高等学校教材

网络综合理论

上海铁道学院　邬克栋编

中国铁道出版社

高等学校教材

网络综合理论

上海铁道学院 邬克栋 编
北方交通大学 张世演 主审

中国铁道出版社
1988年·北京

内 容 简 介

本书是在试用教材的基础上进行改编的，为电信系通信专业“网络综合理论”课程的教材。全书共有八章，前四章是网络综合的基础知识和综合方法，第五章为近似理论，后三章分别是无源、有源和数字滤波器的实现。

在网络综合过程中的一些复杂部分，附有计算机的各种源程序供参考。

本书也可供自动化专业的师生作教材。

高等学校教材

网络综合理论

上海铁道学院　邬克栋　编

中国铁道出版社出版、发行

责任编辑　倪嘉寒　封面设计　刘景山

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 $\frac{1}{16}$　印张：16　字数：397 千

1 9 8 8 年11月　第1版　第1次印刷

印数：0001—2,300册　定价：2.70元

前　言

为了使网络理论课程的教学内容能够更加适应国内电信事业发展的需要，根据几年来教学工作的实践经验，重新对《网络综合理论》的试用教材稿进行了改写。全书包括有基础知识，基本网络的综合，滤波器的近似理论，无源、有源和数字滤波器的实现等共八章。教学时数定为70学时。教学计划时数不足70学时的相关课程，可按专业需要，对后面三章作适当的删除。

本书与试用教材稿的主要区别是：

1．增加一章数字滤波器的实现。讨论了Z变换和递归式数字滤波器的各种设计实现方法。

2．更新有源滤波器的实现一章的内容。补充了模拟电感和阻抗变换模拟等新的实现方法，还增加了一节电路的灵敏度分析。

3．充实了网络综合方面的各种实例。

4．删除了均衡器一章。

5．提供的各种计算机源程序，全部用FORTRAN语言编写，并都在I-100机上通过。对源程序中的个别语句（例如，READ语句中的设备号）进行修改，就可以在IBM-PC或APPLE-Ⅱ微机上使用。

本书是在试用教材稿的基础上改编的。试用教材的第一、二章由兰州铁道学院倪侠渔同志编写，第五章由上海铁道学院黄大卫同志编写，第七章由上海铁道学院孟依群同志编写。本版书请北方交通大学张世演同志主审。在全书的编写和审阅过程中，还得到了北方交通大学、兰州铁道学院和上海铁道学院网络教研组各位同仁的支持和帮助。谨在此向他们表示衷心的感谢。

由于编者水平不高，实践经验又很少，因而本书中一定有不少错误和缺点，希望广大读者批评指正。

编　者

一九八七年九月

目 录

第一章 基础知识

在网络理论中，存在着两个重要的分支：网络分析与网络综合，它们之间是既互相联系又互有区别。网络分析，是在已知激励和网络结构的情况下来确定网络的响应，如图1—1（a）所示；而网络综合，则是在已知激励和所要求的响应情况下，来寻求实现各种响应的网络结构，如图1—1（b）所示。

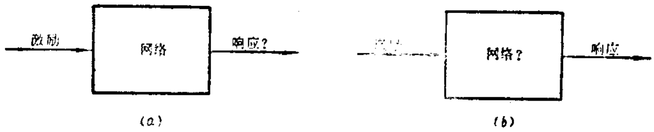

图1—1 网络分析与网络综合示意图

网络综合与网络分析的主要区别是：

1．网络分析问题总是存在着一个解答；而网络综合问题如果有解的话，就可能有几个解，或者甚至于无解。

2．线性网络的分析，有一些基本的分析方法，如节点电压法、网络电流法和状态变量法等；而网络综合则有各种各样不同的方法，而且还在不断地发展和更新。

图1—2 网络综合过程

网络综合理论，包括有“网络近似”和“网络实现”两大组成部分，示意图如图1—2所示。首先是根据所要求的频域响应（幅度、衰减或时延频域响应）求出数学上的近似函数表达式，然后，用各种不同的网络（无源、有源或数字网络）来实现这些近似函数式。

就网络综合的过程来说，应该是先近似、后实现。但是，最终的网络结构是否能够实现，往往受到网络函数和网络元件在物理上可实现性的限制。因此，从根本上来说，我们必须先研究一下各种基本网络的网络函数性质及其可实现的条件。其中将涉及到许多很重要的基本概念，如霍尔维茨多项式、正实函数等，因而有必要一开始就对这些在网络综合理论中常用的基础知识作一些比较详细的描述。

第一节 策动点函数

在连续的模拟信号系统中，网络综合是在复频率域 $s=\sigma+j\omega$ 中进行的，它的理论依据是拉普拉斯变换。

网络函数的定义是响应与其激励的拉普拉斯变换式之比。响应与激励两者可以是电压，也可以是电流。假设有一单端对网络如图1—3（a）所示，如果网络激励为一电流源 $I_1(s)$，则其响应为端对电压 $V_1(s)$，两者之比为该单端对网络的阻抗函数

$$Z(s)=\frac{V_1(s)}{I_1(s)} \tag{1—1}$$

又如图 1—3（b）所示，如果网络激励为一电压源 $V_1(s)$，则其响应为端对电流$I_1(s)$，两者之比为该单端对网络的导纳函数

$$Y(s)=\frac{I_1(s)}{V_1(s)} \tag{1—2}$$

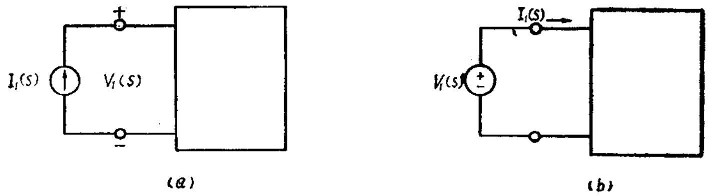

图 1—3　策动点函数

在（1—1）和（1—2）两式中，由于响应及其激励处在同一端对上，因而两者统称为策动点函数。

网络策动点函数的一般形式为

$$z(s)=\frac{a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s_ta_0}{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0} \tag{1—3}$$

式中的系数取决于网络的结构及其元件值。对于集总、线性、时不变的无源网络来说，系数都为实数，也就是说，其策动点函数为一个具有实系数的有理函数。

（1—3）式的零极点表示形式为

$$z(s)=H\frac{\prod_{i=1}^{n}(s-s_i)}{\prod_{j=1}^{m}(s-s_j)} \tag{1—4}$$

其中s_i是$Z(s)=0$的根值，也即$Z(s)$中分子多项式等于零的根值，称为阻抗零点复频率，简称阻抗零点。s_j是$Z(s)=\infty$的根值，也即$Z(s)$中分母多项式等于零的根值，称为阻抗极点复频率，简称阻抗极点。

【例 1—1】试写图 1—4（a）所示单端对网络的策动点函数及其零极点。

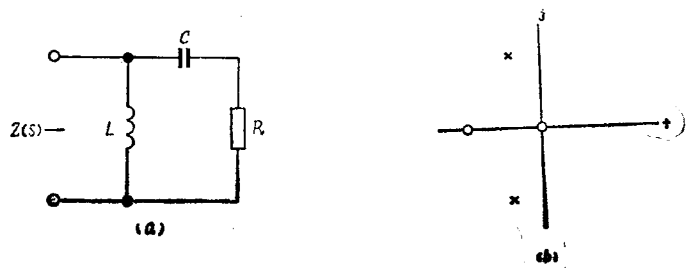

图 1—4　求策动点函数

【解】图 1—4 单端对网络的策动点阻抗函数等于

$$Z(s)=\frac{sL\cdot\left(\frac{1}{sC}+R\right)}{sL+\left(\frac{1}{sC}+R\right)}=\frac{s^2LCR+sL}{s^2LC+sRC+1}=\frac{s(s-s_1)}{(s-s_2)(s-s_3)}$$

$Z(s)$ 有两个零点：一个在 $s=0$ 处，另一个为 $s_1=-\frac{1}{RC}$。$Z(s)$ 的两个极点分别为

$$s_{2,3}=-\frac{R}{2L}\pm j\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$

s 复平面上的阻抗零极点示意图，如图 1—4（b）所示。

我们知道，网络的自由响应是受网络函数的极点支配的，即

$$v(t)=\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{k_m}{(s-s_j)^m}\right]=\frac{k_m t^{m-1}e^{s_j t}}{(m-1)!} \tag{1—5}$$

根据稳定性理论，网络的阻抗函数在 s 复平面的右半平面内不能存在极点；而且在 $j\omega$ 轴上的任何极点必须是单阶的，即 $m=1$。否则，自由响应将是无界的，即网络将是不稳定的。

相类似的，网络的导纳函数也具有上述的性质。由于导纳函数为阻抗函数的倒数，因而可以得到一个重要结论：集总、线性、时不变的无源网络策动点函数在 s 复平面上的右半平面内既不可能有极点，也不可能有零点。此外，在 $j\omega$ 轴上的零、极点必须是单阶的。还有一个性质，由于无源网络策动点函数是一个 s 的实系数有理函数，因而其零极点必然是共轭成对的。无源网络策动点函数的零极点位置分布示意图，如图 1—5 所示。

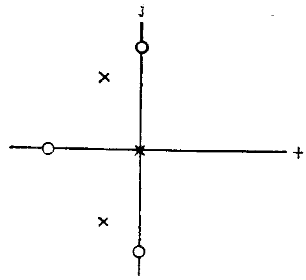

图 1—5 无源网络策动点函数的零极点分布

第二节 霍尔维茨多项式

所有零点都位于 s 复平面的左半平面内的实系数多项式，称为霍尔维茨(Hurwitz)多项式；有时，将除了上述条件外，还在虚轴上具有单阶零点的多项式，也称为霍尔维茨多项式。当有区分的必要时，前者被称为严格的霍尔维茨多项式；后者则称为广义的霍尔维茨多项式。

由于单端对网络的策动点阻抗函数 $Z(s)$ 和策动点导纳函数 $Y(s)$ 的零极点，只能位于 s 复平面的左半平面内或虚轴上；而且在虚轴上的零极点都是单阶的，因此，$Z(s)$ 和 $Y(s)$ 中的分子和分母多项式都必是一个霍尔维茨多项式。

判别一个给定的多项式是否为霍尔维茨多项式，最直接的方法是求出多项式的根值，如果各个复根的实部都为负或者等于零，则该多项式必是一霍尔维茨多项式。否则，就不是霍尔维茨多项式。

例如，有一个多项式：

$$\begin{aligned}F(s)&=s^3+3s^2+5s+3\\&=(s+1)(s+1+j\sqrt{2})(s+1-j\sqrt{2})\end{aligned}$$

因为它所有的根都具有负的实部，因此，$F(s)$ 是一个霍尔维茨多项式。

当多项式的阶数很高时，要求它的根值将是很困难的。在这里，介绍一种用电子计算机辅助计算的方法。假设高阶复系数代数方程的一般表示式为

$$f(x)=a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1 x+a_0 \tag{1—6}$$

上式中的系数a_n, $a_{n-1}\cdots a_1$, a_0都为复数。

图 1—6 为一个求解高阶复系数代数方程式根值的源程序。源程序用FORTRAN语言写成。在程序中使用的输入、输出数据符号，简单地说明如下：

N——整型变量。存放高阶方程式的阶数。

A (100) ——实型一维数组。依次存放$n+1$个复系数a的实部和虚部，存放顺序是从高阶系数到低阶系数，先实部、后虚部地交替进行。

X (100) ——实型一维数组。存放方程式n个根x的实部和虚部。

```
C
C
C
C
C            ROOT(1)
C
             DIMENSION A(100), X(100)
             CALL ASSIGN(1, 'ROOT1.DAT')
             CALL ASSIGN(3, 'ROOT2.DAT')
             READ(1,1)N
             N1=2*N+2
             READ(1,2)(A(I),I=1,N1)
             CALL  ROOT(A,X,N1)
             WRITE(3,3)N
             WRITE(5,3)N
             WRITE(3,4)
             WRITE(5,4)
             WRITE(3,5)(A(I),I=1,N1)
             WRITE(5, 5)(A(I), I=1, N1)
             WRITE(3, 6)
             WRITE(5, 6)
             WRITE(3, 5)(X(I), I=3, N1)
             WRITE(5, 5)(X(I), I=3, N1)
             WRITE(3, 7)
             WRITE(5, 7)
1            FORMAT(I4)
2            FORMAT(4E20.7)
3            FORMAT(32X, '***********', /, 34X, 'N=',I4)
4            FORMAT(//, 25×, 'REA', 25X, 'IMA')
5            FORMAT(2E30, 6)
6            FORMAT(//, 25X, 'REX', 25X, 'IMX')
7            FORMAT(//, 32X, '---END---', /, 32X, '***********', //, )
             STOP
             END
C
C            SUBROUTINE ROOT
C
             SUBROUTINE ROOT(A, B, N)
             DIMENSION A(100), B(100)
             M=N/2-1
             SUGY=0.
             SS=0.
             SUGX=1.
             GP=SQRT(A(1)**2+A(2)**2)
             DO 10 I=1, N
10           B(I)=A(I)/GP
             GPG=1.
100          GP=SQRT(B(2*M+1)**2+B(2*M+2)**2)
             IF (1.E-12.LT.GP)GOTO 102
```

```
        X = 0.
        Y = 0.
        GOTO 120
102     GQ = GP**(1./M)
        GP = GQ
        GPG = GPG*GP
        DO 20 I = 1, M
        B(2*I+1) = B(2*I+1)/GQ
        B(2*I+2) = B(2*I+2)/GQ
20      GQ = GP*GQ
        X = .0001
        X1 = X
        Y = .2
        Y1 = .2
        DX = 1.
        S = 1.E35
50      U = B(1)
        V = B(2)
        DO 30 I = 1, M
        W1 = U*X1 - V*1 + B(2*I+1)
        V = U*Y1 + V*X1 + B(2*I+2)
30      U = W1
        S1 = U**2 + V**2
        IF(S1.GE.S)GOTO 220
        S = S1
        X = X1
        Y = Y1
        SS = 0.
        IF(S.LE.1.E-22)GOTO 80
        U1 = M*B(2)
        V1 = M*B(1)
        DO 40 I = 2, M
        W1 = U1*X - V1*Y + B(2*I-1)*(M-I+1)
        V1 = U1*Y + V1*X + B(2*I)*(M-I+1)
40      U1 = W1
        W2 = U1**2 + V1**2
        IF(W2.LE.1.E-20)GOTO 210
        DX = (U*U1 + V*V1)/W2
        DY = (U1*V - V1*U)/W2
        T = 4./M + 1.
130     T = T/1.67
        X1 = X - T*DX
        Y1 = Y - T*DY
        IF(M.LT.30)GOTO 132
        IF(SQRT(X1**2 + Y1**2).GE.EXP(75./M))GOTO 130
132     IF(1, E-3.LE.T)GOTO 50
        IF(S.LE.1.E-18)GOTO 80
210     SS = 1.
        DD = SQRT(DX**2 + DY**2)
        IF(DD.GT.1.)DD = 1.
        DC = 6.28/(M + 4.5)
230     C = 0.
220     IF(SS.NE.1.)GOTO 130
200     C = C + DC
        DX = COS(C)*DD
        DY = SIN(C)*DD
        X1 = X + DX
        Y1 = Y + DY
        IF(C.LE.6.29)GOTO 50
```

```
          DD=DD/1.67
          IF(DD.LE.1.E-8)GOTO 80
          GOTO 230
80        DO 90 I =1, M
          B(2*I+1)=B(2*I+1)+B(2*I-1)*X-B(2*I)*Y
90        B(2*I+2)=B(2*I+2)+B(2*I-1)*Y+B(2*I)*X
120       B(2*M+1)=X*GPG
          B(2*M+2)=Y*GPG
          W1=SUGX*B(2*M+1)-SUGY*B(2*M+2)
          SUGY=SUGX*B(2*M+2)+SUGY*B(2*M+1)
          SUGX=W1
          M=M-1
          IF(M-1)110, 104, 100
104       W1=B(1)**2+B(2)**2
          X=-(B(1)*B(3)+B(2)*B(4))/W1
          Y=(B(3)*B(2)-B(1)*B(4))/W1
          GOTO 120
110       B(1)=SUGX*A(1)-SUGY*A(2)
          B(2)=SUGY*A(1)+SUGY*A(2)
          DO300 I=1, N
          IF(ABS(B(I)).LE.1.E-6)B(I)=0。
300       CONTINUE
          RETURN
          END
```

图 1—6 求高阶方程式根值的源程序

【例 1—2】试判别下列各个多项式是否为霍尔维茨多项式

1. $F(s)=s^4+s^3+5s^2+3s+4$
2. $F(s)=s^4+s^3+2s^2+3s+2$
3. $F(s)=s^7+3s^5+2s^3+s$
4. $F(s)=s^5+4s^4+8s^3+10s^2+7s+6$
5. $F(s)=s^5+s^4+5s^3+5s^2+9s+9$

【解】运用图 1—6 中的计算程序，可按次序分别求出各个多项式的根值，最后由计算机打印出来的结果如下所示。其中REA、IMA分别表示多项式中各个复系数的实部和虚部；REX、IMX分别表示多项式各个复根值的实部和虚部。左上角为输入数据。

(1)

```
4
0.1E1, 0, 0.1E1, 0
0.5E1, 0, 0.3E1, 0
0.4E1, 0
```

```
                    **********
                      N = 4
        REA                              IMA
    0.100000E+01                     0.000000E+00
    0.100000E+01                     0.000000E+00
    0.500000E+01                     0.000000E+00
    0.300000E+01                     0.000000E+00
    0.400000E+01                     0.000000E+00
        REX                              IMX
   -0.137102E+00                    -0.192594E+01
   -0.137102E+00                     0.192594E+01
   -0.362898E+00                    -0.970184E+00
   -0.362898E+00                     0.970184E+00
                     ---END---
                    **********
```

(2)

4
0.1E1, 0, 0.1E1, 0
0.2E1, 0, 0.3E1. 0
0.2E1, 0

****
N = 4

REA	IMA
0.100000E+01	0.000000E+00
0.100000E+01	0.000000E+00
0.200000E+01	0.000000E+00
0.300000E+01	0.000000E+00
0.200000E+01	0.000000E+00
REX	IMX
0.329604E+00	-0.143702E+01
0.329604E+00	0.143702E+01
-0.829601E+00	0.481526E+00
-0.829601E+00	-0.481526E+00

---END---
****

(3)

7
0.1E1, 0, 0, 0
0.3E1, 0, 0, 0
0.2E1, 0, 0, 0
0.1E1, 0

****
N = 7

REA	IMA
0.100000E+01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00
0.300000E+01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00
0.200000E+01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00
0.100000E+01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00
REX	IMX
0.000000E+00	-0.152470E+01
0.398889E+00	-0.704807E+00
0.398889E+00	0.704807E+00
-0.398889E+00	0.704807E+00
-0.398889E+00	-0.704807E+00
0.000000E+00	0.152470E+01
0.000000E+00	0.000000E+00

---END---
****

(4)

5
0.1E1, 0, 0.4E1, 0
0.8E1, 0, 0.1E2, 0
0.7E1, 0, 0.6E1, 0

****
N = 5

REA	IMA
0.100000E+01	0.000000E+00
0.400000E+01	0.000000E+00
0.800000E+01	0.000000E+00

```
 0.100000E+02            0.000000E+00
 0.700000E+01            0.000000E+00
 0.600000E+01            0.000000E+00
     REX                     IMX
-0.200000E+01            0.000000E+00
 0.000000E+00           -0.100000E+01
-0.100000E+01            0.141421E+01
-0.100000E+01           -0.141421E+01
 0.000000E+00            0.100000E+01
                ---END---
              ***********
                  (5)
```

```
5
0.1E1, 0, 0.1E1, 0
0.5E1, 0, 0.5E1, 0
0.9E1, 0, 0.9E1, 0
```

```
              ***********
               N=    5
     REA                     IMA
 0.100000E+01            0.000000E+00
 0.100000E+01            0.000000E+00
 0.500000E+01            0.000000E+00
 0.500000E+01            0.000000E+00
 0.900000E+01            0.000000E+00
 0.900000E+01            0.000000E+00
     REX                     IMX
-0.500000E+00           -0.165831E+01
 0.500000E+00            0.165831E+01
 0.500000E+00           -0.165831E+01
-0.500000E+00            0.165831E+01
-0.100000E+01            0.000000E+00
                ---END---
              ***********
```

通过检验，发现在第 2 、3 和 5 个多项式中的复根中，有的根具有正的实部，即这些零点都位于s复平面的右半平面内，因此可以断定第 2 、3 和 5 个多项式都不是霍尔维茨多项式；而第 1 个多项式才是严格的霍尔维茨多项式；第 4 个多项式是广义的霍尔维茨多项式。

判别一个给定的多项式是否为霍尔维茨多项式的第二种方法，是利用霍尔维茨多项式的某些特性。假设霍尔维茨多项式的一般形式为

$$H(s)=a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0 \qquad (1-7)$$

它将具有下列几个性质：

1． 霍尔维茨多项式的所有系数a_i都是正实数

根据霍尔维茨多项式的定义，它的根共有以下三种形式。

$s_i=-\gamma_i$； γ_i为正实数。

$s_i=\pm j\omega_i$； ω_i为正实数。

$s_i=-\alpha_i\pm j\beta_i$； α_i和β_i都为正实数。

含有这些根的多项式可写成

$$H(s)=\prod_{i=1}^{5}(s-s_i)=(s+\gamma_i)(s^2+\omega_i^2)[(s+\alpha_i)^2+\beta_i^2] \qquad (1-8)$$

上式足以说明$H(s)$的所有系数a_i都为正实数（除非它的系数都是负实数）。

另外有一个推论：在（1—7）式中s的最高幂次项和最低幂次项之间，系数不能有缺项，即a_{n-1}，a_{n-2}，$\cdots a_2$，a_1各系数都不能为零。如果有缺项，就意味着该多项式中必定有一

个正实部的根，即包含有 $(s-\gamma_i)$ 的因式，这时该多项式必不是霍尔维茨多项式。

2. 当一个多项式只有奇次或只有偶次项、而且它们所有根都共轭地出现在复平面的虚轴上时，该多项式也必为一个霍尔维茨多项式。例如，$F(s)=s^5+3s^3+2s$的根为 0；$\pm j1$；$\pm j2$，因此，$F(s)$是一个霍尔维茨多项式。但是，全部是奇次项或者全部是偶次项的多项式，并不一定都是霍尔维茨多项式。例如，由于偶次多项式$F(s)=s^4+6s^2+25$的根为 $-1\pm j2$；$1\pm j2$，因此，它就不是一个霍尔维茨多项式。

3. 将霍尔维茨多项式$H(s)$分解成偶部和奇部两部分，即

$$H(s)=m(s)+n(s) \tag{1—9}$$

式中 $m(s)$——偶部，全部由s的偶次项组成；

$n(s)$——奇部，全部由s的奇次项组成。

则奇部与偶部的比值$\psi(s)=\dfrac{m(s)}{n(s)}$或反过来$\psi(s)=\dfrac{n(s)}{m(s)}$按连分式展开后，所有商都是正的。即它们的连分数展开式为

$$\psi(s)=q_1s+\cfrac{1}{q_2s+\cfrac{1}{q_3s+\cfrac{1}{\cdots+\cfrac{1}{q_ns}}}} \tag{1—10}$$

式中的商q_1、q_2、$q_3\cdots q_n$都是正数。

（1—10）式多项式的连分式展开，可以采用辗转相除法。也就是说，如果一个多项式的奇部与偶部的比值能够辗转除尽，而且所得的商都是正的，则这个多项式就一定是霍尔维茨多项式。否则，就不是霍尔维茨多项式。

另外有一种情况，如果一个多项式$F(s)$的奇部与偶部具有公共因式，则辗转相除的过程就会突然停止。这时，这个多项式$F(s)$就等于一个霍尔维茨多项式$H(s)$与另一个偶次倍增因式$W(s)$相乘，即

$$F(s)=H(s)\cdot W(s) \tag{1—11}$$

如果倍增因式$W(s)$也是霍尔维茨多项式，则$F(s)$一定是霍尔维茨多项式。否则，$F(s)$就不是霍尔维茨多项式。

【例 1—3】试判别$F(s)=s^4+s^3+5s^2+3s+4$是否为霍尔维茨多项式。

【解】 $F(s)$的偶部和奇部分别为

$$m(s)=s^4+5s^2+4$$

$$n(s)=s^3+3s$$

用辗转相除法可将$\psi(s)=\dfrac{m(s)}{n(s)}$展开成：

$$
\begin{array}{l}
s^3+3s\,\big)\,s^4+5s^2+4\,(s \\
\qquad\quad\; s^4+3s^2 \\
\hline
\qquad\quad 2s^2+4\,\big)\,s^3+3s\,(\frac{1}{2}s \\
\qquad\qquad\qquad\quad s^3+2s \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad s\,\big)\,2s^2+4\,(2s \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 2s^2 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 4\,\big)\,s\,(\frac{s}{4} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\; s \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\; 0
\end{array}
$$

写成连分式后为

$$\psi(s)=\frac{m(s)}{n(s)}=s+\cfrac{1}{\cfrac{s}{2}+\cfrac{1}{2s+\cfrac{1}{\cfrac{s}{4}}}}$$

式中所有商都是正数，因而可知$F(s)$是一个霍尔维茨多项式。

【例 1 — 4】试判别$F(s)=s^4+s^3+2s^2+3s+2$是否为霍尔维茨多项式

【解】同上例对偶部和奇部辗转相除，其结果为

$$
\begin{array}{l}
s^3+3s\,)\overline{s^4+2s^2+2}\,(\,s \\
\qquad\qquad \underline{s^4+3s^2} \\
\qquad\qquad\quad -s^2+2\,)\,s^3+3s\,(\,-s \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \underline{s^3-2s} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 5s\,)\,-s^2+2\,\left(-\frac{1}{5}s\right. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{-s^2} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 2\,)\,5s\,\left(\frac{5}{2}s\right. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{5s} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ 0
\end{array}
$$

因为出现负的商，因此$F(s)$不是霍尔维茨多项式。

【例 1 — 5】试对$F(s)=s^7+3s^5+2s^3+s$进行判别。

【解】对于这种只有奇部或者只有偶部的多项式，可以先对多项式取导数项，然后再用辗转相除法进行判别。

因为

$$F(s)=s^7+3s^5+2s^3+s$$

取导数后，可得：

$$F'(s)=7s^6+15s^4+6s^2+1$$

由于两者比值按辗转相除展开时出现负的商，因而可知$F(s)$不是霍尔维茨多项式。

【例 1 — 6】试判别$F(s)=s^5+4s^4+8s^3+10s^2+7s+6$是否为霍尔维茨多项式。

【解】同上例，用辗转相除法展开：

$$
\begin{array}{l}
4s^4+10s^2+6\,)\overline{s^5+8s^3+7s}\,\left(\frac{s}{4}\right. \\
\qquad\qquad\qquad \underline{s^5+\frac{5}{2}s^3+\frac{3}{2}s} \\
\qquad\qquad\qquad \frac{11}{2}s^3+\frac{11}{2}s\,)\,4s^4+10s^2+6\,\left(\frac{8}{11}s\right. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{4s^4+4s^2} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 6s^2+6\,)\,\frac{11}{2}s^3+\frac{11}{2}s\,\left(\frac{11}{12}s\right. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{\frac{11}{2}s^3+\frac{11}{2}s} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

过程突然停止，可见$F(s)$的奇部与偶部具有公共因式：

$$\psi(s)=\frac{(s^3+7s)(s^2+1)}{(4s^2+6)(s^2+1)}$$

这时多项式可写成

$$F(s)=(s^3+4s^2+7s+6)(s^2+1)$$

由于倍增因式$W(s)=s^2+1$是霍尔维茨多项式，因而说明$F(s)$也是一个霍尔维茨多项式。

【例1—7】试判别$F(s)=s^5+s^4+5s^3+5s^2+9s+9$是否为霍尔维茨多项式。

【解】用辗转相除法展开：

$$\begin{array}{r|l} s^4+5s^2+9\,) & s^5+5s^3+9s\,(\,s \\ & \underline{s^5+5s^3+9s} \\ & \quad 0 \end{array}$$

过程突然停止，可见$F(s)$的奇部与偶部具有公共因式：

$$\psi(s)=\frac{s^5+5s^3+9s}{s^4+5s^2+9}=\frac{s(s^4+5s^2+9)}{s^4+5s^2+9}$$

这时多项式可写成

$$F(s)=(s+1)(s^4+5s^2+9)$$

由于倍增因式$W(s)=s^4+5s^2+9=(s^2+s+3)(s^2-s+3)$不是霍尔维茨多项式，因而说明$F(s)$也不是霍尔维茨多项式。

上面五个例子用第二种方法判别的结果与〔例1—2〕是一致的。

第三节　正实函数

在网络综合理论中，判别一个给定的函数是否正实，是一个很重要的问题，它涉及到给定的函数是否能够综合出一个物理上可实现的网络结构（含正的R、L和c值）来。具体地说，能实现无源单端对网络的阻抗或导纳函数必须是一个正实函数。

一、正实函数的定义

如果一个函数$p(s)$，满足下列条件：

1．当s是实数时，$p(s)$也是实数。即$p(\sigma)$是实数。

2．当s的实部大于或等于零时，$p(s)$的实部也大于或等于零。即当$\mathrm{Re}[s]=\sigma\geqslant 0$时，$\mathrm{Re}[p(s)]\geqslant 0$。

则该函数$p(s)$就称为正实函数。

图1—7（a）、（b）分别表示为s和$p(s)$的复平面。正实函数的条件意味着s平面的右半平面映射到$p(s)$平面的右半平面；而s平面的实轴映射到$p(s)$平面的实轴。

二、无源单端对网络的策动点阻抗（或导纳）函数是一正实函数

我们先从最简单的单元件单端对网络出发，来说明一下无源网络策动点阻抗函数的正实性。

1．$Z(s)=R$

是一个电阻网络。$Z(s)$当然是一正实函数。