

新版小学教材要点难点解析丛书

新版

傅珊 编著

小学数学

要点难点解析

(五年级)

光明日报出版社
广西师范大学出版社

· 新版小学数学要点难点解析丛书 ·

新版小学数学要点难点解析

(五年级)

编著 傅 珊

审定 穆 翔

广西师范大学出版社
光明日报出版社

(京) 新登字 101 号

新版小学教材要点难点解析丛书

主 编 张德政

副主编 马 衮

杨惠娟

新版小学教材要点难点解析丛书

新版小学数学要点难点解析

(五年级)

编著 傅珊

审定 穆翔

☆

光明日报出版社

(北京永安路106号) 出版

广西师范大学出版社

新华书店北京发行所发行

人民卫生出版社胶印厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.375 字数 84 千字

1991 年 4 月第 1 版 1992 年 3 月第 2 次印刷

印数: 46,000—66,000

ISBN7-80091-053-9/G·404

定价: 2.25 元

前 言

《新版小学五年级数学要点难点解析》根据国家教委 1990 年颁布的《九年制义务教育全日制小学数学教学大纲》编写,旨在帮助小学五年级同学正确理解数学概念,提高运算能力、逻辑思维能力和空间想象力,并为教师提供备课的典型例题、兴趣练习等参考材料。本书突出创新、实用特点,既全面列入《新大纲》规定的教学内容(作为必学内容),也列入 1986 国家教委制订的《旧大纲》原有,而在《新大纲》中调减的内容(作为选学内容)。因而既适合 1991 年暑假后多数地区小学生复习使用,也适合试用新编教材的小学生使用。

《新版小学数学要点难点解析》共有六册,供六年制小学一至六年级学生使用。本书供六年制小学的五年级学生使用。五年制小学的毕业班学生可按教学进度选择有关内容使用。

本书由石景山教科所高级教师傅珊编著,由穆翔同志审定。

丛书编委会

1991 年 1 月

目 录

第一单元	数的整除	(1)
第二单元	小数的乘法和除法	(19)
第三单元	分数的意义和性质	(32)
第四单元	分数的加法和减法	(50)
第五单元	简易方程	(66)
第六单元	三角形、平行四边形和梯形	(84)
第七单元	长方体和正方体	(104)
第八单元	应用题	(119)

第一单元 数的整除

“数的整除”的知识在小学数学教学中具有重要意义.它是学习分数意义和分数基本性质的基础,也是将来学习数论有关知识的基础.

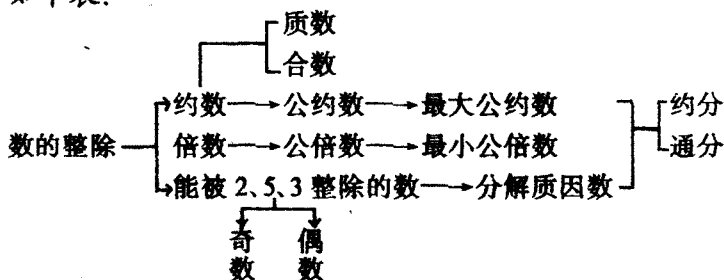
〔单元要点难点〕

1. 本单元的基本内容有:约数和倍数,整除;能被2, 5, 3 整除的数的特征;奇数和偶数;质数和合数,分解质因数;公约数和最大公约数;公倍数和最小公倍数.

2. 本单元的教学重点是正确理解整除、约数和倍数的意义;理解公约数、最大公约数、公倍数、最小公倍数;掌握用短除法求最大公约数和最小公倍数的方法.其中正确理解整除的意义是难点.

〔基本内容〕

将“数的整除”的有关知识内容进行归纳整理概括如下表:



〔解题示例〕

例1 在 $48 \div 6 = 8$, $48 \div 0.6 = 80$, $4.8 \div 0.6 = 8$ 和 $4.8 \div 6 = 0.8$ 各式中, 哪个式子是整除的?

解 要想解答上题, 须弄清楚整除的意义, “数的整除”一般是指自然数, 不包括0。如果数 a 除以数 b , 除得的商正好是整数, 而且没有余数, 我们就说数 a 能被数 b 整除。

根据定义判断在例1中只有第一个式子 $48 \div 6 = 8$ 是整除的。因数48与6都是自然数, 商8正好是整数而且没有余数, 我们就说48能被6整除。

例2 在 $7.2 \div 8 = 0.9$, $7.2 \div 0.9 = 8$, $72 \div 0.8 = 90$ 和 $72 \div 8 = 9$ 等式中, 哪个是整除的? 哪个既是除尽, 又是整除?

解 只有 $72 \div 8 = 9$ 是整除, 其它各式都只是除尽。

“除尽”和“整除”是相互关联而在本质上又不相同的两个概念。“整除”具备两个条件, 即①被除数与除数都是自然数; ②商必须是整数而且没有余数。“除尽”也指一个数除以另一个数, 商没有余数, 但“除尽”对被除数和除数没有任何限制, 被除数可以是整数、自然数, 也可以是小数; 商可以是有限小数, 也可以是整数。

例3 找28的约数。

解 当一个数能被另一个数整除时, 这个数就可称为另一个数的“倍数”, 另一个数就称为这个数的“约数”, 一个数的约数的个数是有限的, 最小的约数是1, 最大的约数是它本身。

怎样找一个数的约数,使找到的约数既不重复也不遗漏?

有两种方法.可以从最小的约数找起,一直找到它本身(1, 2, 4, 7, 14, 28);也可以一对一对地找,先找1和28,再找2和14,4和7.用后一种方法来找,不容易遗漏.

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & 2 & 4 & & 7 & 14 & 28 \\
 & & & \swarrow & & & \\
 & & & 4 \times 7 = 28 & & & \\
 & & \swarrow & & \searrow & & \\
 & & 2 \times 14 = 28 & & & & \\
 \swarrow & & & & & & \searrow \\
 1 \times 28 = 28 & & & & & &
 \end{array}$$

答:28的约数有:1, 2, 4, 7, 14, 28.

例4 把360分解质数.

解 把一个合数用质因数连乘的形式表示出来,叫做分解质因数.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 360} \\
 \underline{2 180} \\
 2 90 \\
 \underline{2 45} \\
 3 45 \\
 \underline{3 15} \\
 3 15 \\
 \underline{3 5} \\
 5
 \end{array}$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

分解质因数的方法是:先用一个能整除这个合数的质数(通常从最小的开始)去除,得到的商如果是质数,就把除数和商写成连乘的形式;得出的商如果是合数,就照上面的方法继续除下去,直到得出的商是质数为止,然后把各个除数和最后的商写成连乘的形式.

例5 怎样记住50以内的质数?

湖北省监利县实验小学王清奇老师把50以内的质数编成儿歌,同学们可以在跳橡皮筋时一边唱一边记:

“猴皮筋,我会跳,
五十内的质数我知道:
二、三、五、七、一十一,
十三、十九和十七,
二三、二九、三十一,
三七、四一、四三和四十七。”

例6 怎样确定一个数是不是质数?

解 一种是试除法.在没有质数表的情况下,可以用试除法进行判断.

例如要判断一个数是不是质数可以用2,3,7,11, ..., 等质数去除,因为一个合数总能表示为几个质数的乘积,用试除法判断一个自然数是否为质数时,当不完全商小于除数时,就不必再试除了,这就不必再试除,便可以断定该数为质数.

另一种方法是查表法.

根据世界数学史记载,约公元前274~公元前194年古希腊著名学者埃拉托斯经过多次反复实践编成质数表.其原理如下:

给一个正整数 N ,要求出一切不超过 N 的质数.为此,把不超过 N 的一切正整数从小到大,顺次排列

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ..., N .

首先划去 1, 所剩的各数中的第一个数是 2, 它是一个质数, 留下质数 2 不动, 从 2 向后每隔一个划去一个数, 即划去 2 的一切倍数 (只留下 2); 在 2 后面所剩各数中的第一个是 3, 它也是一个质数, 留下质数 3 不动, 从 3 后每隔两个划去一个数, 即划去 3 的一切倍数 (只留下 3); 在 3 后面所剩的各数中的第一个数是 5, 又得到一个质数. 如此继续, 直至最后把数 1 和不超过 N 的一切合数全都划掉, 剩下来的就是不超过 N 的一切质数.

这种方法是古希腊的埃拉托斯首先采用的, 其想法类似于用筛子去筛东西, 把不要的筛掉, 需要的留下, 所以叫做“埃拉托斯筛法”.

所谓查表法, 就是把要查的数是不是质数可以查一查质数表, 如果查表中质数表中有这个数就是质数; 如果没有这个数, 它就是合数.

例如, 判断 821 是不是质数, 可以查 1000 以内质数表.

请你查下列质数表, 位于第 18 横行, 第 6 纵列的数是 821, 因此, 821 是质数.

附: 1000 以内质数表.

1000 以内质数表

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131

137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

例7 求36和54的最大公约数.

解 $2 \begin{array}{|l} 36 \\ 54 \end{array} \dots\dots$ 用公约数2去除.

$3 \begin{array}{|l} 18 \\ 27 \end{array} \dots\dots$ 用公约数3去除.

$3 \begin{array}{|l} 6 \\ 9 \end{array} \dots\dots$ 用公约数3去除.

$2 \quad 3 \dots\dots$ 2与3互质, 除到此为止.

36和54的最大公约数是 $2 \times 3 \times 3 = 18$.

求几个数的最大公约数, 先用这几个数的公约数 (一般是公有的质因数) 连续去除, 一直除到所得的商

只有公约数 1 为止,然后把所有除数连乘起来.

例 8 求 18 和 30 的最小公倍数.

解 $2 \overline{) \begin{array}{cc} 18 & 30 \end{array}} \cdots \cdots$ 用公约数 2 除.

$3 \overline{) \begin{array}{cc} 9 & 15 \end{array}} \cdots \cdots$ 用公约数 3 除.

3 5 $\cdots \cdots$ 3 与 5 是互质数,除到此为止.

18 和 30 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$.

求两个数的最小公倍数,先用两个数的公约数连续去除,一直除到所得的商是互质数为止,然后把所有的除数和最后的两个商连乘起来.

例 9 把 30 与 42 分别写成质因数相乘的形式,再求出它们的最大公约数.

$$\text{解 } 30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

$$42 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$$

30 与 42 的最大公约数是 $2 \times 3 = 6$.

用分解质因数的方法求两个数最大公约数,先把两个数分别分解质因数,然后把两个数的全部公有质因数连乘得到这两个数的最大公约数.(同者取一)

例 10 把 30 与 42 分别写成质因数相乘的形式,再求出它们的最小公倍数.

$$\text{解 } 30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{5}$$

$$42 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{7}$$

30 与 42 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$.

用分解质因数的方法求两个数的最小公倍数,先把两个数分别分解质因数,然后把两个数全部公有的质因数(同者取一)和各自单独具有的质因数连乘起

来,就得到这两个数的最小公倍数。(同者取一,不同的全要。)

例 11 什么叫质数、质因数、互质数? 它们三者有什么区别和联系?

解 质数、质因数和互质数是三个既有联系又有区别的概念。

(1) 什么叫质数? 一个数只有 1 和它本身两个约数的, 这样的数叫做质数(也叫素数)。

(2) 什么叫质因数? 每个合数都可以写成几个质数相乘的形式, 其中每个质数都是这个合数的因数, 叫做这个合数的质因数。

(3) 什么叫互质数? 公约数只有 1 的两个数, 叫做互质数; 那么三个数只有公约数 1 时, 这三个数就是两两互质。

它们的联系和区别如下表:

项目 内容 类别	意 义	关 系	例
质 数	一个数只有 1 和它本身两个约数的, 这样的数叫做质数(也叫素数)	指这个数的本身而言	如 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...
质因数	任意一个合数都可以写成几个质数相乘的形式, 其中每个质数都是合数的因数, 叫做这个合数的质因数	指一个数对另一个数的关系	如 $12 = 2 \times 2 \times 3$ 2, 2, 3 是 12 的质因数
互质数	只有公约是 1 的两个(或三个数)都叫互质数	两个数或两个以上数(例如 3 个)的关系	如 7 与 8 互质 3, 5 与 7 互质

例 12 当较小的数是较大数的约数,或两个数是互质数,怎样求它们的最大公约数?

解 当较小的数是较大数的约数,那么较小的数就是这两个数的最大公约数.

例如,6 和 12 中 6 是 12 的约数,那么 6 和 12 的最大公约数就是 6.

如果两个数是互质数,它们的最大公约数就是 1.

例如,6 和 13 两个数互质,它们的最大公约数是 1.

例 13 当较大的数是较小数的倍数,或两个数是互质数,怎样求它们的最小公倍数?

解 当较大的数是较小数的倍数,那么较大的数就是这两个数的最小公倍数.

例如,在 12 和 24 中,24 是 12 的倍数,那么 12 和 24 的最小公倍数是 24.

如果两个数是互质数,它们的最小公倍数是这两个数的乘积.

例如,2 和 3 两个数互质,2 和 3 的最小公倍数是 $2 \times 3 = 6$.

例 14 用短除的方法求两个或两个以上数的最大公约数与最小公倍数有什么相同点,有什么不同点?

解 求两个数最大公约数与最小公倍数都用短除法,其方法相近易混淆.

求最大公约数与最小公倍数的方法具有相同点:

(1)除了两数互质或两数成倍数关系外都用短除式。

(2)每次都要用质数去除(有时也可以用合数但容易出错,最好都用质数去除)。

求最大公约数与最小公倍数的方法具有不同点,如下表:

两数关系	最大公约数	最小公倍数
互质数	是 1	是它们的乘积
倍 数	较小的数是它们的最大公约数	较大数是它们的最小公倍数
既不互质,又不成倍数关系	用短除法分解质因数,把所有的除数连乘	用短除法分解质因数,把所有的除数和最后的两个商连乘(或用把较大的数扩大倍数的方法可以求得)

· 例 15 有三根铁丝,一根长 15 米,一根长 18 米,一根长 27 米,要把它们截成同样长的小段,不许有剩余,每段最长有几米?

解 将三根铁丝截成同样长的小段,那么这个小段的长度一定是 15, 18 和 27 米的公约数.而截出的小段要求最长,所以应该取最大公约数,于是只要求出 15, 18, 27 三个数的最大公约数即为所求.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \quad 18 \quad 27} \\ \underline{5 \quad 6 \quad 9} \end{array}$$

答:每段长是 3 米.

例 16 人民公园是 1, 3 路汽车的起点站. 1 路汽车每 3 分钟发车一次, 3 路汽车每 5 分钟发车一次. 这两路汽车同时发车以后, 至少再过多少分钟又同时发车?

解 求一次同时发车后再次同时发车的时间一定是 1 路汽车发车时间的倍数; 再次发车时间也一定是 3 路汽车发车时间的倍数, 即是 1, 3 两路汽车发车时间的公倍数. 而要至少过多少分钟又同时发车, 则这个倍数应该是 1, 3 两路发车时间的最小公倍数. 所以这道题用求 3, 5 分钟的最小公倍数方法进行解答.

因为 3 与 5 互质, 所以 3 和 5 的最小公倍数是:
 $3 \times 5 = 15$ (分钟)

答: 这两路汽车同时发车后, 至少再过 15 分钟又同时发车.

例 17 请你用最小公倍数的方法解答下列应用题: “甲、乙、丙三人沿圆形水池步行, 甲 45 分钟绕一周; 乙 60 分钟绕一周; 丙 72 分钟绕一周. 现在甲、乙、丙三人在同地同时向同一方向绕行, 至少何时三人在原处再相会? 三人各绕几周?”

解 三人在原处相会的时间既是甲绕一周时间的倍数, 是乙绕一周时间的倍数, 也是丙绕一周时间的倍数. 即是甲、乙、丙绕一周时间的公倍数. 而在原处相会的最短(最近)时间必定是甲、乙、丙三人绕一周时所需时间的最小公倍数.

先求 45, 60 和 72 的最小公倍数.

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 45 \ 60 \ 72} \\
 3 \overline{) 15 \ 20 \ 24} \\
 2 \overline{) 5 \ 20 \ 8} \\
 2 \overline{) 5 \ 10 \ 4} \\
 5 \overline{) 5 \ 5 \ 2} \\
 1 \quad 1 \quad 2
 \end{array}$$

45, 60 和 72 的最小公倍数是

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360.$$

再求甲、乙、丙各绕周数：

(1) 甲绕几周？ $360 \div 45 = 8$ (周)

(2) 乙绕几周？ $360 \div 60 = 6$ (周)

(3) 丙绕几周？ $360 \div 72 = 5$ (周)

答：经 360 分钟后甲、乙、丙三人在原处再相会。相会时，甲绕 8 周，乙绕 6 周，丙绕 5 周。

例 18 三个连续自然数的积是 504，这三个数是多少？

解 连续自然数的特点是，后一个数比前一个数多 1。我们用分解质因数方法求这三个自然数：

把 504 分解质因数

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 504} \\
 2 \overline{) 252} \\
 2 \overline{) 126} \\
 7 \overline{) 63} \\
 3 \overline{) 9} \\
 3
 \end{array}$$

$$504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7.$$

我们把分解后的 6 个自然数重新组合。