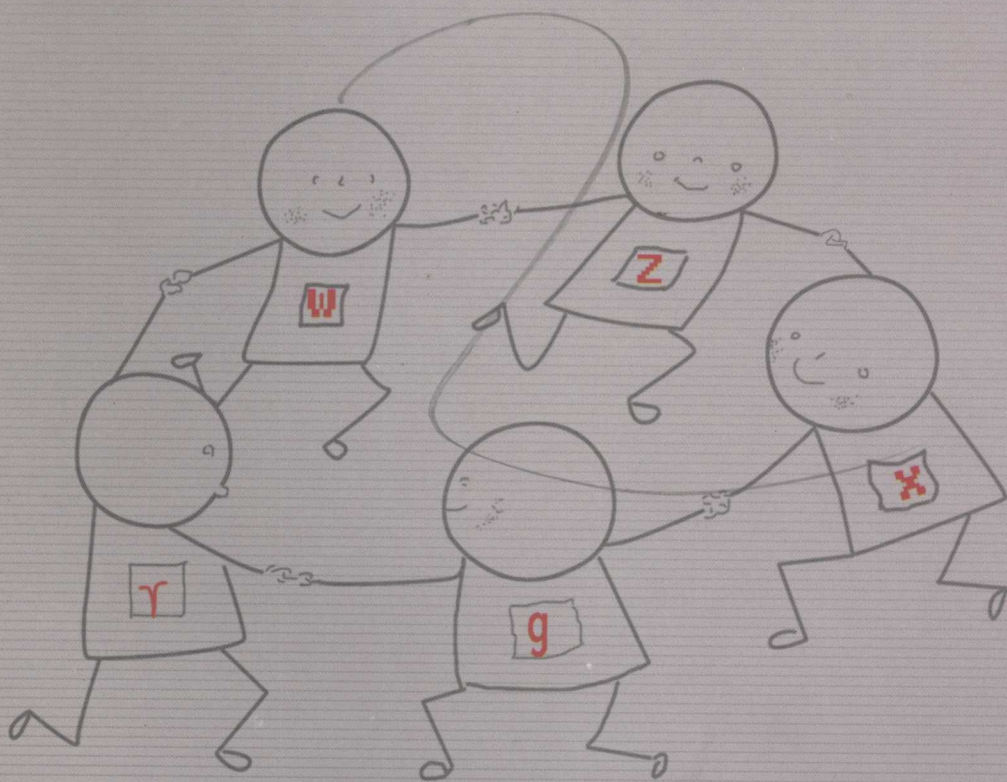


量子规范理论

LIANGZI GUIFAN LILUN

汪容◎著



中国科学技术出版社

0413.3/12

2008

量子规范理论

汪容著

中国科学技术出版社

·北京·

图书在版编目 (CIP) 数据

量子规范理论/汪容著. —北京:中国科学技术出版社,2008.6
ISBN 978 - 7 - 5046 - 1465 - 0

I. 量... II. 汪... III. 量子场论 - 规范场 IV. O413.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 169164 号

自 2006 年 4 月起本社图书封面均贴有防伪标志,未贴防伪标志的为盗版图书。

中国科学技术出版社出版

北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码:100081

电话:010 - 62103210 传真:010 - 62183872

<http://www.kjbooks.com.cn>

北京长宁印刷有限公司印刷

*

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 印张:33 字数:762 千字

2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷

定价:80.00 元

ISBN 978 - 7 - 5046 - 1465 - 0/O · 136

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、
脱页者,本社发行部负责调换)

内容提要

本书系统地介绍了量子规范理论的基本知识，特别着重于量子规范理论的量子化、重正化和重正化群的介绍。除序言和引子外，全书共分十章，另加三个附录：第一、二、三、四章从介绍路径积分子量子化入手，讨论了量子规范理论的量子化问题和 F - P 场的引出，还介绍了 Slavnov 恒等式以及生成泛函的知识；第五、六、七、八、九章，介绍了 BPHZ 重正化方案，讨论了一圈图和多圈图的维数正常化，给出了各种量子规范理论（包括有破缺时）的可重正化性的证明，以及么正性的证明。第十章则是重正化群的介绍。三个附录与上述内容密切相关。附录一是经典规范场理论简述，为读者提供了必要的预备知识。附录二是第八章的证明中不可缺少的部分。附录三则讨论了在深度非弹性散射问题中怎样利用重正化群。

为了便于阅读，全书推导比较详尽，可作为理论物理研究生的教材，也可供高等学校物理系、数学系高年级学生、研究生及物理与数学工作者参考。

责任编辑 沈国峰
封面设计 部落艺族设计工作室
责任印制 王 沛

再版前言

汪容先生的著作《量子规范理论》出版已经整整 21 年了。本书以汪先生一贯所具的细致、清晰的风格,全面系统地介绍了量子规范理论,其中也包括汪先生和他早期学生在这方面的研究成果。汪先生早年的学生都聆听过先生亲自用此书为教科书授课。书中对所涉及的每一个问题都有清晰的物理解释和详尽的数学推导。这对那时刚刚进入此领域学习的学生帮助极大。即使多年后成为在这一领域工作的专家,此书仍是他们案头必备的工具书。现在,虽然国内已经有若干本量子规范理论专著,但比较而言,汪先生的书在某些方面仍有不可替代的优势,特别是对规范场重正化部分的论述(第五章~第九章),是汪先生此书的精华所在。由于汪先生是这方面研究的专家,里边很多内容是他的研究成果,深刻的理解和精细的描述,给读者留下很深的印象,帮助他们更好地理解规范场。

现在,先生离我们而去,为了纪念先生,同时考虑到此书确为理论物理专业研究生和研究人员很好的参考书,故再版此书。

汪先生于 1923 年 3 月出生于北京一个铁路工程大师家庭,祖籍江苏无锡。1941 年考入当时因抗战而内迁至贵州的浙江大学,1945 年以优异成绩毕业于浙江大学物理系,期间积极投身于中国共产党领导下的进步学生运动。1945~1947 年在中央研究院物理研究所工作。以后因病修养。1952 年病愈,任中国科学院《科学通报》编辑,并于 1956 年加入中国共产党。1959~1961 年由国家派往苏联杜布纳核子研究所进修理论物理。1961~1979 年,在中国科学院高能物理研究所(1973 年前为原子能研究所的一部分)工作,曾任理论研究室副主任。1964 年晋升为副研究员。以其当干之年,汪先生作为中坚力量之一,参加了后来获国家自然科学二等奖的强子结构的层子模型研究。参加了中国高能加速器的早期研制工作。1979~1980 年,汪先生在中国科学院研究生院工作,在此期间,多次前往浙江大学为研究生和青年教师讲授量子规范理论,并指导两名研究生从事量子规范理论重正化的研究。本书就是在那时的讲义基础上,结合当时国内外研究前沿进展写成的。

1981 年,汪先生调回浙江大学物理系任教授,1984 年被批准为博士生导师。1993 年,他年满 70,从所挚爱的科研和教学岗位上退休。在浙江大学工作的这 12 年,是他人生收获颇丰的 12 年。他在这里培养了一批年轻的理论物理人才,可谓桃李满天下,并于 1991 年与李政道先生一起创办了浙江近代物理中心,担任中心首任副主任(李政道先生为主任)。浙江近代物理中心在李先生和汪先生领导下起步,在国内外同行的支持下,经过中心全体成员的努力,现已成为国内理论物理学界的一支重要科研队伍。这中间,凝结了汪先生大量的心血。在浙大,汪先生在学术上也收获颇丰。他在量子规范理论和有限温度场论重正化方面完成了一系列高水平的论文。《量子规范理论》也是他在浙大工作期间完成的。在汪先生最后还能工作的几年中,他的主要精力放在《在数学物理中的微分几何和拓扑引论》一书的写作上。在与时间的赛跑中,他获得了胜利,顺利完成了该书的中文稿和英文稿。

汪先生是一位高明的科普作家,他可以把高深的物理知识用通俗的语言介绍给大众。早在上世纪40年代后期,他就为《科学时代》杂志撰写过介绍物理和数学新知识的科普文章。1976年,他任《高能物理》(后更名为《现代物理知识》)的第一任主编,并在该杂志上连续发表介绍粒子物理学知识的科普文章,后编成一书《在10~13厘米以内——小玲和老吕关于“基本”粒子的对话》,获新长征优秀科普作品奖。

汪先生是一个清心寡欲、正直善良、不善言辞、性格随和、温文尔雅的君子。他幼年和青年时期饱受病魔折磨,曾动过5次大手术。他的人生经历也很坎坷。但他的意志非常坚强,从未向命运低过头,在科学的道路上,惜时如金,奋勇进取。对年轻人,他总是谆谆教诲,甘为人梯。作为汪先生的学生和后辈,我们受惠于先生,不仅在学业上,更多的是在如何做人的道理上。我们现在再版汪先生的这部力作,就是希望先生的学问和精神得以传承,发扬光大。

许良英老先生和谢学锦老先生对汪先生生平的书面介绍为我们写下以上这段文字提供了可靠的事实依据。李小源先生和黄涛先生核实了一些史实。汪先生的夫人姚竺绍老师和儿子汪大星先生也为本书的再版作出了努力和贡献。我们在此一并感谢。本书的再版得到了浙江近代物理中心及李有泉、罗民兴、盛正卯和中国科学院理论物理研究所虞跃的帮助。

虞 跃 李有泉 盛正卯

2007年10月

序 言

在 20 世纪 50 年代和 60 年代初熟悉当时的量子场论的人,进入 60 年代后期以至 70 年代时,会觉得似乎进入了一个陌生的世界。在这个领域里,由于客观原因而上升为主角的杨-米尔斯场以及处理杨-米尔斯场的量子化和重正化的巧妙方法,都是他们所不熟悉的。反之,他们所熟悉的量子电动力学,这时已发展成为弱电统一理论;他们所熟悉的用于量子电动力学的量子化和重正化的方法,在杨-米尔斯场以及一般的非阿贝尔规范场面前,却变得无能为力。从 60 年代后期到 70 年代前期的大约 10 年里,量子场论确是经历了一场重大的变革和发展。它所迎来的弱电统一理论已经令人信服地被实验所验证,从而刷新了人们对弱相互作用的认识;它所迎来的作为强相互作用的基本理论的量子色动力学(QCD),则使得人们对多年来只能用唯象方法描述的强相互作用的机制,有了崭新的理解,并且在历史上第一次使高能强相互作用的理论成为逻辑上自洽的,并且可以认真严格地用实验检验的理论。这些成就又进一步鼓舞着人们去探索弱、电、强三种相互作用的统一;鼓舞着人们尝试用新的观点,即量子规范理论的观点去探讨引力理论;以及去追求弱、电、强和引力这四种相互作用的更大范围的统一。以量子规范理论作为一种手段和工具,人们还展开了对层子(夸克)和轻子的内部结构的探索。

面对着上述的科学新发展,人们很需要一本新的关于量子场论的教科书,它既要能够在逻辑上比较完整地反映近年来量子规范理论的发展,又要能够容易为读者所理解和掌握。但是,满足这两个要求的教科书实在是难找。特别是目前还根本没有一本系统地说明规范场的重正化的书。对于那些希望全面了解量子规范理论的认真的读者来说,这当然是一件憾事,因为大家都承认,在以点粒子定域相互作用为前提的量子规范理论中,重正化是不可缺少的一个组成部分——弱电统一理论正是在人们相信它可以重正化之后才被重视起来的。

写这本书的目的是想尝试着满足读者的这种需要,搭一座桥,使得有初步量子场论知识的人可以在较短的时间内通过这座桥较系统地了解现代量子规范理论的要点和技巧,从而可以较快地走向微观世界研究的前沿。为了使读者容易理解和掌握书中的内容,举例和数学推导在篇幅许可的范围内,都是力求详尽完整的。

下面简略地说一下书的内容:

书的一开头是一个较长的引子,目的是让读者对量子规范理论的发展、成就和存在的问题有一个全面的了解,但并不深入讨论细节。细节的讨论和问题的展开则归入后面的十章和三个附录。前三章主要是介绍规范场的路径积分量子化和 F-P 场的引出。第四章主要是讨论费曼规则和利用 B. R. S. 变换推导 Slavnov 恒等式。第五章阐明 BPHZ 重正化方案的基本思路。第六章、第七章介绍维数正常化及其在重正化理论中的应用,包括多圈图有害极点自动消除的讨论。第八章证明各种情况下重正化前后规范群的同构。第九章证明有自发破缺时也可以重正化和物理的 S 矩阵元的规范不变性。第十章介绍重正化群和渐近自由。附录一是经典规范理论简介,扼要地回顾一下经典(没有量子化的)规范

理论的基本内容。附录二是第八章所讨论的正规(1PI)顶角函数生成泛函发散部分 $\Gamma_{n+1}^{\text{div}}$ (S_n^0)的一般形式的一个证明。附录三是重正化群具体应用的一个例子,包括深度非弹性散射理论中的反常量纲的计算。各章和附录都附有参考文献。

感谢中国科技大学研究生院于1979~1980年给作者提供了写这本书所必需的工作条件。

作者曾以这本书的初稿作为教材,于1980年和1982年两次在浙江大学物理系给理论物理专业的研究生讲“量子规范理论”的课。在讲课和讨论中作者得到了不少收益。

感谢中国科学院理论物理研究所戴元本同志和中国科技大学研究生院赵保恒同志的很多有益的讨论。

感谢浙江大学物理系季达人同志和陈成明同志认真地阅读了原稿,提出了宝贵的意见,感谢沈建民同志帮助校对。

由于作者水平有限,书中难免仍有错误和不妥之处,请读者来信指出,以便以后改正。

汪 容

1983年年初

于杭州浙江大学求是东村

目 录

再版前言

序言

引子	1
第一章 路径积分量子化	15
§ 1-1 路径积分的提出	15
§ 1-2 p 和 x 有交叉项的情况	19
§ 1-3 路径积分和量子场论	26
§ 1-4 从路径积分给出真空矩阵元	34
§ 1-5 微扰论	39
第二章 传播子和一些生成泛函	45
§ 2-1 玻色场的传播子	45
§ 2-2 费米场的传播子	55
§ 2-3 各种规范的传播子举例	61
§ 2-4 连接图的生成泛函 $Z[J]$	71
§ 2-5 $1PI$ 顶角函数的生成泛函 $\Gamma[\Phi]$	76
第三章 规范场的量子化和 $F-P$ 场的引出	81
§ 3-1 一种设想的有自作用和有静止质量的矢量场	81
§ 3-2 质量为零时的困难和 Faddeev - Popov 处理方法〔2〕	85
§ 3-3 在 $A_0^a = 0$ 规范(时间规范)下,从正则共轭量入手的方法和 Faddeev - Popov 方法是等价的	93
§ 3-4 利用规范不变性来推出其他规范的 $W[0]$ 路径积分和引出规范确定项	96
§ 3-5 $F-P$ 场的引出和它们的传播子	99
第四章 微扰量子规范理论和 Slavnov 恒等式	107
§ 4-1 费曼规则	107
§ 4-2 简化符号和反映规范群性质的两个等式	115
§ 4-3 B. R. S. 变换	117
§ 4-4 Ward-Takahashi 恒等式和 Slavnov-Taylor 恒等式	120
§ 4-5 $W-T$ 恒等式的一个应用—— $\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{abc}$ 与 $\gamma_{\rho\sigma}^{abc}$ 之间的关系	125
第五章 发散的减除和重正化	136
§ 5-1 发散的减除	136
§ 5-2 Zimmerman 定理和 Weinberg 定理	144
§ 5-3 抵消项与加法重正化	150
§ 5-4 加法重正化与乘法重正化的等价例一——量子电动力学	156
§ 5-5 加法重正化与乘法重正化的等价例二——0 自旋粒子 (φ^4 耦合)与费米子体系	166

§ 5-6	加法重正化与乘法重正化的等价例三——Y-M 场与 φ 场的体系	169
第六章	维数正常化和单圈图	179
§ 6-1	维数正常化积分公式	179
§ 6-2	光子自能图两例	183
§ 6-3	解析延拓问题	189
§ 6-4	γ_5 反常问题	196
第七章	两圈图、多圈图和有害极点的消去	206
§ 7-1	多圈图费曼积分的维数的扩充	206
§ 7-2	多圈图中 n 的延拓	210
§ 7-3	无害极点和有害极点	220
§ 7-4	切割图和切割方程	227
§ 7-5	从切割图来看发散的产生	240
§ 7-6	逐级抵消与有害极点的不出现	248
第八章	重正化后的规范不变性	258
§ 8-1	$S^0, \Delta S, S^R$ 和一些定义	258
§ 8-2	蝌蚪图和有 K, L 时 Γ 中的场的线性项	261
§ 8-3	树图近似下 $\Gamma = S$	266
§ 8-4	再看 $1PI$ 顶角函数的生成泛函 $\Gamma[\Phi]$	273
§ 8-5	$K, L \neq 0$ 时 Γ 中增添了什么	279
§ 8-6	有 K, L 时, Γ 仍是 $1PI$ 生成泛函	283
§ 8-7	重正化前后定域规范群同构例一——纯规范场	289
§ 8-8	重正化前后定域规范群同构例二——有 Higgs 场时	302
§ 8-9	重正化前后定域规范群同构例三——有费米场时	309
§ 8-10	重正化前后定域规范群同构例四——有 Abel 不变子群 (包括 W-S 模型)	312
第九章	有自发破缺时的重正化, R_ξ 规范, 么正性	328
§ 9-1	引入 v 和 γ 时, 对称性是怎样破缺的	328
§ 9-2	v 和 m_ϕ^2 的独立性, v 从 0 延拓到 $\neq 0$ 时, 重正化常数 z 不变	334
§ 9-3	m_ϕ^2 延拓到 0, Γ 中 \bar{x} 一次项消失, 外源 γ 也消失	339
§ 9-4	$v \neq 0$ 重正化的四个例子	343
§ 9-5	R_ξ 规范中各个传播子的极点	349
§ 9-6	R_ξ 规范中各传播子的发散的消去	360
§ 9-7	从 R 规范 ($\xi = \infty$) 到 U 规范 ($\xi = 0$), 非物理极点项抵消一例, 么正性	365
§ 9-8	重正化的物理的 S 矩阵元与规范无关	369
第十章	重正化群和渐近自由	374
§ 10-1	一个即使是不含带量纲参数的理论, 在重正化后 也要出现带量纲的参数	374
§ 10-2	重正化群, 最小重正化和关于 m (质量) 和 ξ (规范参数) 的讨论	377

§ 10-3	格林函数的反常量纲,有效耦合常数 $g(g_c, t)$, β 和定点	382
§ 10-4	β, γ 与重正化因子 Z 之间的关系	387
§ 10-5	守恒算子和部分守恒算子的反常量纲为零	393
§ 10-6	重正化参量 β, γ 的计算(单圈近似)	398
§ 10-7	另一途径求 $\beta(g)$, 费米场对渐近自由的影响	409
§ 10-8	Higgs 场与渐近自由	413
§ 10-9	补充说明两点	419
附录一	经典规范理论简述	424
§ A1-1	规范不变性和规范场的引入	424
§ A1-2	对称性的真空自发破缺	429
§ A1-3	Higgs 机制	437
§ A1-4	W-S 模型, GIM 模型	441
附录二	1PI 顶角生成泛函发散部分 $\tilde{\Gamma}_{(n+1)}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式	450
§ A2-1	$\mathcal{S}\mathcal{S}=0$ 的更一般的证明	452
§ A2-2	$\tilde{\Gamma}_{(n+1)}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式——没有 Higgs 场时	454
§ A2-3	$\tilde{\Gamma}_{(n+1)}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式——有 Higgs 场时	460
§ A2-4	把 Γ 写成 $\Gamma = G + \mathcal{S}\mathcal{S}$ 形式和 $F[A, s, s^+]$ 的确定	465
附录三	深度非弹性散射——重正化群应用一例	472
§ A3-1	光锥行为为什么重要	472
§ A3-2	结构函数和交叉关系	475
§ A3-3	T_i 的色散关系	478
§ A3-4	光锥展开所用到的公式	480
§ A3-5	$J^+ J$ 的光锥展开和算子的扭度	482
§ A3-6	$C_{i,N}^j$ 的 Fourier 变换与结构函数的矩	485
§ A3-7	味非单态和味单态的格林函数 G 和 Wilson 系数 C 的重正化群方程, 矩的渐近行为	490
§ A3-8	求 $\gamma^{m,N}$ 和 γ_{ba}^N	498

再版后记

引 子

在深入地叙述一些技术细节之前,让我们借这个引子对量子规范理论作一个概括的介绍,包括它的发展、成就以及面临的重大问题。考虑到历史发展的先后次序,我们的介绍就从电磁相互作用入手。

电磁相互作用 最简单的量子规范理论就是描述电磁相互作用的量子电动力学,它主要是在 20 世纪 40 年代和 50 年代初发展起来的。现在让我们看一看在量子电动力学中,规范相互作用是如何引入的^①。取自由 Dirac 方程:

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = 0 \quad (1)_1$$

用以导出这个 Dirac 方程的拉氏量是:

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi \quad (1)_2$$

定义如下的相因子变换, θ 是常数,我们把这个相因子变换称为整体规范变换:

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = e^{-i\theta} \psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{i\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

在整体规范变换下, $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}'$:

$$\mathcal{L}' = -\bar{\psi}'(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi' = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = \mathcal{L}$$

可见(1)式的 \mathcal{L} 在整体规范变换下是不变的。

再看有相互作用的情况。早先的引入电磁相互作用的办法是从经典物理学来的,即取

$$P_\mu \rightarrow P_\mu - \frac{e}{c} B_\mu \quad (B_\mu \text{ 代表电磁势, } \mu = 1, 2, 3, 4) \quad (3)$$

然后换成量子力学的表述,

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieB_\mu \quad (4)$$

(为了方便,我们取自然单位,即 $c = \hbar = 1$)。

于是在有相互作用的情况下,Dirac 方程(1)式换成

$$(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi = 0 \quad (5)_1$$

这就是有电磁相互作用的 Dirac 方程,其拉氏量是

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi \quad (5)_2$$

其中 $ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi B_\mu$ 是电磁相互作用项。

值得注意的是从另一条途径也可得到(5)₁式,就是引入规范相互作用。引入的过程说明如下。

我们定义定域规范变换:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-i\theta(x)} \psi$$

^① 经典规范理论的基本内容见附录一。

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{i\theta(x)} \quad (6)$$

定域规范变换与整体规范变换的区别在于 $\theta = \theta(x)$ 是 x 的函数。也就是说,在不同的 x 点(不同的空间时间点),取不同的相因子变换。此时不含相互作用项的拉氏量 \mathcal{L} (见(1)₁式)不再是不变的,因为

$$\mathcal{L}' = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi + i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\partial_\mu\theta(x) \neq \mathcal{L}$$

若要保持 \mathcal{L} 不变,就必须把(1)₁式的 \mathcal{L} 换成

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi \quad (7)$$

其中引入了规范场 B_μ , B_μ 的定域规范变换是

$$B_\mu \rightarrow B'_\mu = B_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (8)$$

(7)式满足

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= -\bar{\psi}'(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B'_\mu + m)\psi' \\ &= -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi = \mathcal{L} \end{aligned}$$

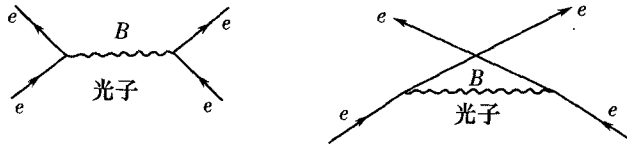
也就是满足定域规范不变。

由此可见, \mathcal{L} 要在定域规范变换下保持不变,就必须引入规范场,从而也就引入了规范场与粒子的相互作用项。这里具体来说就是引入了电磁场势 B_μ , 从而在 \mathcal{L} 中引入了电磁相互作用项 $ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi B_\mu$ 。注意(7)式的 \mathcal{L} 正好就是(5)₁式的 \mathcal{L} ! 所以说,电磁相互作用是可以通过定域规范不变而引入的。

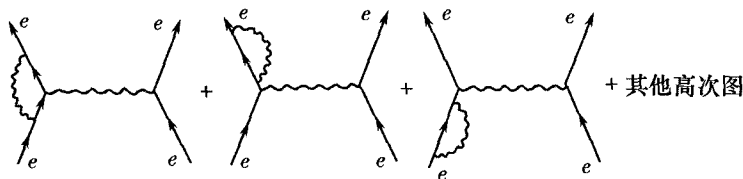
上述与电磁相互作用相联系的定域规范变换(6)和(8)称作 $U(1)$ 规范变换,有一个 $\theta(x)$ 。而且我们看到,保持定域规范变换不变的引入 B_μ 的方式,与 $P_\mu \rightarrow P_\mu - \frac{e}{c}B_\mu$ 的引入方式在电磁相互作用中是等价的。但下面就会知道,定域规范变换下保持不变的引入方式反映了更深刻、更普遍的客观规律性。

在进一步介绍之前,先举两个电磁相互作用的例子。

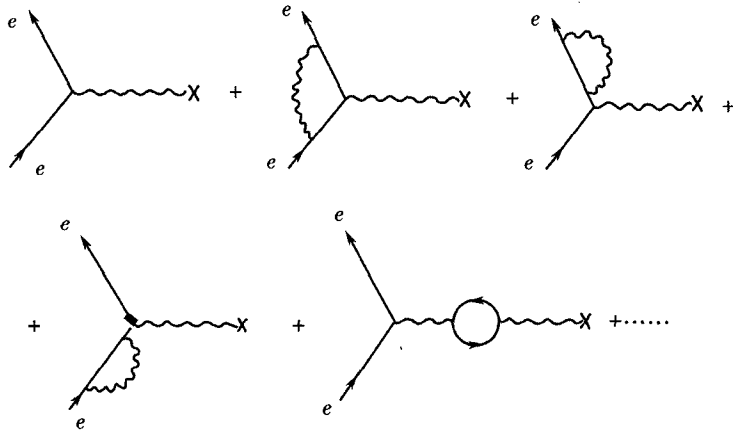
一个例子是电子与电子的散射,它有如下的交换光子的机制(B_μ 场的量子就是光子):



同时还有高次相互作用的贡献(见如下带圈的图):



另一个例子是电子在外电磁场(用 $\sim \times$ 来表示)中的散射,它有如下各图的作用机制:

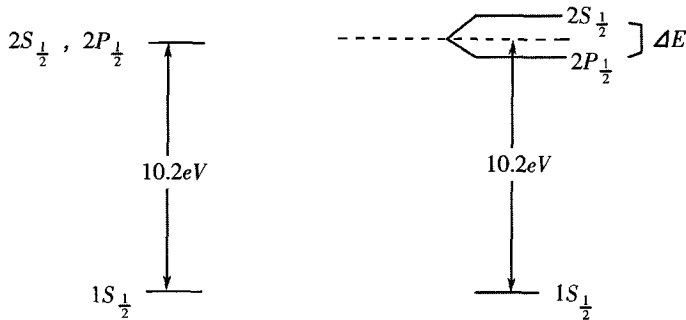


上面画出的带圈的图是很重要的,它们反映了真空的作用,反映了在真空中粒子不断地短暂地产生与湮没。人们把这称为“真空不空”。

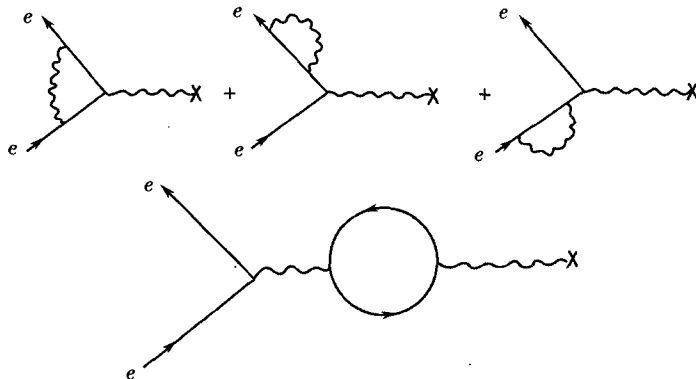
用来检验这种电磁相互作用理论的有两个有名的实验。

1. Lamb 位移(1947 年发现)

如果不考虑圈图,直接取 Dirac 方程的解,则氢原子的 $2S_{1/2}$ 态和 $2P_{1/2}$ 态有相同的能级高度。然而实验上发现这两个态的能量并不相同:



与不考虑圈图的理论计算值相比, $2S_{1/2}$ 升高很明显, $2P_{1/2}$ 则稍下降。这个现象叫 Lamb 位移。它说明带圈的图(真空的作用)绝不能略去。事实上前面说过的如下几个带圈图的效果是使 $2S_{1/2}$ 上升(电磁场的真空零点振动效应);而另外的这个带圈图的效果是使 $2S_{1/2}$ 下降(电子-正电子场的真空极化效应)。总的效果是 $2S_{1/2}$ 明显上升。考虑了各种带圈图的贡献以后,理论值和实验值符合得很好。下面列出最近的实验值和理论值:



实验值:(1975) $\Delta E \sim 1057.893 \pm 0.020\text{MHz}$

(1976) $\Delta E \sim 1057.862 \pm 0.020\text{MHz}$

理论值:(1971) $\Delta E \sim 1057.916 \pm 0.010\text{MHz}$

(1975) $\Delta E \sim 1057.864 \pm 0.014\text{MHz}$

2. 反常磁矩(1947年发现)

最近的实验值和理论值也列举如下。

电子,实验值(1979)

$$1.001,159,652,410(200) \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

理论值(1981)

$$1.001,159,652,460(148) \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

μ 子,实验值(1977)

$$1.001,165,922(9) \frac{e\hbar}{2m_\mu c}$$

理论值(1977)

$$1.001,165,919(10) \frac{e\hbar}{2m_\mu c}$$

理论值和实验值也是符合得很好的。

此外还有别的实验,特别是几十个 GeV 的高能实验,说明即使小到 10^{-16} 厘米的范围,量子电动力学的理论与实验仍是符合得很好的。所以,量子规范理论在电磁相互作用方面获得了很大的成功。

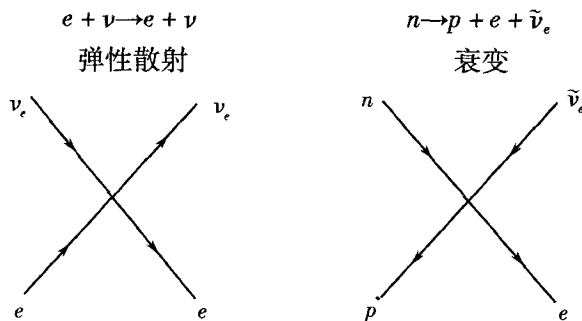
这个成功并不是很轻松地得来的,因为每一个圈都有一个发散积分。这可以说是一般的点粒子和点相互作用所固有的性质(经典的电子理论里面也有这种发散问题)。为了得到合理的结果,就必须进行重正化。重正化就是把发散部分合乎逻辑地分出来,吸收到耦合常数(例如 e)和质量(例如 m_e)中去。再重新定义理论上的观测量(包括耦合常数和质量),从而得到不发散的结果^①。在分出发散部分时要特别注意保持协变性和规范不变性以及其他的对称性质。

要说明一点,并非所有的理论都是可以重正化的。不过,量子电动力学作为一种规范理论则是可以重正化的。所以,量子电动力学的成功实际上也说明了重正化理论的成功。如果不能重正化,量子电动力学的计算就不可能这么精确。

下面,在弱相互作用中,我们立刻就要看到一个不可重正化的例子。

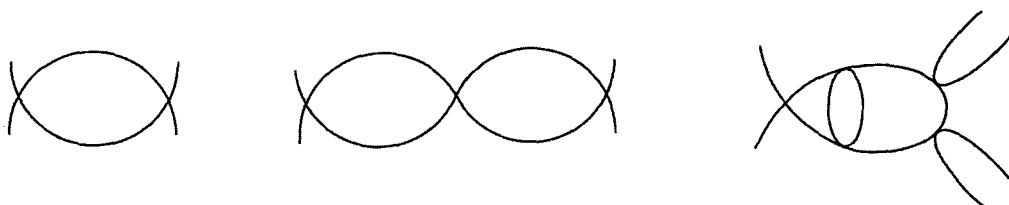
弱相互作用 最初的描述弱相互作用的理论是费米相互作用理论。在这个理论里,四个费米子在一点发生相互作用,并没有弱相互作用的传递者。例如:

^① 重正化的基本要点见第五章。



用这种理论计算低能近似可以得到不错的结果,但却遇到两个根本性的困难:

1. 它是不能重正化的,因而不能计算高次图,例如:事实上,这种理论有无穷多种发散图,无法把发散部分纳入少数几种粒子的质量和耦合常数中去。所以,这是一种不自洽的理论,因为它有无法计算的高次图。



2. $e + \nu_e \rightarrow e + \nu_e$ 的弹性散射截面是:

$$\sigma \approx \frac{G^2 E^2}{2\pi}$$

其中 G 是费米型弱作用耦合常数, E 是质心系总能量。在这里, σ 随能量平方 (E^2) 而上升。

但另一方面,如果没有传递者,则能量越高,波长越短,碰撞截面应该是:

$$\sigma \sim \pi \lambda^2 \sim \frac{1}{E^2}$$

所以是自相矛盾的。

人们看到了需要有弱作用的传递者来帮助解决困难。至少上述第二个困难可以借助于传递者来解决,因为如果有传递者,则理论上求得的高能弹性散射截面为:

$$\sigma \sim \text{常数}$$

它不会随能量的增加而无限地增加,也不会随能量的增加而趋于零,从而不出现第二个困难。

由于这种考虑,在 20 世纪 50 年代末和 60 年代初,人们提出了弱相互作用的中间玻色子理论。这个理论引入了中间玻色子 W^\pm 作为弱相互作用的传递者,并用 W^\pm 传递弱作用的机制代替了前述不要传递者的机制,例如下列过程的机制可用下一页的图来表达:



这个理论要求传递者 (W^\pm 粒子) 的静止质量很大,比质子重好几十倍。但是,1960 年人们又证明了以静止质量不为零的 W^\pm 为传递者的理论是不可重正化的。于是上述第一个困难一时仍不得解决。后来,人们经过努力终于解决了这个困难,但经过了一段曲折的过程。