

2009年
新课改高考

全程考点解析与 最新类型试题

QUANCHENGKAODIANJIEXIYU
ZUIXINLEIXINGSHITI

省实验中学 东北育才学校 沈阳二中 本溪高中
大连育明中学 大连二十四中学 辽师大附中 鞍山一中

等校名师编写

全伟仁 刘继才 主编

数学

辽宁人民出版社

2009年新课改高考

全程考点解析与 最新类型试题

本册主编

刘 锐

副主编

谢源刚

编者

刘 锐 谢源刚 李燕溪

刘一俊 张继红 单素丽

田丽贤 赵 瑞 张 敏

(以上排名不分先后)

数学

辽宁人民出版社

© 全伟仁 刘继才 2008

图书在版编目(CIP)数据

全程考点解析与最新类型试题. 数学 / 全伟仁, 刘继才主编. —沈阳: 辽宁人民出版社, 2008.7

ISBN 978-7-205-06414-3

I. 全… II. ①全…②刘… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 106160 号

出版发行: 辽宁人民出版社

(地址: 沈阳市和平区十一纬路 25 号 邮编: 110003)

印刷: 丹东印刷有限责任公司

幅面尺寸: 210mm × 285mm

印 张: 10

字 数: 220 千字

出版时间: 2008 年 7 月第 1 版

印刷时间: 2008 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑: 朱静霞 李嘉佳

封面设计: 杜 江

版式设计: 王珏菲

责任校对: 刘乃义等

书 号: ISBN 978-7-205-06414-3

定 价: 16.00 元

目 录

第一部分 名师寄语	1
第二部分 命题预测与最新类型试题	3
第一章 集合、逻辑、推理、证明	3
第二章 函数	11
第三章 导数	27
第四章 立体几何	35
第五章 平面解析几何初步	47
第六章 圆锥曲线与方程	54
第七章 算法初步	62
第八章 三角函数	68
第九章 平面向量	76
第十章 数列	80
第十一章 不等式	89
第十二章 计数原理(理科)	93
第十三章 概率与统计(文理)	99
第十四章 数系的扩充与复数的引用	112
参考答案	114
第三部分 数学模拟试题	141
数学模拟试题(一)	141
数学模拟试题(二)	146
参考答案	150
第四部分 对下一轮复习的建议	154

第一部分 名师寄语

特级教师 刘 锐

2009年是辽宁省进入新一轮课改的第一次高考。由于新课程的实施,高考的内容、形式等都会发生很大的变化。但是万变不离其宗,同学们应该认清高考方向,掌握科学的复习方法,坚持不懈地努力,成功就一定属于你!

下面谈谈具体的复习方法。

高考一轮复习是再现基础知识、基本方法的重要阶段,同时也是为后续复习做好充分准备的阶段。通过第一轮复习,同学们应该掌握基础理论体系,基本思想、方法体系,基本题型体系。老师在进行第一轮复习时,既要再现教材上各章的知识点,又要有各章知识内部的重新整合,高度概括。在例题、习题的选取上,既要注重基础性,又要具有典型性,并且难度不要过大,否则将冲淡学生对基础知识的掌握。因此,同学们一定要紧跟老师的节奏,在每节课前必须预习,即把要讲的知识点通过看书回忆起来,把会做的题提前做出来,然后上课带着问题听讲,抓住关键,做好课堂笔记。这就是说要有提前量,赶在老师之前,打主动战,而不是打被动战。如果能坚持做到这样效果会非常好。另外,在第一轮复习中应将最近5年全国各地(特别是课改地区)高考试题中的中、低档试题分类同步做完。

同学们还要对自己的学习情况心中有数。可以做两套课改地区的高考题,对自己摸摸底,并且把所有教材都找出来浏览一下,看看自己的薄弱章节,有针对性地重点复习。复习材料不宜过多,教材不能丢下,教材上的例题、典型习题、章末练习要认真对待,除此之外可以再选一本好的练习册。

抓好基础知识是学好数学的前提。很多同学认为数学是理科,不需要很多记忆,其实数学也有大量的东西需要背下来,如数学中的基本概念、定义、定理、公式,许多同学因为这些东西记不准,做不出题,就以为学不好数学,从而对数学失去信心。另外还有很多基本方法也应该牢记,因此第一轮复习要记住许多东西是重中之重。如何记住呢?要动手整理,要反复记忆,它是克服遗忘的最好方法。

数学解题要注重规范性。这是一个习惯培养的过程,要靠平时的积累。每做一道题都要养成认真审题、仔细分析、书写完整规范的习惯,避免会而不对、对而不全的情况发生。

在第一轮复习中,还应该注意数学能力的培养。数学能力包括空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力等。新课程对原来的数学思维能力进行了细化,分解为抽象概括与推理论证能力,与新增的“推理与证明”知识密切相关。由于新课标对统计知识的强化,新高考对于数据处理能力提出了明确的要求。

全程考点解析与最新类型试题

第一轮复习是基础,更是关键,因为它决定了同学们在第二轮复习中继续提升的空间大小,所以同学们要紧跟老师的复习进度,安排自己的复习计划,并付诸实施。

第二轮复习主要是在梳理知识、形成本学科知识网络体系的前提下,突出主干性知识,对知识交汇点、综合性知识的系统训练以及专题(如选择题、填空题、解答题前三道专项训练)训练,以中、高档题为主。在这一轮复习中应将最近5年全国各地(特别是课改地区)的高考试题的中、高档试题做出来。

第三轮复习是通过全国各地高考模拟试题进行冲刺训练,目的是提高学生综合运用知识分析、解决问题的能力及应试能力,大幅度提高学生的应试水平。同学们做题时必须遵守时间,在保证质量的前提下,提高速度。力争每做一套题都有收获,最大限度减少失误,从而达到理想状态,发挥自己的最佳水平。

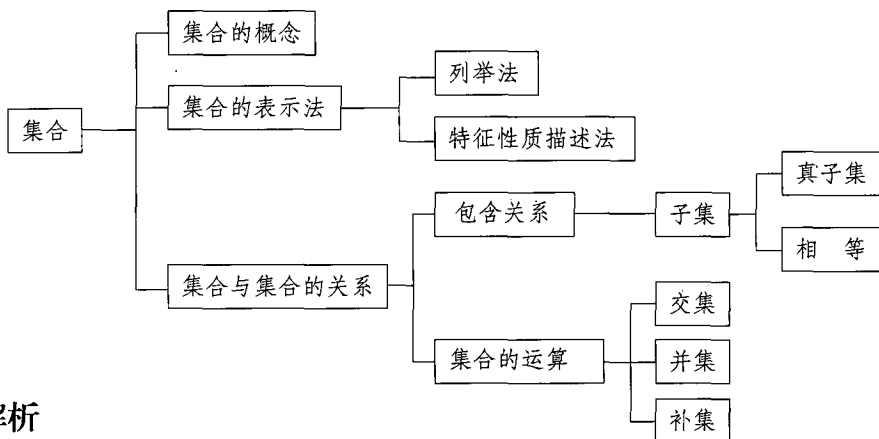
本着上述复习的指导思想,我们将积累了多年的资料以及长期在高考备考一线教学过程中潜心研究的心得和成果奉献出来整理成本书,作为同学们高考复习用书。相信本书会助广大备战高考的同学们一臂之力。

第二部分 命题预测与最新类型试题

第一章 集合、逻辑、推理、证明

§ 1.1 集合的概念与运算

一、知识梳理



二、考点解析

1. 集合的含义与表示

(1)通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.

(2)能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义与作用.

2. 集合间的基本关系

(1)理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

(2)在具体情境中,了解全集与空集的含义.

3. 集合的基本运算

(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

(3)能使用 Venn 图表达集合的关系与运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

三、命题预测

从近几年各地高考试题来看,本部分的考查多以选择题、填空题的形式考查集合的概念与运算,一般难度不大.另外,以集合作为工具和其他知识点结合(如不等式、函数、曲线的交点等)来综合命题,也是高考常见的考查形式.

四、最新类型试题

1. (2008 广东)第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行,若集合 $A=\{\text{参加北京奥运会比赛的运动员}\}$,集合 $B=\{\text{参加北京奥运会比赛的男运动员}\}$,集合 $C=\{\text{参加北京奥运会比赛的女运动员}\}$,则下列关系正确的是()

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq C$ C. $A \cap B = C$ D. $B \cup C = A$

2. (2008 山东)满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (2007 全国 I) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a=(\quad)$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

4. 已知全集 $U=\{a, b, c, d, e\}$, $M, N \subseteq U$, 若 $M \cap N = \{b\}$, $(\complement_U M) \cap N = \{d\}$, $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{a, e\}$, 则下列结论正确的是()

- A. $c \in M$ 且 $c \in N$ B. $c \in \complement_U M$ 且 $c \in N$ C. $c \in M$ 且 $c \in \complement_U N$ D. $c \in \complement_U M$ 且 $c \in \complement_U N$

5. 已知非空集合 A, B 满足 $A \cup B = C$, 则 $A \cap C$ 等于()

全程考点解析与最新类型试题

A. 集合 A B. 集合 B C. 集合 C D. 空集

6. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, (\sqrt{x^2})^2, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中, 最多含有()

A. 2 个元素 B. 3 个元素 C. 4 个元素 D. 5 个元素

7. (2008 海南, 宁夏) 已知集合 $M = \{x | (x+2)(x-1) < 0\}$, $N = \{x | x+1 < 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $(-1, 1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(-2, -1)$ D. $(1, 2)$

8. (2007 广东) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x < 1\}$ C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\emptyset$

9. (2007 山东) 已知集合 $M = \{-1, 1\}$, $N = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4\right\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0\}$

10. (2007 湖北) 设 P 和 Q 是两个集合, 定义集合 $P-Q = \{x | x \in P, \text{ 且 } x \notin Q\}$, 如果 $P = \{x | \log_2 x < 1\}$, $Q = \{x | |x-2| < 1\}$, 那么 $P-Q$ 等于()

A. $\{x | 0 < x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 3\}$

11. (2007 安徽) 若 $A = \{x \in \mathbf{Z} | 2 \leq 2^x < 8\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | \log_2 x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 的元素个数为()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

12. (2007 湖南) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S_1, S_2, \dots, S_k$ 都是 M 的含有两个元素的子集, 且满足: 对任意的 $S_i = \{a_i, b_i\}$, $S_j = \{a_j, b_j\}$ ($i \neq j, i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$) 都有 $\min\left\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\right\} \neq \min\left\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\right\}$ ($\min\{x, y\}$ 表示两个数 x, y 中的较小者), 则 k 的最大值是()

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

二、填空题

13. 设全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_S A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{1, 5\}$, 有下列结论: ① $3 \notin A$ 且 $3 \notin B$; ② $3 \notin B$ 且 $3 \in A$; ③ $3 \in A$ 且 $3 \in B$; ④ $3 \notin A$ 且 $3 \in B$. 其中正确的序号是_____.

14. 集合 A 中有 m 个元素, 若在 A 中增加一个元素, 则它的子集的个数将增加_____个.

15. (2007 北京) 已知集合 $A = \{x | |x-a| \leq 1\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

16. 设全集 $A = \{x | |x-a| < 2\}$, $B = \left\{x \mid \frac{2x-1}{x+2} < 1\right\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

17. 设 M 是满足下列两个条件的函数 $f(x)$ 的集合: ① $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$; ② 若 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 则 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 4|x_1 - x_2|$. 试问: 定义在 $[-1, 1]$ 上的函数 $g(x) = x^2 + 2x - 1$ 是否属于集合 M ? 请说明理由.

18. 已知 $f(x) = ax^2 + b$, a, b, x 均为实数, 且 $A = \{x | f(x) = x\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 当 $A \neq B$, 并且 A, B 均为非空集合时, 求 $a^2 + b^2$ 的取值范围.

19. (2007 北京) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbf{Z} (i=1, 2, \dots, k)$, 由 A 中的元素构成两个相应的集合 $S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a+b \in A\}$, $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a-b \in A\}$, 其中 (a, b) 是有序实数对, 集合 S 和 T 的元素个数分别为 m, n . 若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \notin A$, 则称集合 A 具有性质 P .

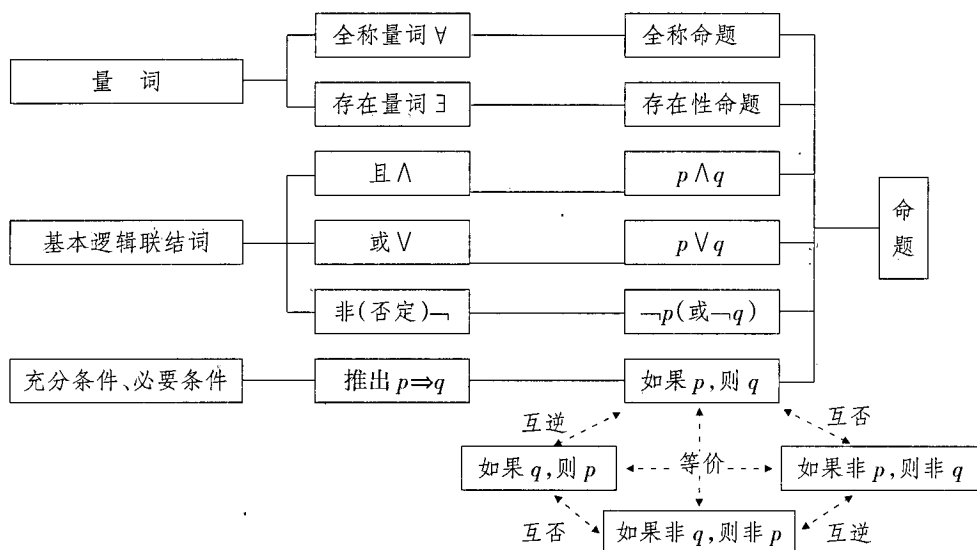
(I) 检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P , 并对其中具有性质 P 的集合写出相应的集合 S 和 T ;

(II) 对任何具有性质 P 的集合 A , 证明: $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$;

(III) 判断 m 和 n 的大小关系, 并证明你的结论.

§ 1.2 常用逻辑用语

一、知识梳理



二、考点解析

1. 考点

命题、逆命题、否命题、逆否命题、充分条件、必要条件、充要条件、或、且、非、全称量词与存在量词.

2. 解析

(1) 命题及其关系

① 了解命题的逆命题、否命题与逆否命题;

② 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义, 会分析四种命题的相互关系.

(2) 简单的逻辑联结词

通过数学实例, 了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.

(3) 全称量词与存在量词

① 通过生活和数学中的丰富实例, 理解其意义; ② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

三、命题预测

本章内容在《课程标准》及《2009 辽宁考试说明数学(修改讨论稿)》中多要求了解和理解, 除增加了对“量词”的知识要求外, 与原《教学大纲》《考试大纲》要求没有明显变化. 结合近几年各地高考来看, 本部分的考查多以选择题、填空题的形式进行, 一般难度不大, 主要以命题及充要条件的形式考查其他章节的知识, 试题的难度大多取决于其他章节的知识. 量词及其否定是一个新的命题背景, 应给予适当关注.

四、最新类型试题

一、选择题

- (2006 天津) 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的()
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- (2008 山东) 给出命题: 若函数 $y=f(x)$ 是幂函数, 则函数 $y=f(x)$ 的图象不经过第四象限. 在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中, 真命题的个数是()
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- (2007 湖北) 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件. 现有下列命题: ① s 是 q 的充要条件; ② p 是 q 的充分条件而不是必要条件; ③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件; ④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件; ⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件. 其中正确命题的序号是()
A. ①④⑤ B. ①②④ C. ②③⑤ D. ②④⑤
- (2006 湖北) 对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:
① “ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件; ② “ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件
③ “ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件; ④ “ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件.
其中真命题的个数是()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (2007 全国 I) 设 $f(x), g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, $h(x)=f(x)+g(x)$, 则“ $f(x), g(x)$ 均为偶函数”是“ $h(x)$ 为偶函数”的()
A. 充要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- (2008 广东) 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是()
A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee (\neg q)$
- (2007 重庆) 命题: “若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是()
A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$ B. 若 $-1 < x < 1$, 则 $x^2 < 1$
C. 若 $x > 1$ 或 $x < -1$, 则 $x^2 > 1$ D. 若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$
- (2008 广东) 命题“若函数 $f(x)=\log_a x (a>0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数, 则 $\log_a 2 < 0$ ”的逆否命题是()
A. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x (a>0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数
B. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x (a>0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数
C. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x (a>0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数
D. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x (a>0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数
- (2006 上海) 若空间中有四个点, 则“这四个点中有三点在同一直线上”是“这四个点在同一平面上”的()
A. 充要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- (2005 北京) “ $m=\frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 互相垂直”的()
A. 充要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- (2007 宁夏) 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$, 则()
A. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$ B. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$ C. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$ D. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$
- (2007 山东) 命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3-x^2+1 \leq 0$ ”的否定是()
A. 不存在 $x \in \mathbf{R}, x^3-x^2+1 \leq 0$ B. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3-x^2+1 \geq 0$
C. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3-x^2+1 > 0$ D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3-x^2+1 > 0$

二、填空题

- (2007 福建) 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题:
若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图像与 $g(x)$ 的图像关于 _____ 对称, 则函数 $g(x)=$ _____.
(注: 填上你认为可以成为真命题的一种情形即可, 不必考虑所有可能的情形)
- (2007 江西) 以下有四个关于圆锥曲线的命题: ① 设 A, B 为两个定点, k 为非零常数, $|PA|-|PB|=k$, 则动点

P 的轨迹为双曲线;②设定圆 C 上一定点 A 作圆的动点弦 AB , O 为坐标原点,若 $OP = \frac{1}{2}(OA + OB)$, 则动点 P 的轨迹为椭圆;③方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率;④双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{35} + y^2 = 1$ 有相同的焦点.

其中真命题的序号为 _____ (写出所有真命题的序号).

15. (2006 山东) 下列四个命题中, 真命题的序号有 _____ (写出所有真命题的序号).

①将函数 $y = |x+1|$ 的图像按向量 $v = (-1, 0)$ 平移, 得到的图像对应的函数表达式为 $y = |x|$;

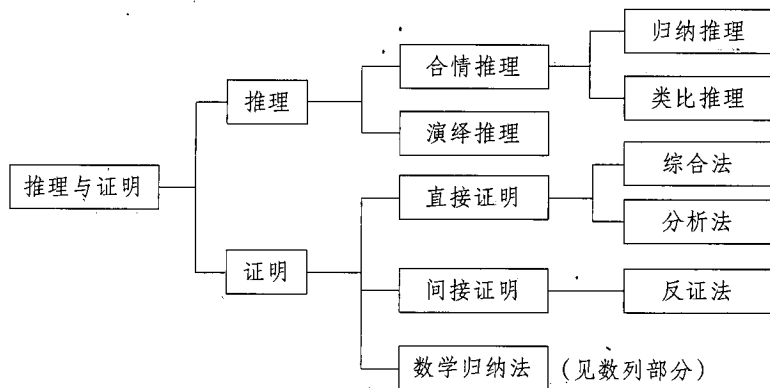
②圆 $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 相交, 所得弦长为 2;

③若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 则 $\tan \alpha \cot \beta = 5$;

④已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, P 为底面 $ABCD$ 内一动点, P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等, 则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.

§ 1.3 推理与证明

一、知识梳理



二、考点解析

1. 考点: 合情推理与演绎推理, 直接证明与间接证明, 数学归纳法.

2. 考点解析:

(1) 了解合情推理的含义, 能用归纳和类比等进行简单的推理, 体会并认识合情推理在数学发现中的作用.

(2) 体会演绎推理的重要性, 掌握演绎推理的基本模式, 并能运用它们进行一些简单推理.

(3) 通过具体实例, 了解合情推理和演绎推理之间的联系和差别.

(4) 结合已经学过的教学实例, 了解直接证明的两种基本方法——分析法和综合法, 了解分析法和综合法的思考过程特点.

(5) 结合已经学过的教学实例, 了解间接证明的一种基本方法——反证法, 了解反证法的思考过程特点.

(6) 了解数学归纳法的原理, 能用数学归纳法证明一些简单的数学命题.

三、命题预测

预计 2009 年新课标高考对推理与证明考查主要是以不等式、立体几何等为载体, 以选择题、填空题等形式出现, 以立体几何、解析几何、函数、不等式、数列等为载体, 以解答题的形式出现, 数学归纳法主要考查数学归纳法的基本原理、基本步骤, 结合数列问题证明与正整数有关的问题, 以大题的形式出现.

四、最新类型试题

§ 1.3.1 合情推理与演绎推理

一、选择题

1. 根据给出的“数塔”猜测 $123456 \times 9 + 7$ 等于()

$1 \times 9 + 2 = 11$

全程考点解析与最新类型试题

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$A. 1111110$$

$$B. 1111111$$

$$C. 1111112$$

$$D. 1111113$$

2. 已知扇形的弧长为 l , 半径为 r , 类比三角形的面积公式: $S = \frac{\text{底} \times \text{高}}{2}$ 可推出扇形的面积公式 $S_{\text{扇}}$ 等于()

$$A. \frac{1}{2}r^2$$

$$B. \frac{1}{2}l^2$$

$$C. \frac{lr}{2}$$

D. 不可类比

3. 在“由于任何数的平方都是非负数, 所以 $(2i)^2 \geq 0$ ”这一推理中, 产生错误的原因是()

A. 推理的形式不符合三段论的要求

B. 大前提错误

C. 小前提错误

D. 推理的结果错误

4. 已知 $a_1=0, |a_2|=|a_1+1|, \dots, |a_n|=|a_{n-1}+1|$, 则 $a_1+a_2+a_3+a_4$ 的最小值为()

$$A. 0$$

$$B. -1$$

$$C. -2$$

$$D. -4$$

5. 下列在向量范围内成立的命题类比地推广到复数范围内, 仍然为真命题的个数是()

$$\textcircled{1} |\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|; \textcircled{2} |\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|; \textcircled{3} \vec{a}^2 \geq 0; \textcircled{4} (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2.$$

$$A. 1$$

$$B. 2$$

$$C. 3$$

$$D. 4$$

6. 已知集合 A, B , 则“ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 下面几种推理是合情推理的是()

①由圆的性质类比出球的有关性质; ②由直角三角形、等腰三角形、等边三角形的内角和是 180° , 归纳出所有三角形的内角和都是 180° ; ③某次考试张军成绩是 100 分, 由此推出全班同学成绩都是 100 分; ④三角形内角和是 180° , 四边形内角和是 360° , 五边形内角和是 540° , 由此得出凸多边形内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$.

$$A. \textcircled{1}\textcircled{2}$$

$$B. \textcircled{1}\textcircled{3}$$

$$C. \textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{4}$$

$$D. \textcircled{2}\textcircled{4}$$

8. 面积为 S 的平面凸四边形的第 i 条边的边长记为 $a_i (i=1, 2, 3, 4)$, 此四边形内任一点 P 到第 i 条边的距离记为 $h_i (i=1, 2, 3, 4)$, 若 $\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \frac{a_4}{4} = k$, 则 $\sum_{i=1}^4 (ih_i) = \frac{2S}{k}$. 类比以上性质, 体积为 V 的三棱锥的第 i 个面的面积记为 S_i

($i=1, 2, 3, 4$), 此三棱锥内任一点 Q 到第 i 个面的距离记为 $h_i (i=1, 2, 3, 4)$, 若 $\frac{S_1}{1} = \frac{S_2}{2} = \frac{S_3}{3} = \frac{S_4}{4} = k$, 则 $\sum_{i=1}^4 (ih_i) =$ ()

$$A. \frac{4V}{k}$$

$$B. \frac{3V}{k}$$

$$C. \frac{2V}{k}$$

$$D. \frac{V}{k}$$

9. 由数列 1, 10, 100, 1000, $\dots$, 猜测该数列的第 n 项可能是()

$$A. 10^n$$

$$B. 10^{n-1}$$

$$C. 10^{n+1}$$

$$D. 11^n$$

10. 已知 $a_1=3, a_2=6$, 且 $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ 则 a_{33} 为()

$$A. 3$$

$$B. -3$$

$$C. 6$$

$$D. -6$$

二、填空题

11. 设平面内有 n 条直线 ($n \geq 3$), 其中有且仅有两条直线互相平行, 任意三条直线不过同一点, 若用 $f(n)$ 表示这条直线交点的个数, 则 $f(4) =$ _____; 当 $n > 4$ 时, $f(n) =$ _____.

12. ① $\sin^2 10^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin 10^\circ \cos 40^\circ = \frac{3}{4}$, ② $\sin^2 6^\circ + \cos^2 36^\circ + \sin 6^\circ \cos 36^\circ = \frac{3}{4}$, 观察前面两式, 请写出一个具有一般性的等式, 使你写的等式包含已有的两个等式, 这个等式是 _____.

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中如果存在非零常数 T , 使得 $a_{m+T} = a_m$ 对于任意的非零自然数 m 均成立, 那么就称数列 $\{a_n\}$ 为周期数列, 其中 T 叫做数列 $\{a_n\}$ 的周期. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = |x_n - x_{n-1}| (n \geq 2, n \in \mathbf{Z})$, 如果 $x_1=1, x_2=a (a \neq 0, a \in \mathbf{R})$, 当数列 $\{x_n\}$ 的周期 $T (T > 0)$ 最小时, 该数列的前 2008 项的和为 _____.

14. (2008 江苏) 将全体正整数排成一个三角形数阵:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & \\ & & & & 2 & & 3 & \\ & & & 4 & 5 & 6 & & \\ & & 7 & 8 & 9 & 10 & & \\ \dots & \dots & \dots & & & & & \end{array}$$

按照以上排列的规律,第 n 行($n \geq 3$)从左向右的第 3 个数为_____.

15. 已知整数对的序列如下: $(1,1)(1,2)(2,1)(1,3)(2,2)(3,1)(1,4)(2,3)(3,2)(4,1)(1,5)(2,4) \dots$, 则第 60 个数对是_____.

三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle C=90^\circ$, $AB=b$, $BC=a$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 $r=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$, 把上面的结论类比到空间写出相类似的结论.

17. 设 $a>0, b>0, a+b=1$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} \geq 8$.

18. 已知函数 $f(x)=x^3\left(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}\right)$. (1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性; (2) 证明 $f(x)>0$.

19. 用三段论证明函数 $f(x)=-x^2+2x$ 在 $(-\infty, 1]$ 上是增函数.

20. 设无穷序列 $\{a_n\}$ 具有以下性质: ① $a_0=1$; ② 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, $a_{n-1} \leq a_n$. 请给出一个具有这种性质的无穷数列, 使得不等式 $\frac{a_0^2}{a_1} + \frac{a_1^2}{a_2} + \dots + \frac{a_{n-1}^2}{a_n} < 2$ 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 都成立, 并对你给出的结果进行验证(或证明).

§ 1.3.2 直接证明与间接证明

一、选择题

1. 对于平面和共面的直线, 下列命题中真命题是()

A. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$

B. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$

C. 若 $m \subset \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$

D. 若 m, n 与 α 所成的角相等, 则 $m \parallel n$

2. 用反证法证明: 若整系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有有理数根, 那么 a, b, c 中至少有一个偶数时, 下列假设正确的是()

A. 假设 a, b, c 都是偶数

B. 假设 a, b, c 都不是偶数

C. 假设 a, b, c 至多有一个偶数

D. 假设 a, b, c 至多有两个偶数

全程考点解析与最新类型试题

3. 设 $a, b, c \in (-\infty, 0)$, 则 $a + \frac{1}{b}, b + \frac{1}{c}, c + \frac{1}{a}$ ()

- A. 都不大于-2 B. 都不小于-2 C. 至少有一个大于-2 D. 至少有一个不小于-2

4. 设实数 x_1, x_2 满足 $x_1 \neq x_2, a > 0, y_1 = \frac{x_1}{1+a} + \frac{ax_2}{1+a}, y_2 = \frac{ax_1}{1+a} + \frac{x_2}{1+a}$, 则 x_1x_2 与 y_1y_2 的大小关系为()

- A. $x_1x_2 > y_1y_2$ B. $x_1x_2 = y_1y_2$ C. $x_1x_2 < y_1y_2$ D. 不能确定它们的大小, 与 a 有关

二、解答题

5. 设 a, b, c 为任意三角形的三边长, $l = a + b + c, S = ab + bc + ca$.

试证: $3S \leq l^2 < 4S$.

6. 用反证法证明: 已知 a, b 均为有理数, 且 $\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{b}$ 都是无理数, 求证: $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 是无理数.

7. 若 $m^3 + n^3 = 2$, 求证: $m + n \leq 2$.

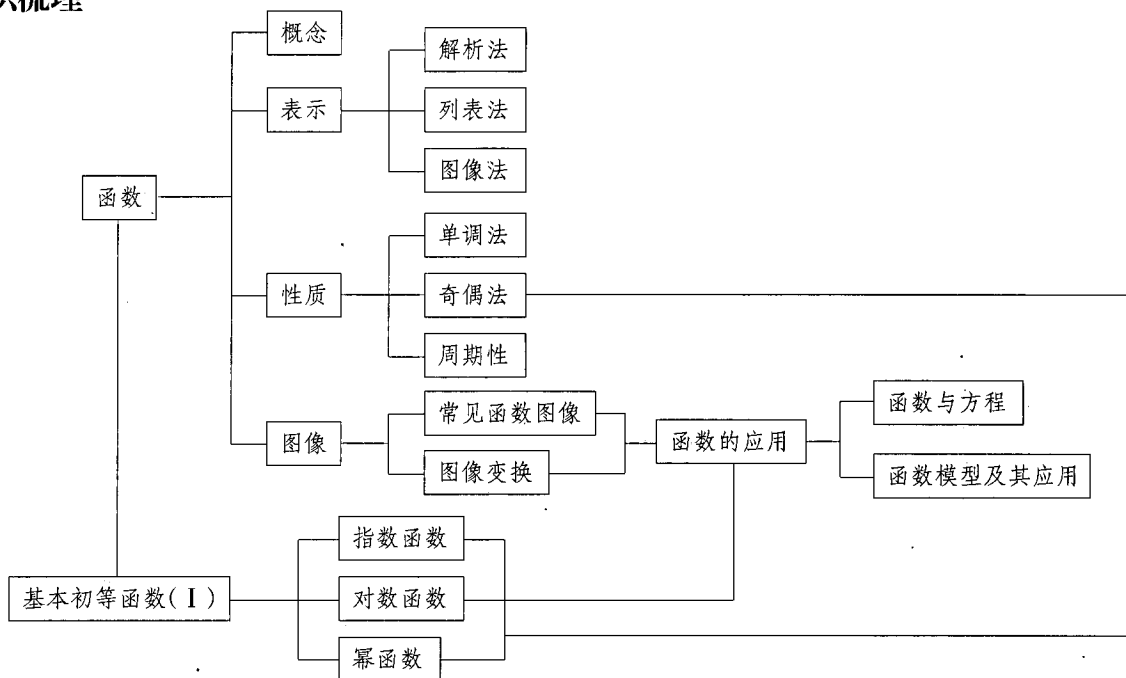
8. 有对称中心的曲线叫做有心曲线, 显然, 椭圆、双曲线都是有心曲线. 过有心圆锥曲线中心的弦叫做有心圆锥曲线的直径. 定理: 过圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 上异于直径两端点的任意一点与一条直径的两个端点连线, 则两条连线所在直线的斜率之积为定值-1.

(1) 写出定理在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中的推广并加以证明.

(2) 写出定理在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中的推广, 你能从上述结论中得到有心圆锥曲线(包括圆、椭圆、双曲线)的一般性结论吗? 请写出你的结论.

第二章 函数

一、知识梳理



二、考点解析

函数概念与基本初等函数(I)(指数函数、对数函数、幂函数).

1. 函数

- (1)了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.
- (2)在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数.
- (3)了解简单的分段函数,并能简单应用.
- (4)理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义.
- (5)会运用函数图像理解和研究函数的性质.

2. 指数函数

- (1)了解指数函数模型的实际背景.
- (2)理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.
- (3)理解指数函数的概念,理解指数函数的单调性,掌握指数函数图像通过的特殊点.
- (4)知道指数函数是一类重要的函数模型.

3. 对数函数

(1)理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;了解对数在简化运算中的作用.

- (2)理解对数函数的概念,理解对数函数的单调性,掌握对数函数图像通过的特殊点.
- (3)知道对数函数是一类重要的函数模型.
- (4)了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数($a>0$, 且 $a\neq 1$).

4. 幂函数

- (1)了解幂函数的概念.
- (2)结合函数 $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图像,了解它们的变化情况.

5. 函数与方程

(1)函数与方程

结合二次函数的图像,了解函数的零点与方程根的联系,判断一元二次方程的存在性及根的个数.

全程考点解析与最新类型试题

(2)根据具体函数的图像,能够用二分法求相应方程的近似解.

6. 函数模型及其应用

(1)了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征,知道直线上升、指数增长等不同函数类型增长的含义.

(2)了解函数模型(如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.

三、命题预测

(一)高考命题趋势分析

1. 基本初等函数(I)是高考重点考查内容之一,纵观近几年高考,每年都有该部分考题,并且在新课改区有加强的趋势,在高考题中,考查指数函数、对数函数方面的有关内容居多数,这些试题也同时考查了指数和对数运算及性质以及与其他方面知识点的交会地方,这类题目出现在选择题、填空题中难度不大,属于较易题目,出现在解答题中时,综合性一般较强,难度较高,应认真对待.

2. 函数零点与方程的根的关系作为新增内容,一般在选择题中出现,二次函数、一元二次方程、一元二次不等式间关系的考查特别要注意客观题,大题一般难度较大,更灵活,更贴近生活的实际应用题仍是一个重要内容.

(二)2009 年高考复习应对策略

针对以上分析,在备战 2009 年高考复习中我们要注意以下几点:

1. 深刻理解集合、函数的有关概念和性质,从基础知识上寻找解题突破口.

2. 针对函数应用题、探索性问题、代数推理问题以及与其他知识交会的综合题,加大训练力度,通过实战训练,培养数学能力.

3. 熟练掌握基本初等函数(I)特别是指数函数、对数函数的图像和性质. 该部分内容与导数、不等式、二次函数的性质等知识相结合,考查我们分析问题、解决问题的能力. 在综合性问题上要引起我们的重视.

4. 深刻理解方程的根与函数的零点之间的关系,掌握用二分法求方程的近似解的方法.

四、最新类型试题

§ 2.1 函数的概念及表示

一、选择题

1. 设集合 A 和 B 都是坐标平面上的点集 $\{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 (x, y) 映射成集合 B 中的元素 $(x+y, x-y)$, 则在映射 f 下, 象 $(2, 1)$ 的原象是()

A. $(3, 1)$

B. $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

C. $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$

D. $(1, 3)$

2. 下列各组函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 表示同一个函数的是()

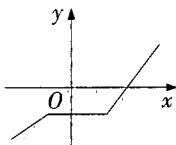
A. $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$

B. $f(x)=x, g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

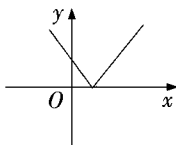
C. $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=\frac{x}{\sqrt{x}}$

D. $f(x)=1(x>0), g(x)=\frac{|x|}{x}$

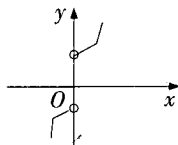
3. 下图中, 不可能是函数 $y=f(x)$ 的图像的是()



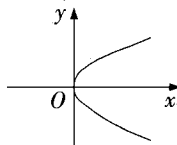
A



B



C



D

4. 设集合 $A=\{1, 2, 3\}$, 集合 $B=\{a, b, c\}$, 那么从集合 A 到集合 B 的一一映射的个数共有()

A. 3

B. 6

C. 9

D. 18

5. (2008 山东) 设函数 $f(x)=\begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1, \\ x^2+x-2, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(\frac{1}{f(2)})$ 的值为()

A. $\frac{15}{16}$

B. $-\frac{27}{16}$

C. $\frac{8}{9}$

D. 18

6. 若 $f(x)=\frac{x-1}{x}$, 则方程 $f(4x)=x$ 的根是()

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

7. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且方程 $x - f[g(x)] = 0$ 有实数解, 则 $f[g(x)]$ 不可能是()

- A. $x^2 + x - \frac{1}{5}$ B. $x^2 + x + \frac{1}{5}$ C. $x^2 - \frac{1}{5}$ D. $x^2 + \frac{1}{5}$

8. (2006 浙江) 函数 $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ 满足 $f[f(x)] = f(x)$, 则这样的函数个数共有()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 8 个 D. 10 个

9. (2007 山东) 给出下列三个等式: $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(x+y) = f(x)f(y)$, $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$. 下列函数中不满足

其中任何一个等式的是()

- A. $f(x) = 3^x$ B. $f(x) = \sin x$ C. $f(x) = \log_2 x$ D. $f(x) = \tan x$

10. 函数 $f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x^2) & (-1 < x < 0) \\ e^{x-1} & (x \geq 0) \end{cases}$, 若 $f(1) + f(a) = 2$, 则 a 的所有可能值为()

- A. 1 B. $1, -\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $1, \frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题

11. 已知 $A=B=\mathbf{R}$, $x \in A, y \in B, f: x \rightarrow y = ax + b$, 若 5 和 20 的原象分别是 5 和 10, 则 7 在 f 下的象 $f(7) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知一次函数 $y = f(x)$ 中, $f(8) = 16, f(2) + f(3) = f(5)$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(100) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (2006 辽宁) 设 $g(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 0) \\ \ln x & (x > 0) \end{cases}$, 则 $g\left[g\left(\frac{1}{2}\right)\right] = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (2007 北京) 已知函数 $f(x), g(x)$, 分别给出下表, 则 $f[g(1)]$ 的值为 , 满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的值为 .

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

三、解答题

15. (1) 已知 $y = f(x)$ 是一次函数, 且有 $f[f(x)] = 9x + 8$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设二次函数 $y = f(x)$ 的最小值等于 4, 且 $f(0) = f(2) = 6$, 求 $f(x)$ 的解析式.

§ 2.2 函数的定义域与值域

一、选择题

1. 函数 $y = \sqrt{\lg(2-x)}$ 的定义域是()

- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 1)$

2. 若函数 $f(x) = \log_a(x+1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的定义域和值域都是 $[0, 1]$, 则 a 等于()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 2

3. 已知 $0 < t \leq \frac{1}{4}$, 那么 $\frac{1}{t} - t$ 的最小值是()

- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{63}{8}$ C. 2 D. -2

4. (2006 湖北) 设 $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$, 则 $f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{2}{x}\right)$ 的定义域为()

- A. $(-4, 0) \cup (0, 4)$ B. $(-4, -1) \cup (1, 4)$ C. $(-2, -1) \cup (1, 2)$ D. $(-4, -2) \cup (2, 4)$