

小学数学 应用题解析

董本初 马 玲



北京工业大学出版社

前 言

近些年来，随着各级各类小学数学竞赛的蓬勃发展，极大地激发了学生学数学、老师教数学的积极性。这不仅促进了课堂教学质量的提高，也推动了数学课外活动的普遍开展。随着新的小学数学大纲的颁布和实施，这种形势将会更加迅速地向前发展。

面对这种形势，广大小学生希望得到更多更好的数学课外读物；广大的学生家长 and 教师希望得到系统实用的辅导材料；广大的中等师范学校的在校生也深深地感到，不抓紧在校学习的大好时光，使自己具备扎实的基本功，将不能胜任毕业后的数学辅导工作。

为了满足上述读者的需要，我们编写了这本应用题的辅导教材。

本书共分六章，从小学数学教材出发，系统介绍了有关应用题的知识和算术法解答的思路，形成自然扩展的较大的知识面，基本上概括了目前小学数学所涉及到的各类应用题内容。根据自己三十年的教学教研经验，除在第一章集中介绍了解答应用题的基础知识外，还在以后各章的起始部分介绍了解答该部分应用题自身所需要的知识和能力，以引起读者的注意。

在第三章的典型应用题部分，从介绍各类题目的本质特征出发，着重介绍并通过例题的分析体现分析应用题常用的八种方法的实质，没有过死地给出解答公式。并把这些分析方法灵活地运用于后边各章的例题分析过程中。

为适应各层次读者的需要，在第二至六章中，根据介绍

基本数学思想和解题技巧的需要，由简到繁地编排了一定数量的例题。例题的列式计算大都给出了分步式和综合式。与例题有关的特殊的重要问题，以“说明”的方式写在该例题之后。如“求几个分数的最大公约数与最小公倍数”的方法和道理，就是这样处理的。

为了使读者掌握知识，熟悉思路，形成能力，在各部分内容之后由易到难地编排了题量适中的练习题。题目的选择上也注意收集改编了近年来出现的优秀题型。本书的最后，分析了两道较高层次的试题与本书所介绍内容的关系，随之，精选了几道试题，使读者一方面了解新的信息，另一方面用以检查自己阅读本书后的收获。各种练习题都以综合算式的形式给出答案，附于全书的最后。无论例题和练习题除特殊需要外，都只给出了一种算术解法，其它解法请读者自己考虑。

总之，本书在编写上，注意了系统性和实效性，注意了不同层次读者的需要，既便于学，又便于教。因此，本书可做小学生和中等师范学校在校生的课外读物，也适宜做广大家长和教师辅导学生的参考书。

本书在编写过程中，引用了一些优秀的试题。在此，谨向原题编者表示感谢。

由于水平有限，成书仓促，难免有不妥或错误之处，恳请读者给予批评指正。

编者 1993年10月

目 录

第一章 应用题的解法概述.....	(1)
第二章 一般复合应用题.....	(7)
第三章 典型应用题	(14)
一、用分析法或综合法找出解题关键的两种典型应用题	(14)
1. 归一问题	(14)
2. 归总问题	(17)
二、用倍比法解答的典型应用题——倍比问题	(19)
三、用图解法展现解题关键的几种典型应用题	(21)
1. 和倍问题	(22)
2. 差倍问题	(28)
3. 和差问题	(34)
4. 牛顿问题	(42)
5. 方阵问题	(47)
6. 植树问题	(50)
四、用对应法解答的典型应用题——求平均数问题	(54)
五、用演示法揭示数量关系的几种典型应用题	(57)
1. 相向运动问题	(58)
2. 同向运动问题	(63)
3. 列车问题	(68)
4. 时间问题	(73)
六、用比较法解答的两种典型应用题	(76)
1. 盈亏问题	(76)
2. 消去问题	(82)
七、用假设法解答的典型应用题——置换问题	(87)
八、用逆推法解答的典型应用题——还原问题	(91)
第四章 与整除有关的应用题	(94)

一、连续数问题	(94)
二、最大公约数问题	(96)
三、最小公倍数问题	(101)
四、中国剩余定理问题	(106)
第五章 分数(百分数)应用题	(114)
一、已知一个数,求它的几(百)分之几是多少	(125)
二、已知一个数的几(百)分之几是多少,求这个数	(131)
三、求一个数是另一个数的几(百)分之几	(146)
四、工程问题	(155)
第六章 比例应用题	(168)
一、正、反比例应用题	(168)
二、按比例分配问题	(179)
练习题参考答案	(195)

第一章 应用题的解法概述

应用题是对式子题而言的，它们是根据生产、生活的实际，用文字和数字表述出来的，因此一道应用题就是一个实际问题。由于实际问题千千万万，错综复杂，所以应用题也是形形色色、变化繁多的。

根据应用题运算步骤的繁简可分为简单应用题（用一步计算的应用题）和复合应用题（用两步或两步以上计算的应用题）。复合应用题中能够根据本身的特点，用特定的解答方法来解答的通常叫做典型应用题；不具有什么特点，也没有什么特定解答方法的叫一般应用题。

一道应用题，列出算式，计算出最后结果，经检验确实正确无误，就算解答完了。这是题目的要求，也是我们解题的目的之一。列出的算式、计算出的得数是把实际问题中的各数量间的内在联系高度抽象概括的结果，是应用题中数量之间内在联系的客观表现形式。怎样才能把一道实际问题转化成数字表达式，必须具有下面这些基础知识和能力。

一、解答简单应用题

简单应用题的类型及其所属的数量关系如表 1-1 和表 1-2。

表 1-1			加、减法
加 法		减 法	数 量 关 系
1. 求两数之和。 例如：三年级有男生 50 人，女生 42 人，三年级共有多少人？		1. 求剩余。 例如：三年级有学生 92 人，其中男生是 50 人，女生有多少人？	两个部分数和总数的关系。 $\text{部分数} + \text{部分数} = \text{总数}$ （两数之和） $\text{总数} - \text{部分数} = \text{另一个部分数}$ （剩余）

加 法	减 法	数 量 关 系
2. 求比一个数多几的数。 例如：一（1）班有学生39人，一（2）班比一（1）班多3人，一（2）班有多少人？	2. 求比一个数少几的数。 例如：一（2）班有学生42人，比一（1）班多3人，一（1）班有多少人？ 3. 求两数之差。 例如：一（1）班有学生39人，一（2）班有学生42人，一（2）班比一（1）班多多少人？	大数、小数、相差数的关系。 $\text{小数} + \text{相差数} = \text{大数}$ (比一个数多几的数) $\text{大数} - \text{相差数} = \text{小数}$ (比一个数少几的数) $\text{大数} - \text{小数} = \text{相差数}$ (两数之差)

表 1-2

乘、除法

乘 法	除 法	数 量 关 系
1. 求相同加数的和。 例如：一个人步行每小时行4千米，3小时行多少千米？	1. 把总数等分成几份，求1份是多少。 例如：一个人步行了3小时，走了12千米，平均每小时行多少千米？	一份数、份数和总数的关系。 $1 \text{ 份数} \times \text{份数} = \text{总数}$ (相同加数的和) $\text{总数} \div \text{份数} = 1 \text{ 份数}$ $\text{总数} \div 1 \text{ 份数} = \text{份数}$
2. 求一个数的几倍是多少。 例如：小明养黑兔3只，养白兔的只数是黑兔的5倍。小明养白兔多少只？	2. 求1倍数。 例如：小明养白兔15只，养白兔的只数是黑兔的5倍。小明养黑兔多少只？ 3. 求一个数是另一个数的几倍。 例如：小明养黑兔3只，养白兔15只。白兔的只数是黑兔的多少倍？	一倍数、倍数和几倍数的关系。 $1 \text{ 倍数} \times \text{倍数} = \text{几倍数}$ (求一个数的几倍是多少。) $\text{几倍数} \div \text{倍数} = 1 \text{ 倍数}$ $\text{几倍数} \div 1 \text{ 倍数} = \text{倍数}$ (一个数是另一个数的几倍。)

二、通过生产、生活和解题的实践掌握常见的数量关系

前边我们已经谈到，应用题是根据生产、生活的实际，用文字和数字结合起来叙述的题目。所以，没有一点生活、生产的实际知识，而要正确地解答应用题是不可思议的事情。只有正确、熟练地掌握题中的数量关系才能列出相应的算式。

例如：李芳去粮店买粮食，买米用去15元，买面用去14

元，她给了售货员 50 元，应找回多少元？

解决这样一个日常生活中极其普通的问题就必须知道应付的钱数、付的钱数和应找回的钱数三种量之间的关系。即：应找回的钱数 = 付的钱数 - 应付的钱数。它们属于部分数和总数的关系，是求剩余的问题。现在付的钱数已知（50 元），应付的钱数未知，哪里去找？这又要知道应付的钱与买米的钱、买面的钱的关系。即：应付的钱 = 买米的钱数 + 买面的钱数，而买米、买面的钱数题目中都给了，所以就可以列式解答了。

实际生产和生活中的数量关系很多，如：速度、时间和路程；单价、数量和总价；工作效率、工作时间和工作总量；亩产量、亩数和总产量等等。一般来讲数量关系理解得越清楚、越熟练，解答应用题时越方便。有的人几乎没有上过学，日常生活中一些常遇到的实际问题却计算得很快、很准。就是因为他们在实践中，熟练地掌握了有关问题的数量关系的缘故。

三、透彻地理解题意，正确地掌握应用题中的数量关系。

理解题意主要包括弄清题目中所涉及的事情的情节，已知条件有哪些，所求问题是什么，等三大方面。弄清这些问题关键又在于理解有关的概念和术语，在此，就这个问题给予说明。

有关应用题的概念很多，有些比较具体，有些就比较抽象；有些在日常的生产、生活中常用，有些则不常用。但是不管是哪种情况，对它们都要透彻理解，否则就影响对其中数量关系的判定而不能正确地列式。

如这样一道简单的两步应用题：

一（1）班有学生 39 人，一（2）班的学生人数比一

(1) 班多 3 人。两班共有学生多少人？

经常发现学生错误地做成 $39+3=42$ (人) 答：两班共有学生 42 人。

做错的原因之一就是他们对“一(2)班的学生人数比一(1)班多 3 人”这样的“比……多”的概念不理解。也就是不理解“一(2)班的学生人数比一(1)班多 3 人”的意思是：一(2)班除去有一个和一(1)班“同样多”的 39 人外，还有一个 3 人。要求两班共有多少人，实际上是求 2 个 39 与一个 3 的和。正是因为这些学生没能这样理解，所以列错算式而把题解错。

又如：“倍”的概念是比较抽象的，而在应用题中又经常出现，所以必须透彻地理解它，可它又是不太好理解的。原因是它在使用上（具体题目中的使用）就象“米”、“千克”、“小时”……计量单位一样，类似地应用，但它又不是计量单位，不象计量单位那样有计量工具，永远是具有普遍意义的标准量。“倍”这个标准量因题而异，忽多忽少，忽大忽小，好象令人捉摸不定。但是，只要了解它产生的背景，也能够理解了。

“倍”就象“比……多”，“比……少”一样，是在进行两个数量的比较时而产生的。“比……多”，“比……少”，是两个集合（往往是非空的同类事物组成的集合）的元素个数进行比较，在“同样多”的基础上比出“多”或“少”。而“倍”就整数范围来讲是两个非空集合进行整体的比较而产生的。以其中一个集合（元素个数少的）为“单位”——1 倍，去“测量”另一个集合，而得出被“测量”集合含几个这样的“单位”即是几倍。

例如：我们把一个杨树集合与一个柳树集合的元素个数

进行比较。如果杨树除去和柳树同样多的棵数（“一一对应”的部分）以外，还有 20 棵，我们习惯上说成“杨树的棵数比柳树多 20 棵”，或说成“柳树的棵数比杨树少 20 棵”。如果我们对两个集合进行整体的比较，以柳树集合作为一个“计量单位”——1 倍，去“测量”杨树集合，得到 2 个单位，就是 2 倍。那么习惯上我们就说成“杨树的棵数是柳树的 2 倍”。

从以上例子可以看出，“倍”在具体的使用中也是一个固定的量。用语言叙述有这样的特点：如果以乙量为 1 倍，去测量甲量而得知甲量是 2 倍的话，就简叙成“甲量是乙量的 2 倍。”

随着数的概念的扩展，一个数量不仅可以是另一个数量的整数倍，而且还可以是非整数倍。如：今年的亩产量是前年的 1.2 倍。其意义同样是以前年的亩产量为 1 倍数，今年的亩产量是 1.2 倍。只有对“倍”的意义作这样的理解，才便于列式解答。

总之，只有深刻理解题中的概念术语，才能理解题意，为完成把实际问题转化为数量关系的问题铺平道路。

四、选择正确、合理的方法分析题中的数量关系

常用的分析方法很多，本文将对下面各类应用题的解法做重点介绍，从中可以看出只有选择正确合理的分析方法，才能发现解答的突破口，完成解题的全过程。

五、正确列式计算是成功地解答应用题的保证

列式计算就是把数量关系转化为数字表达式的过程，也就是把分析出来的数量关系，制定出解题计划，然后按层次一步步用算式表示出来，经过正确的计算，得出最后结果。

列式包括分步列式和综合算式。分步列式比较简单，列

综合算式要有较高的组织能力和综合能力，同时还要掌握运算顺序的规定和括号的使用。但应用综合算式解答有利于发展逻辑思维能力，也可以简化应用题的解答过程。

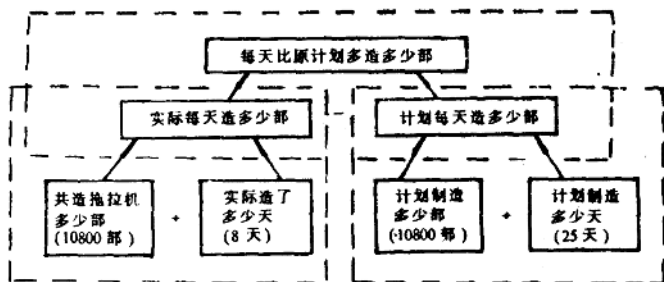
以上五点、概括起来讲，就是要掌握有关应用题的基础知识和分析解答方法。应用题的解答过程不仅是培养锻炼逻辑思维能力和计算能力的过程，同时也是逻辑思维能力和计算能力的展现过程。因此努力提高这两种能力，才是灵活、正确地解答应用题的根本。

第二章 一般复合应用题

复合应用题，就其结构来说是由两个或两个以上的简单应用题复合而成。

例如：东方农机厂，计划 25 天制造拖拉机 10800 部，由于工人改进技术，18 天就完成了任务，每天比原计划多造多少部？

这个题的复合情况如下：



拆成简单的应用题是下面的三个

①东方农机厂计划用 25 天制造拖拉机 10800 部，计划每天制造多少部

$$10800 \div 25 = 432 \text{ (部)}$$

②东方农机厂计划制造拖拉机 10800 部，实际用了 18 天完成了任务，实际每天制造多少台？

$$10800 \div 18 = 600 \text{ (部)}$$

③东方农机厂，原计划每天制造拖拉机 432 部，实际每天制造 600 部，实际每天比原计划多制造多少部？

$$600 - 432 = 168 \text{ (部)}$$

那么，如何把一个复合应用题依次拆成一个个简单应用题而逐步求出最后结果呢？这就要应用最基本最常用的解题思路——分析法和综合法。

一、用综合法解一般的复合应用题

综合法就是从题中的已知条件入手，根据数量关系先选择两个已知数量，提出可以解的问题；然后把所求出的数量作为新的已知数量，与其它的一个已知数量搭配，再提出可以解的问题；这样逐步推导，直到求出所要求的结果为止。在运用综合法的推导过程中，就把应用题的已知条件组成了可以依次解答的几个简单应用题。

例 1 某村计划在 10 天内种树 3000 棵，开始每天种树 380 棵，3 天后，每天比开始时多种 85 棵。这样比原计划提前几天完成任务？

用综合法分析，并把分析过程用下页图表示
从分析过程明显地看出例 1 这道复合应用题可以拆成 6 个简单应用题来解答，即分步列式为：

①前 3 天种树多少棵？

$$380 \times 3 = 1140 \text{ (棵)}$$

②后来共种树多少棵？

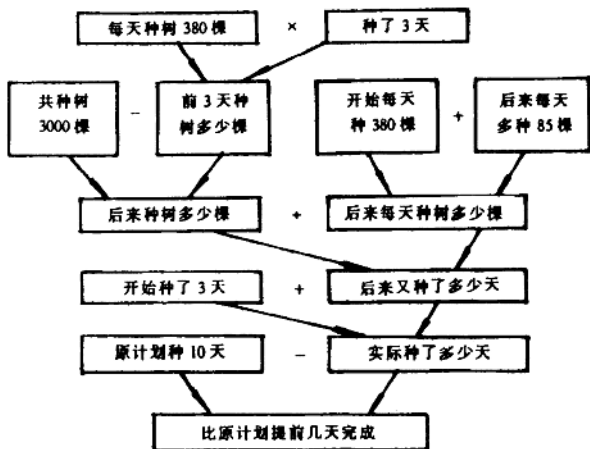
$$3000 - 1140 = 1860 \text{ (棵)}$$

③后来每天种树多少棵？

$$380 + 85 = 465 \text{ (棵)}$$

④后来种树多少天？

$$1860 \div 465 = 4 \text{ (天)}$$



⑤实际种树多少天？

$$3+4=7 \text{ (天)}$$

⑥比原计划提前几天？

$$10-7=3 \text{ (天)}$$

综合算式：

$$\begin{aligned}
 &10 - [3 + (3000 - 380 \times 3) \div (380 + 85)] \\
 &= 10 - 7 \\
 &= 3 \text{ (天)}
 \end{aligned}$$

答：比原计划提前 3 天完成。

检验：把实际比原计划提前 3 天，代替原题中的问题，符合题意。检验过程略写如下：

$$380 \times 3 + (380 + 85) \times 4 = 3000 \text{ (棵)}$$

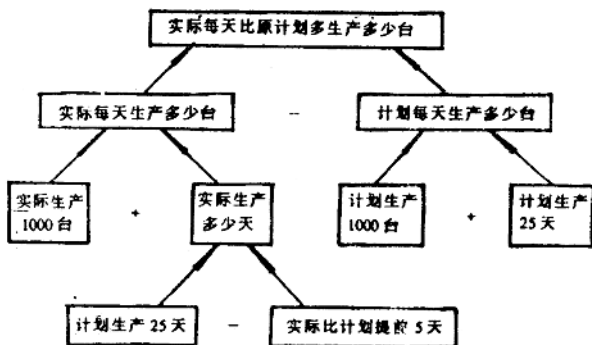
$$3 + 3 + 4 = 10 \text{ (天)}$$

二、用分析法解一般的复合应用题

分析法就是从应用题的问题入手，根据数量关系，找出解决这个问题所需要的条件，然后把其中的一个（也可能是两个）未知的条件作为要解的新问题，再找出解这个（或两个）新问题所需的条件；这样逐步逆推，直到所有的条件在应用题里都是已知的为止。在运用分析法的逆推过程中，同综合法一样，也把复合应用题分解成了可以依次解答的几个简单应用题。

例 2 某机器制造厂计划 25 天生产机器 1000 台，实际比计划提前 5 天完成任务，实际每天比原计划多生产多少台？

用分析法分析，并把分析过程用下图表示：



从上边的分析过程也可以明显地看出，例 2 这道复合应用题能够拆成 4 个简单应用题来解答，即分步列式为：

① 实际生产了多少天？

$$25 - 5 = 20 \text{ (天)}$$

②实际每天生产多少台？

$$1000 \div 20 = 50 \text{ (台)}$$

③计划每天生产多少台？

$$1000 \div 25 = 40 \text{ (台)}$$

④实际每天比原计划多生产多少台？

$$50 - 40 = 10 \text{ (台)}$$

综合算式：

$$\begin{aligned} & 1000 \div (25 - 5) - 1000 \div 25 \\ &= 50 - 40 \\ &= 10 \text{ (台)} \end{aligned}$$

答：实际每天比原计划多生产 10 台

检验：用实际每天比原计划多生产 10 台代替原题中的问题，符合题意。检验过程略写如下：

$$1000 \div 25 + 10 = 50 \text{ (台)}$$

$$1000 \div 50 = 20 \text{ (天)}$$

$$25 - 20 = 5 \text{ (天)}$$

综合法和分析法的解题思路是相反的，但在具体地分析一道应用题时，这两种方法不是截然分开的，而是互相联系的，往往同时使用。也就是要求的某个具体问题和所需要的条件要两头兼顾，注意协调。综合中要注意分析，分析中要注意综合。有人说就象下面这种情况：要摘到密枝中的那个苹果（应用题的问题），既要由苹果所在的树枝逐步找到树干，确定上树去摘的路径，顺树干往上爬。实际去摘时，又要顺着树干逐步找到苹果所在的树枝，这样才不会爬错树枝，白费力气。

综合法和分析法是解答各种应用题常用的基本方法，并不是单纯地应用于分析一般复合应用题，只是在一般复合应

用题中更显得它们的重要，也更能较清楚地说明分析法，综合法的特点而已。当然更不是一般复合应用题只是用综合法、分析法分析，有的题还要几种分析方法同时应用才能奏效。

练习一

1. 有甲、乙两只水槽，甲槽盛水 720 吨，乙槽盛水 76 吨。如果甲槽每分钟流入乙槽 23 吨，几分钟后甲、乙两槽内的水量相等？

2. 农场计划 10 天插秧 1200 亩，由于工人的努力，结果提前 4 天完成了插秧任务。实际每天比原计划多插秧多少亩？

3. 某人养了 12 匹马和 12 头牛。每头牛每天吃草 12 千克，每匹马每天吃草 9 千克。现在有草 6048 千克。够吃多少天？

4. 光明小学五年级有三个班。甲、乙两班共有学生 94 人，乙、丙两班共有学生 90 人，甲、丙两班共有学生 92 人。五年级一共有学生多少人？

5. 一个储水池有水 1993 桶，水池上装有甲、乙、丙三个出水管。每分钟甲管可流出水 20 桶，乙管流出 12 桶，丙管流出 17 桶。三管同时打开 17 分钟后，关去甲管，再过多少时间，池内的水可以流完？

6. 一辆汽车从甲城开往乙城。如果每小时行 21 千米，那么经过若干小时后走完的路程比全程的一半还少 510 千米。如果每小时多行 6 千米，经过同样的时间，走完的路程比全程的一半还少 270 千米。求增大速度后，这辆汽车走完全程所需的时间。

7. 把一根竹竿插入水中，浸湿的部分是 1.8 米，掉过头来把另一端插入水中，这时这根竹竿只有一半还多 1.2 米是干的。这根竹竿长几米？

8. 菜店用 0.1 元一千克买进菠菜若干千克，如果以 0.12 元一千克的价钱出售，卖出一半又 30 千克时，则可卖得买进时的总钱数。菜店买进菠菜多少千克？

9. 在 6 个篮里放着同样多的苹果，如果从每个篮里拿出 40 个，则 6 个篮内剩下的苹果数相当于原来 2 个篮里的苹果数。原来每个篮里有苹果多少个？