

5

年 级

小学数学

解题术

开阔解题思路

培养计算能力

训练解题技巧

内容充实、实用性强

杨连昌

3.5
/5

中国少年儿童出版社

小学数学解题



五年级

杨连昌



中国少年儿童出版社

封面设计：沈苑苑

插图：毕树校

责任编辑：吕卫真

小学数学解题术

(五年级)

杨连昌

*

中国少年儿童出版社 出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 4.5印张 2插页 65千字

1990年3月北京第1版 1990年3月北京第1次印刷

印数1—35,000册 定价1.50元

编者的话

数学学得好不好,看看你的解题能力,就可以知道。同样一道题,有的同学可以用几种方法解,有的同学却不知如何下手;有的同学算得又快又准,有的同学不仅算得慢,而且往往出错。

培养解题能力,这对学生进一步学习和以后参加生产劳动是十分必要的。怎样才能提高解题能力呢?多练、多算当然很有必要,光是这样还远远不够,虽说是“熟能生巧”,可是在算得正确、迅速的同时,还应注意计算方法合理、灵活,这就大有讲究。这套《小学数学解题术》或许对提高你的解题能力有帮助。

这套书结合小学数学课本知识,有重点、有针对性地讲解解题的思路、方法、步骤,注意培养学生分析理解题意的能力,开阔解题思路,训练解题技巧,内容充实,实用性强。

《小学数学解题术》一套共6本,由姚尚志主编。这是供五年级使用的一册,由杨连昌编写。

目 录

1. 乘除法的意义变了吗?	1
2. 乘法谜和除法谜	4
3. 珠算中的悬珠	10
4. 话“权”威	14
5. 一道新颖的数学题	18
6. 龟兔赛跑新编	22
7. 火车过桥	29
8. “变换战术”	33
9. 移花接木	39
10. 用竖式解应用题	43
11. 一题多解	48
12. 多边形的内角和	57
13. 梯形与三角形	60
14. 怎样计算中队旗的面积	62
15. 天平与解方程	65
16. 怎样解带有括号的方程	69
17. 怎样找等量关系	72
18. 巧妙的判断方法	76
19. 最大公约数	81

20. 辗转相除法	85
21. 最小公倍数	89
22. 求最小公倍数能用合数去除吗?	93
23. 由剪纸引出的问题	97
24. 三个姑娘回娘家	100
25. 分数的意义	104
26. 怎样判断一个分数能不能化成有限小数?	108
27. 循环小数化成分数	112
28. $0.\dot{9} = 1$ 对吗?	116
29. 比较分数大小的三种方法	118
30. $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{5}$ 之间有多少个分数?	122
31. $\frac{1}{7} + \frac{1}{15}$ 怎样速算	125
部分练习题参考答案	128

1. 乘除法的意义变了吗?

在整数乘法里,乘法的意义是求几个相同加数和的简便运算。如: 18×5 的意义是求 5 个 18 相加的和是多少。

当把小数引进乘法以后,乘法的意义就要从以下三个方面去讨论。

1. 当乘数是整数时,它的意义与整数乘法的意义相同。如: 3.5×16 的意义是求 16 个 3.5 相加的和是多少。

2. 当乘数是纯小数时(如 7.2×0.25 的意义显然不能用整数乘法的意义去解释了),乘法的意义就扩展为“求一个数的十分之几、百分之几、千分之几……是多少”。 7.2×0.25 的意义是求 7.2 的百分之二十五是多少, 0.8×0.305 的意义是求 0.8 的千分之三百零五是多少。

3. 当把小数引进乘法,乘法的意义扩展后,“倍”的意义也得到了扩展。如: 4.5×2.8 的意义是求 4.5 的 2.8 倍是多少。这就使我们知道,“倍”既可以是整数,也可以是带小数。

了解了小数乘法的意义以后,我们就可以知道,当乘数是纯小数时,如 8×0.4 , 是表示把 8 平均分成 10 份,求其中的 4 份是多少。把 8 平均分成 10 份,每一份是 0.8, 那么这样的 4 份是 3.2。如果把被乘数(0 除外)看作是一个整体,那么乘以一个纯小数,实际上就是求这个整体中的一部分

是多少,这就是为什么当乘数是纯小数时,积小于被乘数的道理。

下面我们再来说说小数除法。

在整数除法里,除法的意义是已知两个因数的积与其中的一个因数,求另一个因数的运算。整数除法的意义对小数除法也是适用的。下面我们从应用方面来讨论一下小数除法。

1. 当除数是整数时,如 $1.5 \div 3$,从应用的意义去解释,可以说成是把 1.5 平均分成 3 份,求 1 份是多少。也可以说成是已知一个数的 3 倍是 1.5,求这个数(1 倍数)是多少。显然这种类型的题,商小于被除数。

2. 当除数是纯小数时,如 $1.5 \div 0.5$,根据除法是乘法的逆运算的道理,这个题可以写成 $x \times 0.5 = 1.5$ 。从应用的意义去解释, $1.5 \div 0.5$ 可以看成已知一个数(x)的十分之五是 1.5,求这个数是多少。如果把一个数看作一个整体,那么当除数是纯小数时,它的意思是知道这个整体中的一部分是多少,求整体。“整体”当然是大于“部分”的。这就是为什么当除数是纯小数时,商大于被除数的道理。

3. 当除数是带小数时,如 $48 \div 2.4$,仿照上面的讨论,这个题可以说成是已知一个数的 2.4 倍是 48,求这个数是多少,显然这个数应小于 48,即商小于被除数。

通过上面的讨论,请你说一说:积大于被乘数还是小于被乘数、商大于被除数还是小于被除数,关键决定于谁呢?

掌握了小数乘、除法中已知数与得数间的规律以后,我们

在计算一个题时，就可以先估算一下这个题的得数的范围。如 68.2×0.89 ，其积一定是比 68.2 小的数； $48.4 \div 0.75$ 其商一定大于 48.4 。如果得数与估算的不一样，说明计算是错误的。这样做有利于及时发现错误，及时改正错误，提高计算的正确率。

2. 乘法谜和除法谜

你一定喜欢猜谜语的游戏吧！在数学中，也有类似猜谜语的游戏，请看下面两道数学题。

$$\begin{array}{r}
 \times . \times \times \\
 \times \quad \times 2.1 \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times 8 \times \\
 \hline
 \times \times 9. \times 2 \times
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times . \times \\
 6 \times \times \overline{) \times \times \times . 1} \\
 \underline{\times \times 7} \\
 \times \times \times \times \\
 \underline{\times \times 6 \quad 1} \\
 0
 \end{array}$$

左边是一个小数乘法的竖式，右边是一个小数除法的竖式。这两个竖式中，有很多数不知道，用 $\times$ 表示。我们可以根据计算法则和竖式中仅知道的几个数，把用 $\times$ 表示的未知数找出来。这就是数学中的乘法谜和除法谜。

现在我们来解谜。在解谜的过程中，我们不考虑小数点，把这两道题看成是整数乘除法题。先看乘法谜。

(1) 先认真观察这个竖式，可以发现被乘数与1相乘时，得到的是个三位数；与2相乘时，得到的是个四位数。因此，由第三层不完全积是三位数，可以判断，乘数百位上的数只能是1；同时，还可以知道第二层不完全积的首位数也只能是1，因为2与任何一个数相乘至多只能进一。

(2) 因为乘数个位上与百位上的数都是 1，所以第一层不完全积与第三层不完全积必然是相同的。又因为第三层不完全积中间那个数是 8，所以第一层不完全积中间那个数也应是 8。

(3) 从最后结果看，第二层不完全积的首位数与第三层不完全积的首位数相加，假设第三层不完全积的首位数是 9，得到的和是 10。而从后面的进位来分析，假如需要进位，进上来的数也只能是 1，所以可知积的首位数应是 1。

这时竖式变成：

$$\begin{array}{r}
 \times 8 \times \\
 \times \quad 121 \\
 \hline
 \times 8 \times \\
 1 \times 6 \times \\
 \times 8 \times \\
 \hline
 1 \times 9 \times 2 \times
 \end{array}$$

(4) 观察上式可以知道，第三层不完全积的首位只能在 8 和 9 这两个数中选择。因为后面进上来的数最多只能是 2。如果首位是 8，则被乘数百位上的数也应是 8，这时第二层不完全积千位上的数应是 7，但 $7 + 8 = 15$ ，末尾是 5 而不是 9，与题目不符。因此第三层不完全积的首位应是 9，那么被乘数首位数也就确定是 9 了。这时竖式是：

$$\begin{array}{r}
 98 \times \\
 \times \quad 121 \\
 \hline
 98 \times \\
 196 \times \\
 98 \times \\
 \hline
 119 \times 2 \times
 \end{array}$$

(5) 题目要求积的千位上的数是 9，而现在得到千位上的数是 7，比要求少 2。要补上 2，就得由百位往前进 2。 $9+6+\times$ 的和要大于或等于 20，那么 $\times$ 表示的应是 5—9 中的一个数。而这个数是由被乘数个位上的数与乘数百位上的 1 相乘得到的。假设被乘数个位上的数是 5，虽然满足了进 2 的要求，但是乘数十位上的数 2 与被乘数个位上的数 5 相乘，第二层不完全积的末尾是 0， $8+0\neq 2$ ，因此填 5 不符合要求。通过这样试算，得到被乘数个位上的数应是 7。

谜解开了。谜底是：

$$\begin{array}{r}
 9.87 \\
 \times 12.1 \\
 \hline
 987 \\
 1974 \\
 987 \\
 \hline
 119.427
 \end{array}$$

下面我们来解除法谜。

这样分析：

(1) 除数是三位数，被除数的前三位够除。因为除数的首位数是 6，所以商的首位数只能是 1，否则得出的第一层乘积就是四位数了。因为第一层乘积的末位数是 7，所以除数的末位数也应是 7。

(2) 因为这道题正好除尽，而且第二层乘积的后两位数是 61，所以第二次充当被除数的后两位数也应是 61。此题算式变成：

$$\begin{array}{r}
 1 \times \\
 6 \times 7 \overline{) \times \times \times 1} \\
 \underline{6 \times 7} \\
 \times \times 61 \\
 \underline{\times \times 61} \\
 0
 \end{array}$$

(3) 第二层乘积末位数是1，它是由商的末位数与除数的末位数7相乘得到的。几乘以7末尾数才是1呢？只有3与7相乘末位数才是1，因此商的个位数应是3。

(4) 商的个位数3与除数的个位数7相乘得21，在第二层积的个位上写1，向十位进2。现在十位上是6，需要加上4才得到6。因为需要加的4得由商的个位数3与除数十位上的数相乘得到。几与3相乘才能得到一个末尾数是4的数呢？只有8与3相乘才能得到末尾是4的数，所以除数的十位数应是8。这时算式变成：

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 187 \overline{) \times \times \times 1} \\
 \underline{687} \\
 2061 \\
 \underline{2061} \\
 0
 \end{array}$$

(5) 要找到被除数的前三位数是几，应用加减法的关系就可以确定了。

$$x - 7 = 6, x = 13. \text{ 十位上的数是3。}$$

$x - 1 - 8 = 0, x = 9.$ 百位上的数是9 (式上减的1是十位上借走的)。

$x - 6 = 2, x = 8$ 。千位上的数是 8。

谜又解开了,谜底是:

$$\begin{array}{r}
 1.3 \\
 687 \overline{) 893.1} \\
 \underline{687} \\
 2061 \\
 \underline{2061} \\
 0
 \end{array}$$

按照这样的解谜思路和方法,可以解出各种各样的乘法谜和除法谜。只要每一步的分析推理是正确的,就能揭开谜底。做这种数学游戏,可以使大家享受学习数学知识的特殊乐趣。但是,当你通过自己的分析推理,解出了一个又一个数学谜时,可不要光顾了高兴,应该再回过头去冷静地回顾、总结一下解谜的过程,把做这种游戏当作是训练自己分析问题和推理能力的好机会,这样一定会提高你学习数学的能力。这儿有几个谜请试着解一解。

1.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad .2 \quad \times \\
 \hline
 2 \quad 2 \quad \times \quad 8 \\
 \\
 \times \quad 6 \quad \times \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad \times .4 \quad 6 \quad \times
 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r}
 6. \times \times \\
 \times \quad \times \times \times . \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \\
 \times \quad 5 \quad \times \quad 5 \\
 \hline
 \times \times \quad 5. \times \quad 4 \quad \times
 \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{r}
 \times \times \times . \times \\
 \times \times \times \overline{) \times 8 \times \times . \times} \\
 \underline{3 \times 8} \\
 1058 \\
 \times \times \times \times \\
 \underline{ 5 \times \times} \\
 504 \\
 \underline{ 0}
 \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{r}
 \times . \times \times \\
 \times 4 \times \overline{) \times \times \times . \times \times} \\
 \underline{ \times \times 4} \\
 \times \times \times \times \\
 \times \times 4 \\
 \underline{ 4 \times \times} \\
 \times \times \times \\
 \underline{ 0}
 \end{array}$$

3. 珠算中的悬珠

我们知道,用算盘上的珠子进行加、减、乘、除的计算叫做珠算。算盘是我国古代劳动人民首先创造的,用它进行计算有悠久的历史。算盘是什么时候发明的呢?对于这个问题,许多专家、学者都在研究,但是还没有得出结论。宋朝有一幅名画《清明上河图》,这幅画真实地描绘了当时的社会风貌、风土人情,是一件稀世之宝,现珍藏在北京故宫博物院。有一次,珠算学家殷长生伯伯观看这幅画时,发现上面画的一家药店的柜台上放着一个四边是黑框,中间有些小点点的东西。他用照相机拍下来后,经过放大,看清楚了,原来那件东西是算盘。由此可以证明,算盘的发明最晚是北宋时期(公元960年-1127年)。

今天我们使用的算盘,如果按上、下珠的个数来看,可分为两种。一种是一个上珠,四个下珠;另一种是两个上珠,五个下珠。后一种算盘使用最普遍。一般做加减法时,用不到顶珠和底珠,而做乘法时,有些特殊的题要用到顶珠和底珠。所以在选择用哪种算盘时,要考虑到用途。

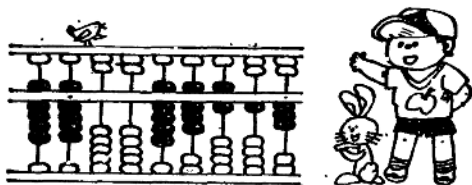
算盘上的两个上珠一般是代表“5”。但是在特殊情况下,顶珠还要用来代表“10”,这就是下面要给你介绍的顶珠的特殊应用——悬珠。

例：计算 9.87×9.9 。

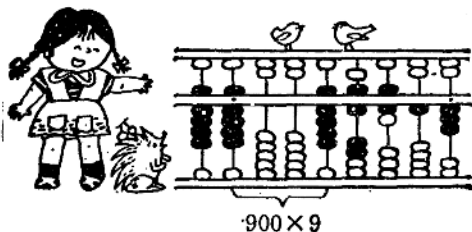
$$9.87 \times 9.9 = 87.713。$$

先把被乘数 9.87 看成是 987 ，把乘数 9.9 看成是 99 ，在算盘上先定好 987×99 的积的个位，乘完以后，从整数乘积的个位起向左数出四位，第四位就是 9.87×9.9 的积的个位。

先用被乘数个位上的 7 和十位上的 8 分别与乘数 99 相乘后，如下图所示。



下面用被乘数百位上的 9 与乘数个位上的 9 相乘，请注意观察出现的新问题。



被乘数百位上的 9 与乘数个位上的 9 相乘得 8100 。要在积的千位上加上 8 ，在百位上加上 1 。现在千位上已经是 8 ，即使把顶珠和底珠都用上也只能加上 7 ，但是又不能往前进位（因为进位就改变了被乘数）。怎么办呢？于是我们赋予顶