



全国高职高专基础课“十一五”规划教材

工程力学

○ 李立斌 主编

GONGCHENG
LIXUE



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



全国高职高专基础课“十一五”规划教材

工 程 力 学

主 编	李立斌		
副主编	梁宝英	卢小平	吴雁平
参 编	易 磊	韩变枝	张林辉
主 审	关云飞		



机 械 工 业 出 版 社

本书是按照高职高专教育人才培养目标和高职高专基础课程教学基本要求与课程标准编写的。

本书对传统的工程力学教材内容进行了精选和组合, 主要介绍工程构件的外力、内力、应力分析, 以及杆件的强度、刚度、稳定性计算, 立足于培养学生能力; 文字表述力求简明扼要, 深入浅出; 每章之后附有阅读材料, 有助于提高学生学习兴趣, 启迪创新思维, 提高科学素养, 培养科学精神。

本书共三篇十二章, 内容包括: 静力分析基础、平衡方程及其应用、内力计算、材料失效与零部件失效、构件的强度条件、杆件的变形和刚度条件、压杆的稳定性问题、运动形式概述、点的运动分析与刚体绕定轴转动、点和刚体的合成运动、质点动力学基础、刚体绕定轴转动的动力分析。

本书可作为高职高专院校、成人高校机电类、近机类各专业教材, 也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/李立斌主编. —北京: 机械工业出版社,
2007. 2

全国高职高专基础课“十一五”规划教材
ISBN 978-7-111-20884-6

I. 工… II. 李… III. 工程力学—高等学校: 技术学校—
教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 019781 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 李大国 版式设计: 张世琴 责任校对: 张晓蓉

封面设计: 王伟光 责任印制: 李 妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2007 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 9.375 印张 · 364 千字

0001—4000 册

标准书号: ISBN 978-7-111-20884-6

定价: 23.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010)68326294

购书热线电话: (010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010)68354423

封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是为了适应我国高职高专教育大力发展和高等技术应用型人才培养的需要,参照工程力学课程教学基本要求和机械职业教育基础课指导委员会“工程力学课程标准”的主要精神编写的。

本书广泛吸取了各高职高专院校近年来的教学改革经验,围绕高职高专培养技术应用型人才的目标,本着“必需够用为度、理论推导从简、突出工程实用”的原则,对课程体系和课程内容进行了精选组合,文字表述力求简明扼要、深入浅出,例题、习题选择注重密切联系工程实际。书中各篇、章相对独立,方便教学时取舍。

本书具有以下特点:

(1) 全书以建立工程构件力学模型为主线,突出杆件的外力、内力、应力分析,重点介绍强度、刚度和稳定性的计算方法。

(2) 选编了工程力学实验的有关内容,目的在于培养学生的实验技能、科学的态度和实事求是的作风。

(3) 每章后面都精选了阅读材料,旨在培养学生的科学精神,提高科学素养,激发学习积极性,培养创新思维 and 创新能力。

参加本书编写的有:湖南工业职业技术学院李立斌(绪论、第十一章、各章阅读材料),山西大同大学梁宝英(第四章、第五章、第七章),上海电机学院卢小平(第一章),郑州铁路职业技术学院吴雁平(第六章、第十二章),湖南交通职业技术学院易磊(第八章、第九章、第十章),太原理工大学阳泉学院韩变枝(第二章),山西机电职业技术学院张林辉(第三章)。本书由李立斌担任主编,梁宝英、卢小平、吴雁平担任副主编。

本书由长沙航空职业技术学院关云飞担任主审。

本书在编写过程中,得到了许多兄弟院校老师的大力支持和帮助,在此谨表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限,书中难免有不足之处,敬请各位读者予以批评指正。

编 者

目 录

前言

绪论	1
----------	---

第一篇 静 力 分 析

第一章 静力分析基础	4	本章小结	49
第一节 静力学基本概念	4	思考题	50
第二节 力的投影	7	习题	50
第三节 力矩与力偶	9	[阅读材料] 哥白尼的日心说与 科学宇宙观	52
第四节 物体的重心	14	第三章 内力计算	54
第五节 约束与约束力	19	第一节 内力的概念 截面法	54
本章小结	25	第二节 杆件在拉伸或压缩时横 截面上的内力	56
思考题	26	第三节 圆轴扭转时横截面上的内力	58
习题	26	第四节 弯曲内力	61
[阅读材料] 阿基米德与科学的起源	30	本章小结	71
第二章 平衡方程及其应用	31	思考题	72
第一节 力系的简化	31	习题	72
第二节 平面力系的平衡方程 及应用	32	[阅读材料] 实验科学研究的 创始人伽利略	75
第三节 机械中的摩擦和自锁	38		
第四节 空间力系的平面解法	44		

第二篇 构件的承载能力分析

第四章 材料失效与零部件失效	80	本章小结	93
第一节 应力 变形 应变	80	思考题	93
第二节 材料在轴向载荷作用下的 力学性能	82	习题	94
第三节 材料失效及其分类	89	[阅读材料] 科学巨人牛顿	95
第四节 许用应力和安全因数	90	第五章 构件的强度条件	97
第五节 低碳钢和铸铁拉(压)时 力学性能的测定实验	90	第一节 拉(压)杆的强度条件 及其应用	97
		第二节 联接件的强度计算	106

第三节 梁弯曲时的强度条件 及其应用	111	第三节 圆轴扭转时的变形与 刚度计算	170
* 第四节 斜弯曲	124	第四节 梁的弯曲变形和刚度条件	174
* 第五节 弯曲与拉伸(压缩)组合 变形的强度条件	126	* 第五节 静定与静不定问题简介	182
第六节 圆轴扭转时的应力与 强度条件	129	本章小结	188
第七节 弯曲与扭转组合变形 的强度条件	135	思考题	189
第八节 交变应力与疲劳强度	139	习题	190
* 第九节 材料力学实验简介	145	[阅读材料] 爱因斯坦——神话般 的科学伟人	193
本章小结	151	第七章 压杆的稳定性问题	196
思考题	154	第一节 压杆稳定性的概念	196
习题	156	第二节 压杆的临界力和临界应力	198
[阅读材料] 牛顿科学发现的 思想意义	164	第三节 压杆的稳定计算	202
第六章 杆件的变形和刚度条件	166	第四节 提高压杆稳定性的措施	204
第一节 胡克定律与材料的弹性常数	166	本章小结	206
第二节 轴向拉(压)杆的变形	169	思考题	207
		习题	208
		[阅读材料] 相对论的思想意义	210

第三篇 运动分析与动力分析基础

第八章 运动形式概述	214	本章小结	230
第一节 点的运动方程及运动轨迹	214	思考题	231
第二节 刚体的运动	216	习题	231
本章小结	218	[阅读材料] 李四光与地质力学	232
思考题	218	第十章 点和刚体的合成运动	234
习题	219	第一节 点的合成运动的基本概念	234
[阅读材料] 量子力学的建立	219	第二节 点的速度合成定理	238
第九章 点的运动分析与刚体 绕定轴转动	221	第三节 刚体平面运动的简化 与分解	240
第一节 点的速度和加速度	221	第四节 平面运动刚体内各点 的速度	241
第二节 刚体绕固定轴转动的角速度 和角加速度	226	本章小结	246
第三节 转动刚体上各点的速度 和加速度	228	思考题	247
		习题	247

[阅读材料] 钱学森与“两弹一星” …	248	第一节 刚体绕定轴转动动	
第十一章 质点动力学基础 ……	250	力学方程 ……	262
第一节 动力学基本定律 ……	250	第二节 惯性力与动载荷 ……	268
第二节 质点运动微分方程		本章小结 ……	275
及其应用 ……	251	思考题 ……	275
本章小结 ……	255	习题 ……	277
思考题 ……	256	[阅读材料] 当代力学发展的趋势 …	278
习题 ……	257	附录 型钢表 ……	280
[阅读材料] 建筑设计中的力与美 …	259	部分习题参考答案 ……	288
第十二章 刚体绕定轴转动		参考文献 ……	293
的动力分析 ……	262		

绪 论

力学是研究物体机械运动规律的科学。

一般而言，运动与物质密不可分，运动是物质存在的形式，是物质固有的属性。**机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化**，例如天体的运行，车、船的行驶，机器的运转等。机械运动是所有运动形式中最简单且最基本的一种，物体的平衡则是机械运动的一种特殊情况。

本书所研究的机械运动是速度远小于光速的宏观物体的运动，属于**经典力学**的范畴。经典力学以牛顿定理为基础，采用了与物质运动无关的所谓“绝对”时间、空间和质量的概念，有一定的局限性。对于速度接近光速的物体的运动，必须运用相对论，而对于微观粒子的运动，则必须运用量子力学的方法进行研究。长期的实践证明，一般工程实际中所遇到的大量力学问题，几乎都是研究运动速度远小于光速的宏观物体，运用经典力学来分析解决，具有足够的精确度，而且方便简捷，因此，经典力学至今仍有很重要的实用意义，并且还在不断发展。

力学是一门历史悠久的学科，它与生产实践紧密联系，并随着生产的发展而发展。力学的发展与工业的发展密切相关，它推动了科学技术的前进和人类社会的进步。

从古代的杠杆、滑轮、灌溉设备、交通工具、生产工具、建筑等，到近代的蒸汽机、内燃机、火车、轮船、汽车、飞机的发明，再到现代的核反应堆、百万千瓦汽轮机、摩天大楼、桥梁、航天飞机、宇宙空间站的制造和建立，都应用了力学理论和研究方法。

可以说，力学是众多学科和工程技术的基础，科学技术发展到现代，一个重要特征就是各学科的相互渗透和交叉。在解决工程技术问题的过程中，力学也分流出许多分支，如理论力学、材料力学、结构力学、弹性力学、塑性力学、断裂力学、流体力学、空气动力学、复合材料力学、生物力学、计算力学等等。

工程力学是研究物体在力作用下的平衡规律、运动规律和承载能力的一门学科。

力是物体间的相互作用。力作用于物体将产生两种效果：一是使物体运动状态发生变化，称为**力的外效应**（或运动效应）；二是使物体产生变形，称为**力的内效应**（或变形效应）。因此，工程力学通常研究两方面的内容：即与运动效应有关的机械运动一般规律（通常称为理论力学），以及与变形效应有关的承载能

2 工程力学

力分析(通常称为材料力学)。

由于工程力学所涉及的工程实际问题往往比较复杂,因此工程力学在建立基本概念和基本理论时,常常需要抓住问题中带有本质性的主要因素,而忽略掉次要因素,从而抽象出理想化的力学模型,例如质点、刚体、构件、杆件等力学模型。

抽象化的方法就是在客观事物的复杂现象中,抓住起决定性作用的主要因素,忽略次要的、局部的和偶然性的因素,深入现象的本质,明确事物间的内在联系。例如,在研究物体的机械运动时,忽略物体受力产生的变形得到刚体的模型,忽略物体的几何尺寸得到质点的模型等等。但是,抽象化的方法是有条件的、相对的,研究问题的条件改变了,原来的模型就不一定适用。例如,在研究物体内部的受力情况和它的变形时,刚体的模型就不再适用。总之,抽象化的方法一方面使所研究的问题大为简化,另一方面也更深刻地反映了事物的本质。

力学模型建立后,经过综合、归纳、数学演绎等方法得到基本概念、定理和结论,形成系统的理论。将工程实际问题抽象为力学模型,再在已有的力学理论的基础上运用数学工具求解,又通过实践去检验,这就是研究工程力学问题的方法。

工程力学是一门技术基础课,是学习后续专业课程的基础。工程力学是现代工程科学技术的理论基础之一,它的基本理论和研究方法广泛运用于各种科学技术之中,它来源于实践并对实践起指导作用。

工程力学“实践——抽象——理论——实践”的研究方法,有助于培养观察、分析和解决问题的能力,有助于辩证唯物主义世界观的形成,有助于培养创新精神和创新能力,为今后的科学研究工作和解决工程实践问题打下基础。

本书的基本内容共分为以下三篇:

第一篇 静力分析,主要研究力系的简化、物体的平衡和构件的内力分析计算。

第二篇 构件的承载能力,主要研究构件承受外载荷的能力,为构件选取适当的材料、尺寸与合理的截面形状提供依据,满足人们对工程构件或结构“经久耐用,造价低廉”的要求和愿望。

第三篇 运动学和动力学基础,运动学主要研究物体机械运动的几何性质和规律,动力学研究物体运动的变化规律与作用于物体上的力之间的关系。

另外,本书中还编写了阅读材料,介绍了力学发展过程、特别是力学的发展对科学技术的飞跃和人类科学思维的形成所起到的巨大作用。通过学习,不仅能够丰富知识、提高科学文化素质,更重要的是激发学习热情,启发科学的思维方法,树立科学的、辩证唯物主义的世界观,培养科学思维能力和创新精神。

第一篇 静 力 分 析

本篇将主要介绍机械零部件的受力分析、平衡条件和内力分析，核心是研究物体的平衡问题。所谓平衡，通常是指物体相对于地球处于静止或作匀速直线运动的状态。

在静力分析中，主要研究以下几个问题：

(1) **物体的受力分析** 内容涉及刚体和力的概念、静力学基本公理、力系的简化、力的投影规律、力矩、力偶及力的平移定理、物体重心的概念、约束和约束力的概念、物体的受力分析。

(2) **平衡方程及其应用** 研究物体在力系作用下平衡时，作用于物体上的各种力所满足的条件，并应用平衡条件解决工程实际中的平衡问题。

(3) **构件的内力计算** 分析构件在外力作用下产生变形时，构件内部的相互作用的内力。在进行构件的内力分析时，必须将构件视为变形固体。构件的内力分析是对构件进行承载能力计算的基础。

第一章 静力分析基础

第一节 静力学基本概念

一、力与平衡

静力学是研究物体在力作用下的平衡规律的科学。

人们在长期生活和生产实践中，逐步形成了对力的感性认识，这种感性认识再上升到理性，就建立起了抽象的力的概念。所谓力，就是物体间的相互机械作用。物体间的相互机械作用形式是多种多样的，归纳起来可分为两类，一类是物体直接接触的作用，如物体间的挤压力或摩擦力、机车牵引车厢的拉力等；另一类是通过场的作用，如地球引力场对物体的吸引力、电场对电荷的吸引力。这种相互的机械作用尽管表现形式很多，但对物体的作用效应通常就是两种：一种是使物体的运动状态发生变化，称力的运动效应(或力的外效应)，如引起物体的运动速度大小或方向发生改变等；另一种是使物体的形状发生变化，称力的变形效应(或力的内效应)，如造成杆件的伸长或缩短等。力对物体的两种作用效应总是同时出现。对于刚体，则只考虑力的运动效应；而对于变形体，则既要考虑运动效应又需考虑变形效应。实践表明，力对物体的作用效应取决于力的三要素，即力的大小、方向和作用点。力的三要素可以用一个带箭头的线段来表示，如图 1-1 所示。图中线段 AB 的始端或末端表示力的作用点，线段 AB 的方位和箭头指向表示力的方向，沿力的方向画出的直线，称力的作用线，而线段 AB 的长度则按一定的比例表示了力的大小。力的大小反映物体间相互机械作用的强度。为了度量力的大小，必须选定力的单位。在国际单位制中，力的单位是牛[顿](N)或千牛[顿](kN)。由于力是一个既有大小又有方向的物理量，所以称为矢量。本书中用黑体字母 F 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力矢量的大小。

所谓力系就是作用在同一个物体上的若干力组成的系统；若一个力系与另一个力系对物体的作用效应相同，则这两个力系互为等效力系；若一个力与一个力系等效，则称这个力为该力系的合力，而该力系中的各力称为这个力的分力。把各分力等效代换成合力的过程称为力系的合成，

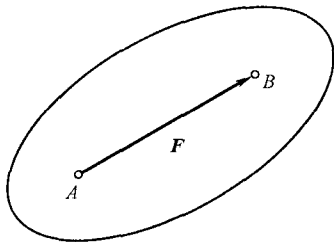


图 1-1

把合力等效代换成分力的过程称为力的分解。

平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态；一力系使物体处于平衡状态，则该力系称为平衡力系；力系中所有各力的作用线都处于同一个平面内，则该力系为平面力系；平面力系中如各力作用线汇交于一点则该力系为平面汇交力系；平面力系中如各力作用线都相互平行则该力系为平面平行力系；平面力系中如各力作用线既不汇交于一点又不相互平行则该力系为平面任意力系。

关于力的作用点，实际上就是力作用位置的抽象化。例如对接触力来说，因为物体间相互接触总有一定的面积，因此作用的力属于面分布力。分布力的分布规律一般比较复杂，在表示这些力时往往要将其简化。例如，对于汽车，置于地面的汽车轮胎由于受到的地面支承力分布在一个很小的面积上，这时就把汽车轮胎受到的分布力用一作用于一点的集中力 F 来代替。如果物体间的接触面积比较大，那么力在整个接触面上的作用强度就用单位面积上的力的大小即载荷集度来表示。面分布力载荷集度的单位为 N/m^2 。若力是在整个体积内作用，则应是体分布力。体分布力载荷集度的单位为 N/m^3 。

在工程实际问题中常遇到一种沿狭长面积分布的力，往往将其简化为沿长度分布的力，又称为线分布力。线分布力载荷集度的单位为 N/m 。

二、刚体

刚体是力学中将物体抽象化得到的一个概念。因为在工程上对实际物体进行受力分析时，首先要把它理想化，亦即将其合理地抽象为力学模型，以便进行数学描述。对物体静力学分析所用的力学模型就是刚体。所谓刚体，是指这样的物体，即在力的作用下，其物体内部任意两点之间的距离始终保持不变。简单来说，刚体就是在力作用下物体尺寸大小和形状都不改变，亦即不变形的物体。当然，在工程实际中不变形的物体是不存在的，物体只要受到力的作用或多或少都会变形。如果物体的变形不大，或变形对所研究的问题影响很小，即使略去变形也不会造成明显的误差，那么就可将物体视为刚体，这样可使问题的分析研究大为简化。

三、静力学基本公理

公理一 二力平衡公理 作用于刚体上的两个力使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是：这两个力大小相等、方向相反、且作用在同一直线上，即等值、反向、共线，如图 1-2 所示。用矢量表示，即为

$$\boldsymbol{F}_A = -\boldsymbol{F}_B \quad (1-1)$$

这一公理表明了作用于刚体上的最简单力系平衡时应满足的条件。而对于变形体，这个条件是必要的，但是不充分的。

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件或二力杆。根据

上述性质,二力构件上的两个力必沿两力作用点的连线,且等值、反向,如图 1-3 所示。

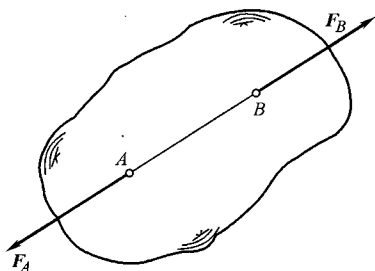


图 1-2

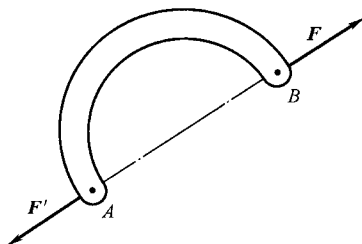


图 1-3

公理二 加减平衡力系公理 在作用于刚体的任意力系上,加上或者减去一个平衡力系,都不会改变原力系对刚体的作用效果。

根据加减平衡力系公理,我们可以推证出作用于刚体的力的一个重要推论。

推论:力的可传性原理 刚体上的力可沿其作用线移到该刚体上的任意位置,并不改变该力对刚体的效应。

如图 1-4 所示,在小车上 A 点作用力 F 与在小车上 B 点作用力 F' 对小车的作用效应是相同的。由此可见,力对刚体的效应与力的作用点在作用线上的位置无关,因此,对于刚体,力的三要素可改为力的大小、方向和作用线。

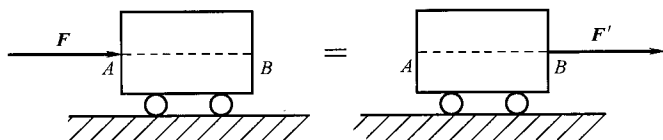


图 1-4

公理三 力的平行四边形公理 作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定,如图 1-5a 所示。

力的平行四边形公理表明合力 F_R 等于两个分力 F_1 、 F_2 的矢量和,即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

为了方便起见,在利用矢量加法求合力时,可不必画出整个平行四边形,而是从 A 点作矢量 F_1 ,再由 F_1 的末端 B 作矢量 F_2 ,则矢量 AC 即为合力 F_R 。这种求合力的方法称为力的三角形法则,如图 1-5b 所示。显然,若改变 F_1 、 F_2 合成的顺序,其结果不变,如图 1-5c 所示。

力的平行四边形公理是力系合成的法则,也是力系分解的法则。

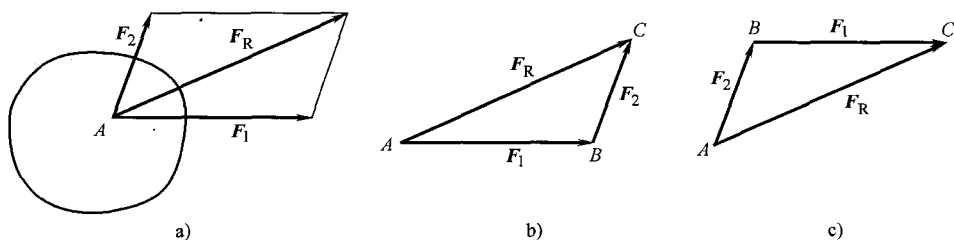


图 1-5

公理四 作用与反作用公理 两物体间的作用力与反作用力，总是大小相等，方向相反，沿同一直线，并分别作用在这两个物体上。

此公理概括了自然界中物体间相互作用关系，表明一切力总是成对出现的，揭示了力的存在形式和力在物体间的传递方式。

特别要注意的是，必须把作用与反作用公理与二力平衡公理严格地区分开来。作用与反作用公理是表明两个物体相互作用的力学性质，作用力与反作用力虽然等值、反向、共线，但它们却分别作用在不同的物体上，不能理解为一对平衡力；而二力平衡公理则说明一个刚体在两个力作用下处于平衡时两力满足的条件。

第二节 力的投影

一、力在平面直角坐标轴上的投影

如图 1-6 所示，已知力 F 与平面直角坐标轴 x 的夹角为 α ，则力 F 在轴 x 、 y 上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= -F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

即力在某轴上的投影等于力的大小乘以力与投影轴正向间夹角的余弦。可看出，力与投影轴正向间夹角为锐角时，其投影为正；力与投影轴正向间夹角为钝角时，其投影为负。这表明力在轴上的投影为代数量。

反之，若已知力 F 在平面直角坐标轴上的投影 F_x 和 F_y ，则该力的大小和方向余弦分别为

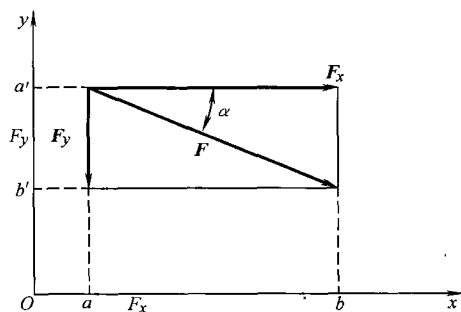


图 1-6

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \cos\beta = \frac{F_y}{F} \quad (1-4)$$

二、合力投影定理

由 n 个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 组成的平面汇交力系作用在刚体上, 其合力为 F_R 。在该力系平面内建立直角坐标系 xOy , 并将力系的分力和合力都投影在 x, y 轴上。容易证明, 合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和, 亦即

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

这就是合力投影定理。若已知各分力在直角坐标轴 x, y 上的投影, 可求得合力 F_R 的大小和方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ \cos\alpha &= \frac{F_{Rx}}{F_R} = \frac{\sum F_x}{F_R}, \quad \cos\beta = \frac{F_{Ry}}{F_R} = \frac{\sum F_y}{F_R} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

F_R 的指向根据 $\sum F_x$ 和 $\sum F_y$ 的正负号来判定。

例 1-1 用解析法求图 1-7 所示吊钩的合力。

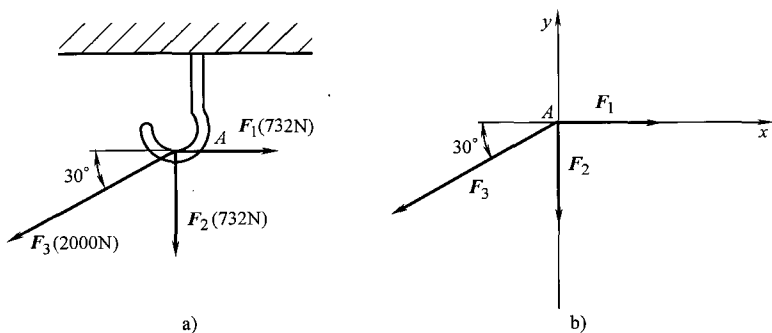


图 1-7

解 建立直角坐标系 xAy , 由式(1-5)得

$$F_{Rx} = \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (732 + 0 - 2000\cos 30^\circ) \text{ N} = -1000 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (0 - 732 - 2000\sin 30^\circ) \text{ N} = -1732 \text{ N}$$

再由式(1-6)得

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-1000)^2 + (-1732)^2} \text{ N} = 2000 \text{ N}$$

$$\begin{aligned}
 \tan\alpha &= |\Sigma F_y / \Sigma F_x| \\
 &= |-1732 / (-1000)| \\
 &= 1.73 \\
 \alpha &= 60^\circ
 \end{aligned}$$

由于 ΣF_x 、 ΣF_y 均小于零，故合力 F_R 指向左下方，与 x 轴负方向的夹角为 60° 。

第三节 力矩与力偶

一、力矩

力对物体的运动效应，包括力对物体的移动和转动的效应，其中力对物体的移动效应我们用力矢量来描述，而力对物体的转动效应我们用力矩来度量。

在生产劳动中，人们通过杠杆、滑轮、绞盘等简单机械来移动或提升重物时，就能够体会到力对物体的转动效应的存在。例如用扳手拧紧螺母（图 1-8），完全可以感受到，施于扳手的力 F 使扳手及螺母绕某一转动中心 O 点产生的转动效应强弱，不仅与力 F 的大小成正比，而且与转动中心 O 点到力 F 作用线的垂直距离 d 成正比。

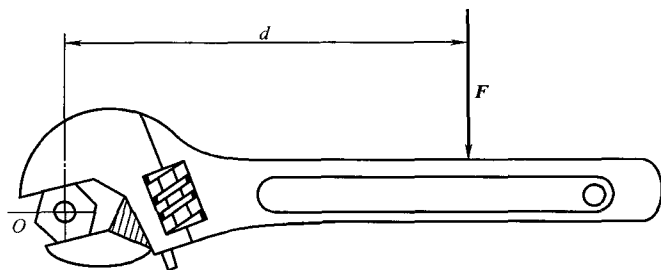


图 1-8

因此，在力 F 作用线和转动中心 O 所在的同一平面内，我们就将点 O 称为矩心，点 O 到力 F 作用线的垂直距离称为力臂，于是，力 F 使物体绕转动中心 O 点旋转的转动效应，就用力的大小与力臂的乘积并冠以适当的正负号来度量，这个量称为力对点的矩或力矩，以符号 $M_O(F)$ 示之，亦即有

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-7)$$

式中正负号的规定为：力使物体绕矩心作逆时针转动时力矩取正号，作顺时针转动时取负号。由此式可以看出，平面内力对点的矩，只取决于力矩的大小及其正负号，说明平面内力矩是代数量。力矩的国际单位为牛[顿]米($N \cdot m$)或千牛[顿]米($kN \cdot m$)。

应当指出，力矩的矩心不一定是固定在物体上绕之转动的某一点，它可以是

物体上的或物体以外的任意一点。换句话说，平面上的一个力可以对平面内任意一点取矩，而一个力对不同的点取矩，其力矩一般是不同的。

由力矩的定义和式(1-7)可知：

(1) 当力作用线通过矩心时，力臂值为零，力矩值也必定为零。

(2) 力沿其作用线滑移时，由于没有改变力、力臂的大小及力矩的转向，故不会改变力对点之矩的值。

例 1-2 T形杆与顶面铰接，受力情况如图 1-9 所示，设图中各力 F_1 、 F_2 、 G ，尺寸 a 、 b 、 c 和角度 α 均已知。试求各力对 O 点的力矩。

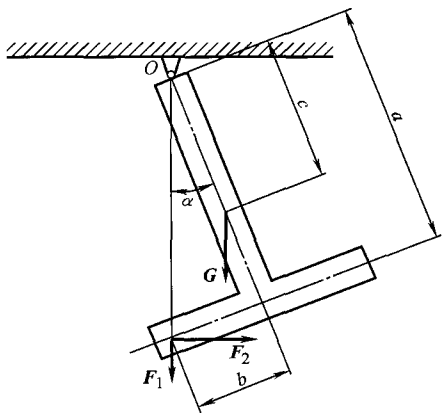


图 1-9

解

$$M_O(F_1) = 0$$

$$M_O(G) = -Gc\sin\alpha$$

$$M_O(F_2) = F_2\sqrt{a^2 + b^2}$$

由以上力对点的矩的概念，可得出如下结论：

(1) 互成平衡的二力对同一点之矩的代数和为零；

(2) 平面力系的合力 F_R 对平面内任意一点 O 的矩，等于所有各分力 F 对同一点之矩的代数和，即

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F_i)$$

此即合力矩定理。合力矩定理不仅适用于平面力系，对任何有合力的力系均成立。

在计算力矩时，有时力臂的几何关系比较复杂，不易确定，可应用合力矩定理，将力作正交分解，先分别计算各分力的力矩，然后代数相加求出原力对该点之矩。

还有，一个力作用于物体并非只产生单纯的一种运动效应，可以是移动效应和转动效应同时存在。如排球运动员发上手飘球时，其打击力就是使排球既移动又转动。

例 1-3 在图 1-10a、b 所示的直齿圆柱齿轮和货箱中，已知齿面所受的法向力 $F_n = 1000\text{N}$ ，压力角 $\alpha = 20^\circ$ ，分度圆半径 $r = 60\text{mm}$ ；货箱所受的作用力 F ，货箱尺寸 a 、 b 及角 α 均已知。试分别计算齿面法向力 F_n 对轴心 O 的力矩和货箱受力 F 对支点 A 的力矩。

解 (1) 齿面法向压力 F_n 到轴心的距离(即力臂)没有直接给出，可将 F_n