

JICHU SHULUN YU
GEDEBAHE CAIXIANG

基础数论与 哥德巴赫猜想

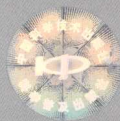


在探索、研究和论证的过程中，本人发现哥德巴赫猜想无时不与基础数论有关。正是这一闪烁的荧光，点燃了我通向哥德巴赫猜想这难以征服的遥远路途的指路明灯。

经过20多年的反复推敲和论证，之所以敢于把结果奉献给广大的数学爱好者，其目的即使它不在于是一种成功的尝试，也算是一段走过的路程的坦陈。

由于自己知识浮浅，数论水平不高，可能在论述和论证的过程中，会出现不妥之处，希望读者给予批评和指正。

武焕章◎著



中国科学技术出版社

基础数论与哥德巴赫猜想

武焕章 著



中国科学技术出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

基础数论与哥德巴赫猜想/武焕章著. —北京:中国科学技术出版社,2007.8

ISBN 978-7-5046-4771-9

I. 基… II. 武… III. ①数论 ②哥德巴赫猜想 IV. O156

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第123150号

自2006年4月起本社图书封面均贴有防伪标志,未贴防伪标志的为盗版图书。

中国科学技术出版社出版

北京市海淀区中关村南大街16号 邮政编码:100081

电话:010-62103210 传真:010-62183872

<http://www.kjpbooks.com.cn>

科学普及出版社发行部发行

北京玥实印刷有限公司印刷

*

开本:850毫米×1168毫米 1/32 印张:5 字数:125千字

2007年8月第1版 2007年8月第1次印刷

ISBN 978-7-5046-4771-9/O·133

印数:1—2000册 定价:25.00元

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、
脱页者,本社发行部负责调换)

序 言

在探索、研究和论证的过程中,本人发现哥德巴赫猜想无时不与基础数论有关。正是这一闪烁的荧光,点燃了我通向哥德巴赫猜想这难以征服的遥远路途的指路明灯。

经过 20 多年的反复推敲和论证,之所以敢于把结果奉献给广大的数学爱好者,其目的即使它不在于是一种成功的尝试,也算是一段走过的路程的坦陈。

由于自己知识浮浅,数论水平不高,可能在论述和论证的过程中,会出现不妥之处,希望读者给予批评和指正。

武焕章
2006 年 10 月

目 录

1	写在前面	(1)
2	哥德巴赫猜想	(2)
3	哥德巴赫猜想论证简介	(3)
4	新论点新方法	(4)
5	段式模式公式的形成	(5)
6	段式模式公式的用途	(7)
7	段式模式公式的特点	(8)
8	难以论证的哥德巴赫猜想	(9)
9	基础数论与哥德巴赫猜想	(10)
10	奇数、偶数、素数之间的关系	(11)
11	数位、奇数位、偶数位、素数位的关系	(13)
12	素数的产生	(14)
13	双生素数的产生	(19)
14	素数、双生素数在段式模式公式符号里经常 出现的位置范围排列序号	(21)
15	组成大于4 每个偶数时的奇数对数	(23)
16	组成每一个偶数时的对数	(25)
17	数与数列	(30)
18	怎样找素数与素数的个数	(33)
19	简便确定素数的方法	(42)
20	凡大于4 的偶数都是构成这个偶数时的每两个 素位相对的奇素数之和	(50)

- 21 凡大于 4 的偶数都有构成这个偶数时的每两个
素位相对的素数 (52)
- 22 哥德巴赫猜想定义新简述 (69)
- 23 自然数平方与平方值排列表说明 (73)
- 24 自然数排列与符号公式对应排列及素数与
素数产生位置对应排列对照表说明 (79)
- 25 自然数奇数排列与段式模式公式符号排列表 (122)

1 写在前面

在我夫人诞辰六十周年之际,我能把《基础数论与哥德巴赫猜想》一书与广大的数学爱好者见面,是我的奉献,也是对她最好的缅怀和纪念。

没有她的通力合作、支持和鼓励,就无法去探索哥德巴赫猜想,更不可能立著出书。

在探索哥德巴赫猜想的日子,也是我们共同生活的时刻。每当我思索哥德巴赫猜想时,她总是陪伴在我的身边,无论是白天还是夜晚。以往的情景总是伴随着哥德巴赫猜想探索的进取而在我的脑海里回旋。

哥德巴赫猜想探索的经历永远记在了我的脑海里,而她的笑容且永远留在了我的心间。

哥德巴赫猜想的突破使我心醉,而她的离去且让我心碎。

是她给了我力量,让我在探索哥德巴赫猜想的长河中勇往直前的航行。

她无时无刻地激励着我,是我心中一盏永远闪烁的明灯。使我在黑暗中看到光明,使我在迷茫中唤醒我的心灵。

我的成功,也是她的成功。是我们共同撒下的种子,是我们共同劳动成果的结晶。

《基础数论与哥德巴赫猜想》一书的出版,象征着一段永不消失美好生活记忆的历程。

2 哥德巴赫猜想

1742 年,德国数学家哥德巴赫在给他同行欧拉的一封信中提出了:每个不小于 6 的偶数都是两个素数之和的设想。

命题为:

$$1 + 1 = 2$$

即:

一个素数加上一个素数等于一个偶数。

后来概括为:

凡大于 4 的偶数都是二个奇素数之和。

这就是著名的哥德巴赫猜想。

3 哥德巴赫猜想论证简介

从 1742 年哥德巴赫猜想问世以来,世界各国的数学家和数学爱好者经过不断的探索和研究论证,用筛选法论证哥德巴赫猜想,从命题“ $9 + 9 = 2$ ”到目前最好的论证结果是陈景润的:“每一充分大的偶数都是一个素数及一个不超过二个素数的乘积之和”。这就是著名的“陈式定理”。

命题为:

$$1 + 2 = 2。$$

4 新论点新方法

新论点：

凡大于 4 的偶数都是构成这个偶数时的每两个素位相对的素数之和。

新方法：

用段式模式公式论证哥德巴赫猜想。

并得：

$$1 + 1 = 2。$$

5 段式模式公式的形成

因为3这个数在奇数数列里(除1以外)每个数位相隔数位最少。所以在以9为起点依次往大于9的奇数排列至无穷大,每相隔到第四位数时便是3的数位。把它列成奇数数列并标上特定的符号时,会出现下列排列形式:

1	3	5	7											
9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37
x	0	0	x	0	0	x	0	0 _s	x	0	0	x	0 _s	0
39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67
x	0	0	x	0	0	x	0	0 _s	x	0	0	x	0 _s	0
69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97
x	0	0	x	0	0	x	0	0 _s	x	0	0	x	0 _s	0
99	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125	127
x	0	0	x	0	0	x	0	0 _s	x	0	0	x	0 _s	0

除 1 3 5 7 单列外,以上每个数字底下标出的数列符号为:

×表示3的数位,所有标×符号的数位都是3的倍数,所以×这个符号在段式模式公式中,表示的数字是奇数而不是素数。

在数字底下标有 0 符号的表示此数字是奇数或是素数出现的数位。也就是除了数字 1, 数字 3 和数字 5 以外的数字数位。是素数经常出现的素数位置。

在数字底下标有 0, 符号的为 5 的数位。也就是说, 凡是个位

以上数字尾数是5的数字永远不是素数而是奇数,因为这些数都是5的倍数。

如果把符号单独排列,会形成以下符号数列:

1 3 5 7

$\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0
 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0
 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0
 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0

从以上符号排列看出,以9为起点到37,以39为起点到67,以69为起点到97,以99为起点到127,都是按一定的符号进行有序的排列,并形成以下符号排列出现:

$\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0

如果以9为起点,每相隔30个数(奇数15个)也是同样的符号表示:

$\times$ 0 0 $\times$ 0 0 $\times$ 0 0_5 $\times$ 0 0 $\times$ 0_5 0 $\times$

即:

从9至39,从39至69,从69至99,从99至129,……依此类推至无穷大。

我们把以上这样相同的符号单列为一段。称它为:

段式模式公式。

6 段式模式公式的用途

通过段式模式公式,我们知道公式里的所有 $\times$ 符号表示的数位数字都不是素数,更不是素数产生的位置。而 0_5 符号又是 5 的倍数,也不是素数产生的位置。只有 0 符号数位产生素数的机会大,机会多,这就给我们提供了寻找素数的范围和优越性。也就是缩小了确定寻找素数的次数,明确了寻找素数有可能会出现的数字位置。表明了构成凡大于 4 的偶数都有构成这个偶数时的每两个素位相对的素数,所以采用段式公式方法解决了凡大于 4 的偶数都是构成这个偶数时的每两个素位相对的素数之和,解决了要想使哥德巴赫猜想成立,必须是严格的数学论证则要求其解释对所有的偶数都有效这一难题。

7 段式模式公式的特点

用段式模式公式确定凡大于4的偶数都是构成这个偶数时的每两个素位相对的素数之和的特点是：

1. 范围小。只要找出构成这个偶数时的两个素位相对的素数就行。

2. 符合“凡大于4的偶数都是两个奇素数之和”题意。也就是通过段式模式公式可以确定任意一个大于4的偶数都是两个奇素数之和。

3. 论据充足，有定义，有定理，有段式模式公式，符合论证哥德巴赫猜想要求。

4. 论证准确，简单，明了。指明了凡大于4的偶数都必须是构成这个偶数时的两个素位相对的素数，否则，是不成立的。

5. 逻辑性强。有因果关系，有论证步骤和结论。简证为：

求：为什么“凡大于4的偶数都是构成这个偶数时的每两个素位相对的素数之和”？

证：因为“凡大于4的偶数都有构成这个偶数时的每两个素位相对的素数”。

结论：所以“凡大于4的偶数都是构成这个偶数时的每两个素位相对的素数之和”。

任何两个奇素数之和都可以构成一个偶数，而凡大于4的偶数都必须具备构成这个偶数时的每两个素位相对的素数才行。这就是具备哥德巴赫猜想成立的主要原因。

6. 段式模式公式在无穷大数列里只有一种段式模式，并有一定数字和一定符号公式按一定规律出现。数列数字多大它多大并依次按先后顺序排列。这就给证明哥德巴赫猜想带来了论证依据，并能论证到无穷大数。

8 难以论证的哥德巴赫猜想

“凡大于4的偶数都是两个奇素数之和”，这就是著名的哥德巴赫猜想。

命题为： $1 + 1 = 2$

200多年来，哥德巴赫猜想之所以倾倒了无数数学家和数学爱好者，最大的魔力不在于谁先摘取这个数学皇冠，而是在探索和破解哥德巴赫猜想的过程中，所涉及数论理论中一连串的连锁反映。如：数位、素位、奇数、偶数、素数的产生，双生素数的产生，素数在自然数中常会出现的位置等等。这就不难看出，哥德巴赫猜想的破解，实际就是数论理论的充实和发展。

哥德巴赫猜想之所以难论证，难点之一是自然数只有最小数1，而没有最大数。也就是说，自然数是无穷无尽的。难点之二是论证工具是有限的，自然数越大，数字排列的长度越长，至无穷大。难点之三是人的寿命是有限的，难以证明到无穷大。这就给论证带来了困难。也就是说，如果按一般的方式方法去论证和验证是无法解决的。于是人们就采取了“筛选法”去加以推理和论证。到目前为止，最好的结论是：“大偶数表为一个素数与不超过两个素数乘积之和”，这就是著名的“陈式定理”，称之为 $1 + 2 = 2$ 。

是不是哥德巴赫猜想就无法证明呢？不是。要想解开哥德巴赫猜想之谜，必须研究基础数论。也就是说，充实和完善基础数论之日，就是破解哥德巴赫猜想之时。

9 基础数论与哥德巴赫猜想

在探索和论证时,发现哥德巴赫猜想无时不与基础数论有关。因为数论是一门研究数性质的学科,而哥德巴赫猜想所涉及的内容又是数论中的一部分,因此有着密切的联系。

在自然数中:

我们把能被 2 整除的正整数称之为偶数。

例如:

2、4、6、8、10、...

我们把不能被 2 正整除的正整数称之为奇数。

例如:

1、3、5、7、9、11、...

我们把除了 1 和本身数不能再被其他数正整除的数称之为素数。

例如:

3、5、7、11、13、17、...

在正整数中,素数既是素数又是奇数,而奇数不一定是素数。

例如:

3、5、7 等既是奇数又是素数。

而 9、15、21 等是奇数且不是素数。

在素数中,又分为偶素数和奇素数两种素数。除了 2 本身是偶素数外,其他素数都是奇素数。

这就是哥德巴赫猜想所说的“凡大于 4 的偶数都是二个奇素数之和”的内因所在。

10 奇数、偶数、素数之间的关系

大家知道：

在正整数中：

奇数 + 奇数 = 偶数

例如：

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 5 = 8$$

$$7 + 3 = 10$$

奇数 + 偶数 = 奇数

例如：

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 4 = 7$$

$$5 + 6 = 11$$

奇数 + 素数 = 偶数

例如：

$$1 + 3 = 4$$

$$9 + 5 = 14$$

$$15 + 11 = 26$$

素数 + 素数 = 偶数

例如：

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 7 = 12$$

$$11 + 13 = 24$$

偶数 + 偶数 = 偶数