的深化

CETC 学习法一推出就受到了同学们的喜爱,这给 CETC 研究组的工作人员带来了巨大的动力。通过对 CETC 学习法的深化研究,为了让老师和同学们更简单具体地进入到 CETC 循环学习模式中去,研究组成员接着推出了“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”,融入到荣德系列教辅丛书中的每一节、每一课的课后强化练习题、单元测试题、期中(末)测试题的后面,也就是说同学们每做完一套题,会发现自己的一些错误,而这自然是因为自己在掌握知识点和做题的方法技巧上还存在“差距”。“错题反思录”就是要让“差距”明示,记录解决方案,分析差距原因,指明以后的学习方向。你每做一套题,就会明确一次学习目标,不断如此,你的学习会达到最高效率。然后,把你用过的荣德教辅图书保留下来,到期中(末)、中(高)考复习时集中到一起,其中的“错题反思录”就是你最综合、最重要、最需要强化复习的知识点。这是 CETC 研究组对读者朋友们的新奉献。

《荣德基三味组合·讲练测》与 CETC

《荣德基三味组合·讲练测》是一个完整的 CETC 循环学习模式。“讲”即是 C,双基讲练正是帮助同学们理解吸收初步接收到的知识,它采用先进的左右双栏对照排版模式,集中体现了 CETC 循环学习模式的精神,针对性训练则及时有效地帮你找到这一环节中的差距。“练”即是 E,以课时为单位、逐节练习的习题网将实际应用知识过程中的差距锁定。“测”即是 T,也就是同学们的自测评估,阶段性地对知识点和综合能力进行测试,从而锁定知识薄弱点(即差距)。最后的 C——“应对措施”自然就是“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”,它将每一环节中锁定的差距进行记录、分析、解决、备案,到中(高)考复习时集中到一起,再进行最后一次大搜捕,不放过任何一个差距,让差距无限趋近于零。

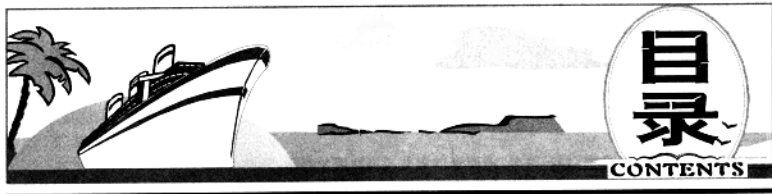
学习中应用《三味组合》,就是在进行 CETC 的一次又一次的循环,让你自主导入 CETC 循环学习模式,在不知不觉中提高学习效率,实现你心中的远大理想。

学习无止境,探索无尽头。CETC 循环学习模式还需要不断地开发、完善,如果读者朋友们在应用 CETC 模式的过程中有新发现、新建议,请联系我们!来信请寄:北京 100077—29 信箱, CETC 研究组收,邮编 100077。

读者朋友们如果需要邮购荣德基老师主编的各种教辅图书,免收邮寄费,只需按书的定价汇款至:北京 100077—29 信箱,收款人:裴立武,邮编:100077。邮购电话:010—86991251。

使用说明:[N](难题);■(一题多解题);小手“☛”所指数字为答案所在页码。

2005 年 4 月



第一章 立体几何初步

第一节 简单几何体	1
第一课时 简单旋转体	1
第二课时 简单多面体	4
第二节 三视图	6
第三课时 简单组合体的三视图,由三视图还原 成实物图	7
第三节 直观图	11
第四课时 直观图	11
第四节 空间图形的的基本关系与公理	14
第五课时 空间图形基本关系的认识	14
第六课时 空间图形的公理	17
第五节 平行关系	20
第七课时 平行关系的判定	20
第八课时 平行关系的性质	23
第九课时 习题课	26
第六节 垂直关系	27
第十课时 垂直关系的判定	27
第十一课时 垂直关系的性质(1)	30
第十二课时 垂直关系的性质(2)	33
第十三课时 习题课	36
第七节 简单几何体的面积和体积	38
第十四课时 简单几何体的侧面积	38
第十五课时 棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、 圆台的体积	41
第十六课时 球的表面积和体积	45
第八节 面积公式和体积公式的简单应用	47

第十七课时 面积公式和体积公式的简单

应用

全章复习

第二章 解析几何初步

第一节 直线与直线的方程	51
第十八课时 直线的倾斜角和斜率	51
第十九课时 直线的点斜式	54
第二十课时 直线的两点式	57
第二十一课时 直线的一般式方程	60
第二十二课时 两条直线的位置关系	62
第二十三课时 习题课	65
第二十四课时 两条直线的交点	69
第二十五课时 平面直角坐标系中的距离公 式	72
第二十六课时 习题课	76
第二节 圆与圆的方程	77
第二十七课时 圆的标准方程	77
第二十八课时 圆的一般方程	79
第二十九课时 习题课	81
第三十课时 直线与圆的位置关系	83
第三十一课时 圆与圆的位置关系	87
第三十二课时 直线与圆的方程的应用	90
第三节 空间直角坐标系	93
第三十三课时 空间直角坐标系中点的坐标和 两点间的距离公式	93
第三十四课时 习题课	95
全章复习	98
参考答案及评析	102



第一章 立体几何初步

一、全章重难点提示

本章重点是认识空间几何体的结构特征,画出空间几何体的三视图、直观图,培养空间想象能力、几何直观能力,运用图形语言进行交流的能力,由空间图形说出其结构特征,由结构特征想象出有关空间几何体的本质属性,从而形成概念。

二、高考引路

本章内容是高考必考内容,圆锥、圆柱的侧面积以及球的表面积、体积、球面距离从 2000 年以后在选择題中都有出现,另外,柱体与锥体的体积在解答题中也往往出现,本章内容在高考中一般的总分为 10 分左右。

三、用各科相关知识回顾

初中学过的平面内点与线、线与线的位置关系(平行、相交、重合),还有图形间的对称关系;已经直观地认识一些简单的几何体特征:正方体、长方体、圆锥体、圆柱体、球体以及它们的侧面积,表面积,体积的计算公式及三视图等知识。



第一节 简单几何体

学法提示

在学习时,首先要大量观察几何体的实物、模型、图片等,直观感受空间几何体的整体结构,然后逐步抽象出空间几何体的结构特征。也就是说,要先从整体上认识空间几何体,再深入到点、直线(或线段)、平面之间的位置关系与生成关系。

考纲要求

1. 利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形,认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,理解空间几何体的分类方法,能描述现实生活中简单组合体的结构特征。

2. 能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的三视图,能识别上述的三视图所表示的立体模型,会用斜二测法画出它们的直观图。



第一课时 简单旋转体

一、双基训练

(一)基本知识讲练

知识点 1: 球的相关概念. 以半圆的直径所在的直线为旋转轴,将半圆旋转所形成的曲面叫作球面. 球面所围成的几何体叫作球体,简称球. 与球相关的两个重要的概念是“大圆”与“球面距离”,所谓的大圆是指:球面被经过球心的平面截得的圆叫作大圆;球面距离是指:在球面上,两点之间最短连线的长度,就是经过这两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度,我们称这段弧长为两点的球面距离。

【典例】 下列四个命题中,其中错误的个数是()

- ①经过球面上任意两点,可以作且只可以作一个大圆.
②球面是以半圆所在直径的直线为旋转轴,将半圆旋转所形成的曲面.
③球面上两点的球面距离,是这两点所在截面圆上,以这两点为端点的劣弧的长。

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

解: ①不正确,若两点是球的直径的两个端点,则可作无数个“大圆”. ②符合球面的定义,所以是正确的. ③不正确,球面被经过球心的平面截得的圆叫作大圆,当两点所在截面圆不经过球心时,这两点为端点的劣弧的长不是球面距离. 所以选择 B.

评析: 大圆及球面距离的定义是解决相关问题的依据.

知识点 2: 圆柱、圆锥、圆台的概念. 分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,其余各边旋转而成的曲面所围成的几何体

知识点 1 针对性训练:

1. 已知球的半径长为 100cm, 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的六个面均与球相切, 求正方体的表面积.

知识点 2 针对性训练:

2. 如图 1-1-2 所示, 已知圆台的上、下底面半径分别为 20cm, 30cm, 高为 18cm, 过它的两条

分别叫作圆柱、圆锥、圆台。

【典例】 圆台的母线长为 32cm, 上底半径长为 10cm, 下底半径长 26cm, 求截得圆台的圆锥的母线长。

解: 如图 1-1-1 所示, 在 $Rt\triangle PBO$ 中,

$$\frac{PD}{PD+BD} = \frac{O'D}{OB}, PD = \frac{O'D \cdot BD}{OB - O'D} =$$

$$\frac{10 \times 32}{26 - 10} = 20(\text{cm}), PB = 20 + 32 = 52(\text{cm}).$$

所以截得圆台的圆锥的母线长为 52cm。

评析: 求圆锥与圆台的相关元素时, 常用轴截面三角形中上、下底面半径成比例求得。

(二) 基本能力讲练

能力点 1: 圆锥与圆台侧面上一条曲线长的最小值问题

圆锥与圆台侧面上一条曲线长的最小值问题, 可通过画出它的侧面展开图, 转化为平面问题来解决。

【典例】 如图 1-1-3 所示, 圆台母线 AB 长为 20cm, 上、下底面半径分别为 5cm 和 10cm, 从母线 AB 的中点 M 拉一条绳子绕圆台侧面转到 B 点, 求这条绳子的最小值。

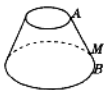


图 1-1-3

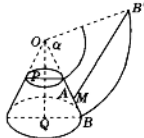


图 1-1-4

解: 作出圆台的侧面展开图, 如图 1-1-4 所示, 由其轴截面中 $Rt\triangle OPA$ 与 $Rt\triangle OQB$ 相似, 得 $\frac{OA}{OA+AB} = \frac{5}{10}$, 可求得, $OA = 20\text{cm}$, 设 $\angle BOB' = \alpha$, 由扇形弧 BB' 的长与底面圆 Q 的周长相等, 得 $2 \times 10 \times \pi = 2 \times OB \times \pi \times \frac{\alpha}{360}$, $\alpha = 90^\circ$, 所以, 在 $Rt\triangle B'OM$ 中, $B'M^2 = 40^2 + 30^2$, 所以, $B'M = 50\text{cm}$, 即所求得绳长的最小值为 50cm。

评析: 在几何体的表面上求两点连线的曲线长的最小值的问题常常转化为其展开图中的线段长来求。

二、综合题讲练

【典例】 球 O 是由半圆 O 绕直径旋转而成的, 已知半圆的直径为 5cm, 如果把把这个球放入一个圆柱形的铁桶里, 球与铁桶的圆周正好吻合, 而且球的高度与铁桶的高度也相等, 有一个小蚂蚁从铁桶的下底面 A 点绕圆柱侧面到点 A 所在的轴截面的对角线另一端 C 点, 求小蚂蚁经过的最短距离。

所考知识点提示: 本题考查知识点 2、能力点 1 及圆柱的侧面展开图。

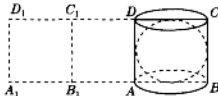


图 1-1-5

解: 如图 1-1-5 所示, 将圆柱沿母线 AD 展开, 可以得到一个矩形 ADD_1A_1 , 则 AC_1 的长度即为所求, 因为, 球的直径

母线作一平面截去上底面圆周的 $\frac{1}{4}$,

- (1) 求证: 这个截面截下底面圆周也是 $\frac{1}{4}$;
- (2) 求这个截面的面积。

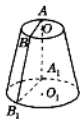


图 1-1-2

能力点 1 针对性训练:

3. 已知矩形 $ABCD$, 边 AB 长为 12cm, 边 BC 的长为 5cm.
 - (1) 求以矩形的边所在直线为轴, 旋转得到的柱体的底面面积;
 - (2) 若矩形的四个顶点 A, B, C, D 都在同一个圆上, 求这个圆的周长;
 - (3) 若旋转以矩形对角线长为半径的半圆得到球体, 求这个球的外切正方体的体积。

综合题针对性训练:

4. 过球面上两点可以作的大圆个数是 ()
 - A. 1 个
 - B. 1 个或无数个
 - C. 2 个
 - D. 2 个或无数个

等于圆柱母线 AD 的长, 所以 $AD=5\text{cm}$, $C_1D=\frac{5}{2}\pi\text{cm}$. 所以

$$AC_1 = \sqrt{AD^2 + C_1D^2} = \frac{5}{2}\sqrt{\pi^2 + 4}(\text{cm}).$$

评析: 在圆柱的侧面上, 最短距离很难计算, 若将圆柱沿母线 AD 展开, 可以得到一个矩形, 问题就转化为求平面上两点间的最短距离, 这是在求相关的表面最短距离时常用的方法.

三、易错题训练

【典例】 一个正方体内有一个内切球面, 作正方体的对角面, 所得截面图形是图 1-1-6 中的 ()

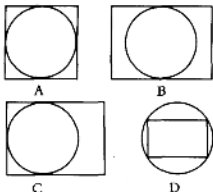


图 1-1-6

错解: A

错因评析与误区提示: 错误的原因是误把四条棱上的中点当作对角面, 要避免出错就必须多观察几何体, 提高空间想象能力. 球只与正方体的上、下两个底面相切, 而与两侧棱相离.

正确解法: B

四、考场新题型训练

方案设计题 这种题型的第一步是要先建立数学模型, 转化为数学问题, 再解数学问题, 最后还原到实际问题.

【典例】 塑料厂欲制作一个圆台形的塑料桶, 使上、下底面半径的比是 1:4, 母线长是 12cm, 要选用一块圆形铁皮, 制作一个圆台模型, 请你根据需要确定这个圆形铁皮半径的大小.

解: 设圆锥的母线长为 $y\text{cm}$, 圆台上、下底面半径分别是 $x\text{cm}$, $4x\text{cm}$. 作圆锥的轴截面, 如图 1-1-8 所示, 在 $\text{Rt}\triangle SOA$ 中, $O'A' \parallel OA$, 因为 $SA':SA = O'A':OA$, 即 $(y-12):y = x:4x$, 解得 $y=16$, 所以, 圆锥的母线长为 16cm. 也就是说, 圆形铁皮半径的大小为 16cm.

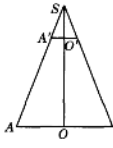


图 1-1-8

评析: 解决实际问题可以分以下三步: (1) 建立数学模型; (2) 解决数学问题; (3) 把数学问题还原成实际问题.

五、妙法提示

【典例】 已知球的半径为 14cm, 内有一个长方体, 若长方体的八个顶点都在球面上, 这个长方体叫作球的内接长方体, 若长方体的长、宽、高的比为 2:1:3, 求此球的内接长方体的长、宽、高各为多少?

解: 设球的半径为 r , 长方体的长、宽、高的长为 $2m$ 、 m 、 $3m$, 因为长方体的体对角线是球的直径, 所以 $(2r)^2 = 4m^2 + m^2 + 9m^2$, 所以, $m^2 = \frac{2}{7}r^2 = \frac{2}{7} \times 14^2 = 56\text{cm}$. 所以, $m = 2\sqrt{14}\text{cm}$. 因此, 所求的长方体的长、宽、高的长分别为 $4\sqrt{14}\text{cm}$,

易错题针对性训练:

5. 一个三棱锥的各棱长均相等, 它内有一个内切球面, 球与三棱锥的各侧面均相切 (球在三棱锥的内部, 且球与三棱锥的各面只有一个交点), 过一条侧棱和对边的中点作三棱锥的截面, 所得截面图形是图 1-1-7 中的 ()

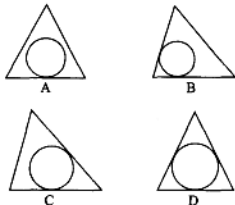


图 1-1-7

新课标针对性训练:

6. 如图 1-1-9 所示, 某宾馆门前有一圆锥型建筑物, 经测量得圆锥的母线长为 3 米, 高为 $2\sqrt{2}$ 米, 国庆节期间, 要在圆锥型建筑物上挂一宣传品, 为了美观需要, 在底面圆周上找一点 M 拴系彩绸的一端, 沿圆锥的侧面绕一周挂彩绸, 彩绸的另一端仍回到原处 M , 则彩绸最少要多少米?

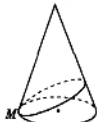


图 1-1-9

妙法针对性训练:

7. 已知球的半径为 12cm, 球内有一个正方体, 且正方体的八个顶点都在球面上, 这个正方体叫作球的内接正方体, 求此内接正方体的棱长.

$2\sqrt{14}\text{cm}, 6\sqrt{14}\text{cm}.$

评析:解决本题的关键是知道长方体的体对角线是外接球的直径.

六、高考题讲练

【典例】 (2004, 济南高考模拟, 5分) 如图 1-1-10 所示, OA 是圆锥底面中心 O 到母线的垂线, OA 绕轴旋转一周所得曲面将圆锥分成两部分, 过点 A 作轴 OP 的垂线, 垂足为 B , 在轴截面中, $OC = \sqrt{2}AB$, 则母线与轴的夹角的余弦值为()

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

解: 如图 1-1-10 所示, 因为 $\triangle ABO \sim \triangle OAC$, 所以, $OA^2 = r \cdot R = \frac{\sqrt{2}R^2}{2}$, 所以,

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{OA^2}{R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ 所以, 答案选 D.}$$

评析:一般地, 解决圆锥问题要用到圆锥的轴截面, 有关圆锥元素在轴截面三角形中都有体现.

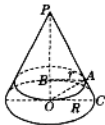


图 1-1-10

高考题针对性训练:

8. 一个圆台的上、下底面面积分别是 $4\pi\text{cm}^2$ 和 $25\pi\text{cm}^2$, 母线长为 6cm , 一个平行底面的截面面积为 $9\pi\text{cm}^2$, 这个截面与两底面将圆台的轴分为两段, 则这两段的长分别为()
- A. $4\text{cm}, 7\text{cm}$ B. $3\text{cm}, 4\text{cm}$
C. $\sqrt{3}\text{cm}, 2\sqrt{3}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}, 3\sqrt{3}\text{cm}$



第二课时 简单多面体

一、双基讲练

(一) 基本知识讲练

知识点 1: 棱柱的概念与结构特征. 有两个面互相平行, 其余各面都是四边形, 并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行, 由这些面所围成几何体叫作棱柱.

【典例】 给出以下五个命题:

- ① 有两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱;
- ② 对角线相等的平行六面体是直平行六面体;
- ③ 底面是矩形的平行六面体是长方体;
- ④ 棱长都相等的直四棱柱是正方体;
- ⑤ 有一个侧面是矩形, 并且这侧面与底面垂直的棱柱是直棱柱.

其中正确的命题的序号是_____。(把你认为正确的命题的序号都填上)

解: 本题考查有关棱柱的概念, 其中①②⑤考查直棱柱的条件, 关键在于判断侧棱是否一定与底面垂直. ①中的条件可以保证侧棱与底面的两条直线垂直, 但不能保证侧棱与底面垂直. ②中的条件保证平行六面体的对角面都是矩形, 从而可推得侧棱与底面垂直. ⑤中的条件也能推出侧棱与底面垂直. ③中考察长方体概念, 长方体不仅要求底面是矩形, 而且要求是直平行六面体, 故③不正确. ④中考察正方体概念, 正方体是棱长都相等的长方体, 它的各面都是正方形, 而这里只能保证底面是菱形, 故④不正确. 因此, 本题应填②⑤.

评析: 判断棱柱有关的概念, 不仅要清楚概念本身, 还要要求会正确运用第一章知识进行适当推理.

知识点 2: 棱锥、棱台的概念与结构特征. 有一个面是多边形, 其余各面都是有一个公共顶点的三角形, 这些面所围成的几何体叫作棱锥. 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥, 底面与截面之间的几何体叫作棱台.

知识点 1 针对性训练:

1. 命题“有两个面互相平行, 其余各面都是平行四边形的几何体是棱柱”. 请你判断对错, 并说明理由.

知识点 2 针对性训练:

2. 图 1-1-11 中, 棱台的个数是()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【典例】判断下列语句的对错：

- ①一个棱锥至少由四个面围成；
- ②如果四棱锥的底面是正方形，那么这个四棱锥的四条侧棱都相等；
- ③五棱锥只有五条棱；
- ④用与底面平行的平面去截多棱锥，得到的截面多边形一定和底面多边形相似。

解：①正确；②不正确，四棱锥的底面是正方形，它的侧棱可以相等，也可以不相等；③不正确，五棱锥除了五条侧棱外，还有组成底面的五条边，所以五棱锥共有十条棱；④正确。

评析：棱锥的定义要把握两点，一是各侧面是有公共顶点的三角形，二是底面是多边形。

(二)基本能力训练

能力点1：棱柱的定义及应用。棱柱的本质特征有三个：(1)有两个面互相平行；(2)其余各面都是平行四边形；(3)每相邻两个四边形的公共边都互相平行。

【典例】如图 1-1-13

所示，过 BC 的截面截去长方体的一角，使 $B_1E_1 = C_1F_1$ ，剩下的几何体是不是棱柱？如果是棱柱，指出它有多少对平行平面？能作棱柱的底面有几对？

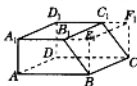


图 1-1-13

解：由题意知， $BC \parallel B_1C_1 \parallel AD \parallel A_1D_1$ ，所以，它是棱柱，共有两对平行平面，能作棱柱的底面只有一对，所得棱柱是 $ABB_1A_1 - DCC_1D_1$ 。

评析：本题如果选择上下两平面为底，则不符合棱柱的结构特征的第二条；判定一个几何体是不是棱柱的关键：看它能否同时满足棱柱的三个条件：(1)有两个面互相平行，(2)其余各面都是平行四边形，(3)每相邻两个四边形的公共边都互相平行。

二、综合题训练

【典例】已知三棱锥 $P-ABC$ 的底面是正三角形，且三条侧棱两两成 30° 角，侧棱长为 18cm ， D 、 E 为 PB 、 PC 上的点，则 $\triangle ADE$ 周长的最小值为多少？

所考知识点提示：本题考查知识点 2、能力点 1 及棱锥侧面展开图。

解：把三棱锥 $P-ABC$ 的侧面沿侧棱 PA 剪开，并展开在平面上，得到平面图形 $PABCA'$ ，如图 1-1-14 所示，则当 A 、 D 、 E 、 A' 四点共线时， $\triangle ADE$ 的周长取到最小值就是线段 AA' 的长度。因为

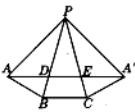


图 1-1-14

为 $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA' = 30^\circ$ ，所以 $\angle APA' = 90^\circ$ 。又因为 $AP = A'P = 18\text{cm}$ ，所以在 $\text{Rt}\triangle APA'$ 中， $AA'^2 = PA^2 + A'P^2 = 18^2 + 18^2$ 。所以， $AA' = 18\sqrt{2}(\text{cm})$ ，即 $\triangle ADE$ 周长的最小值为 $18\sqrt{2}\text{cm}$ 。

评析：求多面体表面上两点间的距离，或封闭图形

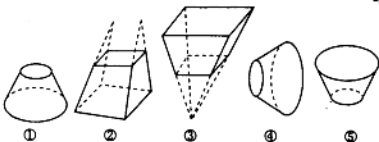


图 1-1-11

3. 如图 1-1-12 所示，长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中， P 是对角线 AC 与 BD 的交点，若 P 为四棱锥的顶点，棱锥的底面为长方体的侧面，这样的棱锥的个数为 ()

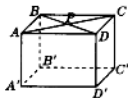


图 1-1-12

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

能力点 1 针对性训练：

4. 以下四个命题：

- ①各侧面是全等的等腰三角形的棱锥的底面是正方形；
- ②底面是正三角形的棱锥的侧面一定是全等的三角形；
- ③四棱锥的所有侧面不可能都是顶角为直角的直角三角形；
- ④圆锥的轴截面中，两条母线的夹角不可能是钝角。

其中正确的命题有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

综合题针对性训练：

5. 如图 1-1-15 所示，已知六棱柱 $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$ 的底面是正六边形，且边长为 4cm ，侧棱长为 10cm ，有一个蚂蚁在侧棱 AA' 的中点处，它发现 D' 处有蜂蜜，如果它爬行的速度是 1.3cm/s ，那么它到达蜂蜜处的最短时间为 ()

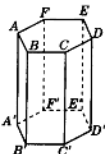


图 1-1-15

- A. 10s B. 13.85s
C. 13.08s D. 9.7s

周长的最小值问题,先将多面体的表面正确展成平面图形后再进行求解.

三、易错题训练

【典例】如图 1-1-16 所示,等腰 $\triangle ABC$ 中, AD 是底面 BC 边上的高,且 $AB=10\text{cm}$, $BC=12$,如果以 $\text{Rt}\triangle ABD$ 的一直角边所在直线为轴旋转得到圆锥,求圆锥的底面积.

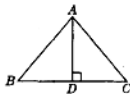


图 1-1-16

错解:由题意知, $BD = \frac{1}{2}BC = 6\text{cm}$,圆锥底面的半径 $r=6\text{cm}$,所以,圆锥的底面面积 $S = \pi r^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$.

错因评析与误区提示:本题错误的原因是没有考虑到旋转轴还可以是 BD 边所在的直线,所以漏掉了一个解.

正确解法:当以 AD 边所在的直线为旋转轴时,圆锥底面的半径 $r = \frac{1}{2}BC = 6\text{cm}$,圆锥的底面面积 $S = \pi r^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$.当以 BD 边所在的直线为旋转轴时,圆锥底面的半径 $r = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$,圆锥的底面面积 $S = \pi r^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$.

四、新课程课标题训练

探究性题 将空间立体几何展开时要充分发挥我们的空间想像力和动手操作能力,也就是手脑并用的方法.

【典例】图 1-1-18 中,非正方体表面展开图的是()

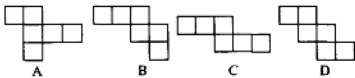


图 1-1-18

解:B **评析:**本题主要考查空间想像能力和动手操作能力.

五、高考题训练

【典例】(2004,威海高考模拟,5分)如果圆锥的侧面展开图是半圆,那么这个圆锥的顶角(圆锥轴截面中两条母线的夹角)是()

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

解:如图 1-1-20 所示,设圆锥底面半径为 r ,母线长为 l ,则有 $\pi l = 2\pi r$,所以, $l = 2r$.设轴截面顶角为 2α ,则 $\sin\alpha = \frac{r}{l} = \frac{1}{2}$,所以 $\alpha = 30^\circ$, $2\alpha = 60^\circ$.所以选 C.

评析:圆柱、圆锥的轴截面集中反映了各元素的基本关系,本题除利用了轴截面外,还利用了圆锥侧面展开图.

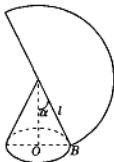


图 1-1-20

易错题针对性训练:

6. 如图 1-1-17 所示,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是底面 $ABCD$ 上 AB 边上的点,且点 E 不与 A 、 B 重合,得到几何体 $AED-A_1B_1D_1$ 是棱柱吗?说明理由.

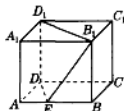


图 1-1-17

新课标针对性训练:

7. 图 1-1-19 是由

若干块小立方体堆成的实体.在这个基础上要把它堆成一个立方体,至少需要多少块小立方体积木?



图 1-1-19

高考题针对性训练:

8. 一个圆柱体,侧面展开图是正方形,它的高与底面直径的比值为_____ (保留两位小数).

第二节 三视图

学法提示

学好本节内容需要学习以下几个方面:

1. 经历从“不同的方向观察物体”的过程,培养空间想像能力和空间思维能力;
2. 在学习的过程中要注重体会通过图形位置及其变换在认识图形时的思维方法,体会立体图形和平面图形的转化关系,渗透应用数学意识;
3. 用运动的眼光来分析问题;
4. 画直观图时要把握斜二测画法的要点.

考纲要求

1. 理解和掌握三视图的概念及画法,能识别简单物体的三视图,会画简单几何体(组合体)的三视图以及平



面图形的直观图。

2. 逐步提高空间想象力和空间思维能力,合理的表达自己的思维过程,掌握转化的思想方法,渗透应用数学的意识。

3. 进一步形成主体意识和乐于探索,勇于创新的科学态度。



第三课时 简单组合体的三视图、由三视图还原成实物图

一、双基训练

(一) 基本知识讲练

知识点 1: 画出柱、锥、台、球的三视图。 三视图是观察者从不同的角度观察同一个几何体,画出的空间几何体的图形。画图时要注意:由体现形状特征的方向和可见轮廓线入手,抓住与投影面垂直或平行的线或面,注意“长对正,高平齐,宽相等”的规律。

【典例】 画出如图 1-2-1 中正三棱柱的三视图

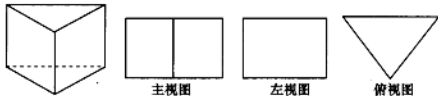


图 1-2-1

图 1-2-2

解: 该正三棱柱的三视图如图 1-2-2 所示。

评析: 三视图的排列规则是:俯视图放在主视图的下面,长度与主视图的一样,左视图放在主视图的右面,高度与主视图的一样,宽度与俯视图的一样。简记口诀:“长对正,高平齐,宽相等”。

知识点 2: 根据三视图还原几何体。 根据“主俯一长对正,主左一高平齐,俯左一宽相等”的原则,确定一个面然后根据与投影面垂直或平行的形状特征确定几何体的直观图。

【典例】 根据(如图 1-2-5 所示)三视图画出空间几何体的图形。

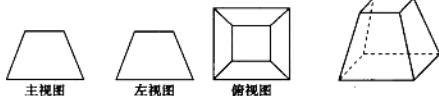


图 1-2-5

图 1-2-6

解: 该三视图所对应的几何体的图形如图 1-2-6 所示。

评析: 在解此类题时要紧紧抓住“主俯一长对正,主左一高平齐,俯左一宽相等”的原则。

知识点 3: 组合体的三视图。 画简单的组合体的三视图应注意两个问题:(1)确定主视、俯视、左视的方向,同一物体放置的位置不同,所画的三视图可能不同;(2)看清简单组合体是由哪几个基本的几何体生成的,并注意它们的生成方式,特别是它们的交线位置。

【典例】 如图 1-2-8 所示是一个几何体的实物图,试画出它的三视图。

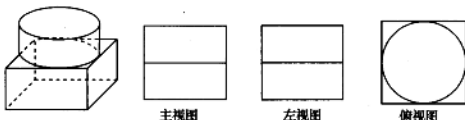


图 1-2-8

图 1-2-9

解: 该组合体的三视图如图 1-2-9 所示。

评析: 在视图中被挡住的轮廓线画成虚线。

知识点 1 针对性训练:

1. 画出集装箱(如图 1-2-3)的三视图。



图 1-2-3

2. 画出灯罩(如图 1-2-4)的三视图。



图 1-2-4

知识点 2 针对性训练:

3. 根据三视图(如图 1-2-7)画出空间图形。



图 1-2-7

知识点 3 针对性训练:

4. 画出图 1-2-10 所示的组合体的三视图。



图 1-2-10



知识点4:根据三视图还原成实物图. 注意三视图各种形状,联想相互结合的各种形状,来确定实物图.

【典例】将(如图1-2-11)给出的三视图还原成实物图.

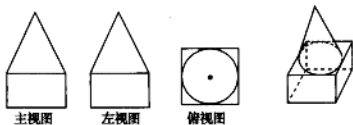


图 1-2-11

图 1-2-12

解:该组合体的三视图如图1-2-12所示;由俯视图并结合其他两个视图可以看出,这个物体是由一个圆锥和一个正四棱柱组合而成,圆锥的下底面圆和正四棱柱的上底面正方形内切.

评析:组合体三视图的画法:主、俯视图长对正;主、左视图高平齐;俯、左视图宽相等;前后对应.相邻两物体的表面相交,表面的交线是它们的分界线,在三视图中,分界线和可见轮廓线用实线画出.画简单组合体的三视图应注意两个问题:首先,确定主视、俯视、左视的方向,同一物体放置的位置不同,所画的三视图可能不同;其次,看清简单组合体是由哪几个基本的几何体生成的,并注意它们的生成的方式,特别是它们的交线位置.

(二)基本能力讲练

能力点1:正确认识几何体的特征. 在实际应用中,有时空间图形的两个视图相同而几何体却不一定相同.

【典例】如图1-2-14,已知两个几何体的三视图,试画出它们的直观图.

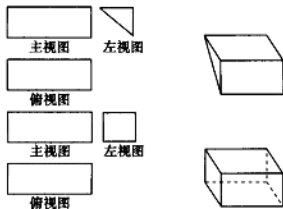


图 1-2-14

图 1-2-15

解:由已知条件可知这两个几何体的直观图如图1-2-15所示.

评析:在实际应用中有时只需要画出空间的一个或者是两个视图就可以了解它的形状和大小,但是,有时候两个不同的几何体可能有两个视图是完全相同的,例如上题中的两个几何体就是这样的,因此掌握空间的三视图是很有必要的.

二、综合题讲练

【典例1】画出如图1-2-17的三视图.



图 1-2-17

图 1-2-18

所考知识点提示:本题考查知识点3,能力点1及作图能力.

解:该图的三视图如图1-2-18所示.

知识点4针对性训练:

5. 图1-2-13依次为一个建筑物的主视图、左视图、俯视图,则其为()的组合体.

- 圆柱和圆锥
- 立方体和圆锥
- 正四棱柱和圆锥
- 正方形和圆

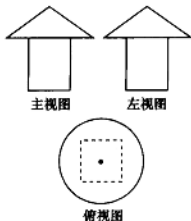


图 1-2-13

能力点1针对性训练:

6. 画出轴截面为正方形的圆柱和与圆柱等高的正方体的三视图,并比较.(如图1-2-16)

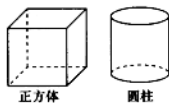


图 1-2-16

综合题针对性训练:

7. 某年篮球比赛奖杯如图1-2-21所示,试画出其三视图.

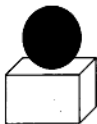


图 1-2-21



评析:首先观察组合体是由哪些简单几何体构成,三种视图各种观看方向,并注意它们的生成方式.

【典例2】根据图1-2-19所示的三视图画出实物图.

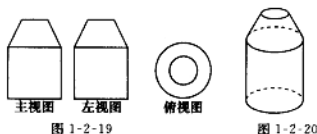


图 1-2-19

图 1-2-20

解:由几何体三视图知几何体是一个简单组合体,下部是一个圆柱,上部是一个圆台且圆台的下底面与圆柱上底面重合.这个组合体的直观图如图1-2-20所示.

评析:由三视图还原成实物图是另一个难点,能由三视图想象它的空间实物,首先观察长、宽、高,其次注意虚线是被遮挡的部分.

三、易错题训练

【典例】在图1-2-22中,②是由①中实物画出的主视图和俯视图,你认为正确吗?如果不正确,请指出错误并改正.

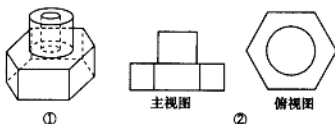


图 1-2-22

错解:正确.

错因评析与误区提示:①的主视图和俯视图都不正确,主视图上面的矩形中缺少两条不可见轮廓线(用虚线表示);俯视图中缺少中间小圆柱形成的轮廓线(用实线表示).

正确解法:如图1-2-23.

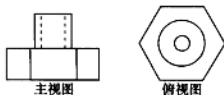


图 1-2-23

四、易错题训练

(一)探究性题 画三视图时要紧紧抓住“主俯一长对正,主左一高平齐,俯左一宽相等”的原则.

【典例】一个正三棱柱的三视图如图1-2-25所示,求这个正三棱柱的表面积和体积.

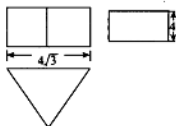


图 1-2-25

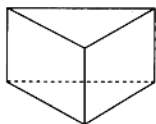


图 1-2-26

解:根据画三视图的“主俯一长对正,主左一高平齐,俯左一宽相等”的原则可知,该正三棱柱的直观图如图1-2-26所示.该正三棱柱的底面边长为 $4\sqrt{3}$,正三棱柱的高为4,所以正三棱柱的表面积为: $S_{表} =$

易错题针对性训练:

8. 图1-2-24三视图中共有_____处错误,请在图中直接改正.

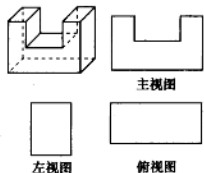


图 1-2-24

新课标针对性训练:

9. 如果一个几何体的视图之一是三角形,那么这个几何体可能是_____ (写出两个几何体即可).

10. 如图1-2-29,一个骰子是由1~6六个数字组成,请你根据图中A、B、C三种状态所显示的数字,推出“?”处的数字是()

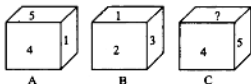


图 1-2-29

A. 6 B. 3 C. 2 D. 1



$$3ah + 2 \times \frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}, S_{\text{表}} = 3 \times 4\sqrt{3} \times 4 + 2 \times \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$72\sqrt{3}, V = S_{\text{底}} h = \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 48\sqrt{3}.$$

评析: 这道题在考查对三视图的理解方面有曲径通幽的妙处, 非常巧妙的考查了三视图的作图原则.

(二) 开放性题 在实际应用中, 有时只需要画出空间的一个或者是两个视图就可以了解它的形状和大小, 但是, 有时候两个完全相同的视图可以对应于不同的几何体, 因此掌握空间的三视图是很有必要的.

【典例】 如图 1-2-27 是一个柱体的主视图和左视图, 那么它的俯视图并没有完全确定, 但是俯视图中有几个点却已被确定. 如果限定俯视图是一个多边形, 那么你能画出多少种多边形? 其中面积最大的多边形和面积最小的多边形是怎样的图形?

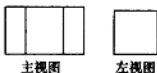


图 1-2-27

解: 根据“主俯一长对正, 主左一高平齐, 俯左一宽相等”的原则, 俯视图被限定在一个长与宽已知的矩形内. (如图 1-2-28) 其中有三个点 A、B、C 已经确定, 而 D、E 两个点中至少有一个点, E、F、G、H 四个点中至少要取一个点, 如图是几种不同的情况.

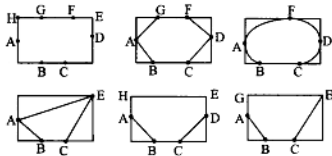


图 1-2-28

如果限定俯视图是多边形, 那么这个多边形是四边形或五边形或六边形. 其中面积最小的是四边形 ABCE, 面积最大的是六边形 ABCDEH.

五、赠法展示

【典例】 一几何体的三视图如图 1-2-30, 每个视图都是边长为 1 的正方形加一条对角线, 求这个几何体的表面积和体积.

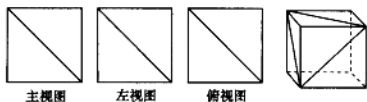


图 1-2-30

图 1-2-31

解: 先画出棱长是 1 的正方体的直观图, 再按视图在直观图上画出其余的轮廓线, 可知几何体可由一个棱长是 1 的正方体截去一个角 (三侧棱两两垂直且相等的正三棱锥) 得到. 如图 1-2-31 所示. 其表面由 3 个正方形, 3 个等腰直角三角形和一个正三角形组成. 表面积 = $3 + 3 \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} (9 + \sqrt{3})$, 体积 = $1 - \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

评析: 此题妙在给出的条件非常特殊, 给出的时候是利用三视图的条件给出的, 并不是直接的给出, 而是间接的考查了对三视图的认识.

妙法针对性训练:

11. 试根据三视图 (如图 1-2-32) 画出实物图.



图 1-2-32

六、高考题讲练

【典例】 (2005, 济南模拟) 如图 1-2-33 是由小立方块搭成几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数, 请画出它的主视图和左视图.

解: 画主视图时, 先看看俯视图从左至右共几列; 图 1-2-33 共 3 列, 命名为 A、B、C (命名的目的是为了下文叙述, 具体画图时, 可以不命名), 并横画连续的三个正方形 (如图 1-2-34), 接着看各列上的最大数字: A、B、C 三列上从上至下分别画 4、3、3 个正方形, 如图 1-2-35.

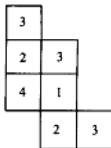


图 1-2-33

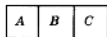


图 1-2-34

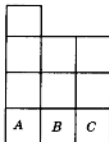


图 1-2-35

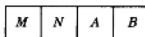


图 1-2-36

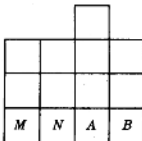


图 1-2-37

画左视图时, 假设观察者站在俯视图的左侧, 从左到右共 4 列, 命名为 M、N、A、B (C), 并横画连续的 4 个正方形 (图 1-2-36), 再看 M、N、A、B 列上的最大数字分别为 3、3、4、3, 并在图 1-2-36 对应位置上画出正方形, 使 M、N、A、B 列上的正方形的个数为 3、3、4、3, 如图 1-2-37, 如图 1-2-35, 图 1-2-37 就是图 1-2-33 的主视图和左视图.

评析: 此类题目, 在俯视图上一般都标有其相应位置上的小立方块的个数, 其画法是: 主视图与俯视图的列数相等, 从左到右看画图取大数, 画左视图同画主视图的方法, 但观察者必须站在俯视图的左侧看.

第三节 直观图

学法提示

首先要掌握直观图的画法, 再次能够应用画直观图的要求和原则, 解决实际问题.

考纲要求

掌握平面的基本性质, 会用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图.

第四课时 直观图

一、双基讲练

(一) 基本知识讲练

知识点 1: 平面图形的水平直观图的画法——斜二测画法. 要求能够运用斜二测画法的画图规则正确画图 and 读图; 画法规则为:

(1) 在已知图形中建立直角坐标系 xOy . 画直观图时, 它们分别对应 x' 轴和 y' 轴, 两轴交于点 O' , 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$, 它们确定的平面表示水平平面.

(2) 已知图形中平行于 x 轴和 y 轴的线段, 在直观图中分别画成平行

高考题针对性训练:

12. 如图 1-2-38 是由几个小立方块所搭几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示在该位置上的小立方块的个数, 请画出这个几何体的主视图和左视图.

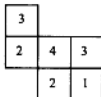


图 1-2-38

知识点 1 针对性训练:

1. 画出一个菱形 (如图 1-3-4 所示) 的边长为 2cm, 一个内角为 60° 的直观图.