

可下载教学资料

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



高等学校教材  
电子信息

# 电磁场与电磁波

袁国良 编著

清华大学出版社

0441.4/109

2008

高等学校教材

电子信息

# 电磁场与电磁波

袁国良 编著

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书主要内容包括经典电磁理论及其数学基础,静电场、恒定电场和恒定磁场,静态场的解法,时变电场,平面电磁波,导行电磁波,电磁波的辐射和电磁场与电磁波的应用。

本书充分兼顾理科专业和工科专业的特点,基本概念叙述清楚,数学推导思路清晰,克服学习的各个知识难点,使本书理解起来更加容易,同时也考虑实际应用问题,以便增强学习兴趣和自信心。

本书适合通信、电子、电气类以及相关专业的本科生使用,也可供专科学生或有关专业人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

## 图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波/袁国良编著. —北京:清华大学出版社,2008.1

(高等学校教材·电子信息)

ISBN 978-7-302-16106-6

I. 电… II. 袁… III. ①电磁场—高等学校—教材 ②电磁波—高等学校—教材  
IV. O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 141461 号

责任编辑:魏江江 林都嘉

责任校对:梁毅

责任印制:杨艳

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

[c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京鑫海金澳胶印有限公司

装订者:三河市溧源装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:15.75 字 数:378 千字

版 次:2008 年 1 月第 1 版 印 次:2008 年 1 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:25.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:024028-01

## 编审委员会成员

### 高等学校教材·电子信息

东南大学	王志功	教授
南京大学	王新龙	教授
南京航空航天大学	王成华	教授
解放军理工大学	邓元庆	教授
	刘景夏	副教授
上海大学	方勇	教授
上海交通大学	朱杰	教授
	何晨	教授
华中科技大学	严国萍	教授
	朱定华	教授
武汉理工大学	刘复华	教授
	李中年	教授
宁波大学	蒋刚毅	教授
天津大学	王成山	教授
	郭维廉	教授
中国科学技术大学	王煦法	教授
	郭从良	教授
苏州大学	徐佩霞	教授
山东大学	赵鹤鸣	教授
山东科技大学	刘志军	教授
东北师范大学	郑永果	教授
沈阳工业学院	朱守正	教授
长春大学	张秉权	教授
吉林大学	张丽英	教授
湖南大学	林君	教授
长沙理工大学	何怡刚	教授
华南理工大学	曾喆昭	教授
西南交通大学	冯久超	教授
	冯全源	教授
重庆工学院	金炜东	教授
重庆通信学院	余成波	教授
	曾凡鑫	教授

重庆大学	曾孝平	教授
重庆邮电学院	谢显中	教授
	张德民	教授
西安电子科技大学	彭启琮	教授
	樊昌信	教授
西北工业大学	何明一	教授
集美大学	迟岩	教授
云南大学	刘惟一	教授
东华大学	方建安	教授

改革开放以来,特别是党的十五大以来,我国教育事业取得了举世瞩目的辉煌成就,高等教育实现了历史性的跨越,已由精英教育阶段进入国际公认的大众化教育阶段。在质量不断提高的基础上,高等教育规模取得如此快速的发展,创造了世界教育发展史上的奇迹。当前,教育工作既面临着千载难逢的良好机遇,同时也面临着前所未有的严峻挑战。社会不断增长的高等教育需求同教育供给特别是优质教育供给不足的矛盾,是现阶段教育发展面临的基本矛盾。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2001年8月,教育部下发了《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》,提出了十二条加强本科教学工作提高教学质量的措施和意见。2003年6月和2004年2月,教育部分别下发了《关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》和《教育部实施精品课程建设提高高校教学质量和人才培养质量》文件,指出“高等学校教学质量和教学改革工程”是教育部正在制定的《2003—2007年教育振兴行动计划》的重要组成部分,精品课程建设是“质量工程”的重要内容之一。教育部计划用五年时间(2003—2007年)建设1500门国家级精品课程,利用现代化的教育信息技术手段将精品课程的相关内容上网并免费开放,以实现优质教学资源共享,提高高等学校教学质量和人才培养质量。

为了深入贯彻落实教育部《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》精神,紧密配合教育部已经启动的“高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作”,在有关专家、教授的倡议和有关部门的大力支持下,我们组织并成立了“清华大学出版社教材编审委员会”(以下简称“编委会”),旨在配合教育部制定精品课程教材的出版规划,讨论并实施精品课程教材的编写与出版工作。“编委会”成员皆来自全国各类高等学校教学与科研第一线的骨干教师,其中许多教师为各校相关院、系主管教学的院长或系主任。

按照教育部的要求,“编委会”一致认为,精品课程的建设工作从开始就要坚持高标准、严要求,处于一个比较高的起点上;精品课程教材应该能够反映各高校教学改革与课程建设的需要,要有特色风格、有创新性(新体系、新内容、新手段、新思路,教材的内容体系有较高的科学创新、技术创新和理念创新的含量)、先进性(对原有的学科体系有实质性的改革和发展,顺应并符合新世纪教学发展的规律,代表并引领课程发展的趋势和方向)、示范性(教材所体现的课程体系具有较广泛的辐射性和示范性)和一定的前瞻

性。教材由个人申报或各校推荐(通过所在高校的“编委会”成员推荐),经“编委会”认真评审,最后由清华大学出版社审定出版。

目前,针对计算机类和电子信息类相关专业成立了两个“编委会”,即“清华大学出版社计算机教材编审委员会”和“清华大学出版社电子信息教材编审委员会”。首批推出的特色精品教材包括:

(1) 高等学校教材·计算机应用——高等学校各类专业,特别是非计算机专业的计算机应用类教材。

(2) 高等学校教材·计算机科学与技术——高等学校计算机相关专业的教材。

(3) 高等学校教材·电子信息——高等学校电子信息相关专业的教材。

(4) 高等学校教材·软件工程——高等学校软件工程相关专业的教材。

(5) 高等学校教材·信息管理与信息系统。

(6) 高等学校教材·财经管理与计算机应用。

清华大学出版社经过二十多年的努力,在教材尤其是计算机和电子信息类专业教材出版方面树立了权威品牌,为我国的高等教育事业做出了重要贡献。清华版教材形成了技术准确、内容严谨的独特风格,这种风格将延续并反映在特色精品教材的建设中。

清华大学出版社教材编审委员会  
E-mail:dingl@tup.tsinghua.edu.cn

电磁场与电磁波的理论已经广泛地应用于工业、农业、医疗卫生等国民经济领域和日常生活之中,现代通信、广播电视、雷达、遥感、电子设备及系统,都离不开电磁波的发射、传播和接收,因此电磁场与电磁波是通信、电子、电气类专业的重要专业基础课程。

本书在编写过程中吸收了国内外同类教材的优点,同时融入编者多年的教学经验和体会,精心组织编写而成。本书符合电磁场与电磁波课程教学大纲的要求。主要内容包括经典电磁理论及其数学基础,静电场、恒定电场和恒定磁场,静态场的解法,时变电磁场,平面电磁波,导行电磁波,电磁波的辐射,电磁场与电磁波的应用。

在内容安排和叙述上有以下特点:

(1) 内容安排合理得当,基本概念叙述清楚,数学推导思路清晰,符合学生的认知和学习规律。

(2) 克服学习的各个知识难点,这些难点包括学生的数学和物理预备知识不足等,因此本书在强调物理概念的同时尽量给出推导过程,考虑到教材的篇幅问题,推导过程有些在教材中是没有的,但不影响对内容的理解,对于这类问题本书都给出了相应的参考文献。

(3) 协调好本书的内容,循序渐进,由浅入深,同时本书各章具有一定的独立性,这样做的目的就是使学生从任何一章学起都能深入下去,使本书学习和理解起来更加容易。

(4) 给出了一些实际应用问题,以便增强学生分析问题和解决问题的能力,同时会增加学习的兴趣和自信心。

本书在编写过程中,上海金融学院李勇强参与第1章1.7节的编写和本书部分数学公式的校对工作。

本书得到上海市教育高地建设项目信息工程(港口航运)项目的支持,在此一并表示深深的感谢。

由于编者水平有限,书中难免会有一些错误或不足之处,衷心希望广大读者批评指正,提出宝贵的意见和建议。

编者

2007年5月

## 读者意见反馈

亲爱的读者：

感谢您一直以来对清华版计算机教材的支持和爱护。为了今后为您提供更优秀的教材，请您抽出宝贵的时间来填写下面的意见反馈表，以便我们更好地对本教材做进一步改进。同时如果您在使用本教材的过程中遇到了什么问题，或者有什么好的建议，也请您来信告诉我们。

地址：北京市海淀区双清路学研大厦 A 座 602 室 计算机与信息分社营销室 收  
邮编：100084 电子邮件：jsjic@tup.tsinghua.edu.cn  
电话：010-62770175-4608/4409 邮购电话：010-62786544

教材名称：电磁场与电磁波

ISBN 978-7-302-16106-6

个人资料

姓名：\_\_\_\_\_ 年龄：\_\_\_\_\_ 所在院校/专业：\_\_\_\_\_

文化程度：\_\_\_\_\_ 通信地址：\_\_\_\_\_

联系电话：\_\_\_\_\_ 电子信箱：\_\_\_\_\_

您使用本书是作为：指定教材 选用教材 辅导教材 自学教材

您对本书封面设计的满意度：

很满意 满意 一般 不满意 改进建议\_\_\_\_\_

您对本书印刷质量的满意度：

很满意 满意 一般 不满意 改进建议\_\_\_\_\_

您对本书的总体满意度：

从语言质量角度看 很满意 满意 一般 不满意

从科技含量角度看 很满意 满意 一般 不满意

本书最令您满意的是：

指导明确 内容充实 讲解详尽 实例丰富

您认为本书在哪些地方应进行修改？(可附页)

您希望本书在哪些方面进行改进？(可附页)

## 电子教案支持

敬爱的教师：

为了配合本课程的教学需要，本教材配有配套的电子教案(素材)，有需求的教师可以与我们联系，我们将向使用本教材进行教学的教师免费赠送电子教案(素材)，希望有助于教学活动的开展。相关信息请拨打电话 010-62776969 或发送电子邮件至 jsjic@tup.tsinghua.edu.cn 咨询，也可以到清华大学出版社主页(<http://www.tup.com.cn> 或 <http://www.tup.tsinghua.edu.cn>)上查询。

## 高等学校教材·电子信息 系列书目

ISBN	书 名	作 者	定 价
9787302082859	电子电路测试与实验	朱定华等著	23.00
9787302090724	数字电路与逻辑设计	林红等著	24.00
9787302087908	光纤通信原理	袁国良著	23.00
9787302092933	信息与通信工程专业科技英语	王朔中等	26.00
9787302095460	信号与系统	余成波等著	24.00
9787302101567	数字信号处理及 MATLAB 实现	余成波等著	19.00
9787302104407	数字设计基础与应用	邓元庆等著	29.00
9787302104391	模拟电路基础实验教程	刘志军等著	19.00
9787302117698	电子设计自动化技术及应用	李方明等著	46.00
9787302110156	电路分析基础教程	刘景夏等著	25.00
9787302111900	电力系统保护与控制	张艳霞等著	23.00
9787302116127	自动控制原理	余成波等著	35.00
9787302124610	电子技术基础	霍亮生等著	26.00
9787302125419	控制电器及应用	李中年著	26.00
9787302120643	数字电子技术基础	林涛等著	25.00
9787302132042	数字信号处理——原理与算法实现	刘明等著	23.50
9787302129004	EDA 技术及应用实践	高有堂等著	33.00
9787302132905	MATLAB 应用技术——在电气工程与自动化专业中的应用	王忠礼等著	26.00
9787302140566	智能仪器仪表	孙宏军等著	35.00
9787302157588	信号与线性系统	曾喆昭著	

第 拾 七

<b>第 1 章 经典电磁理论及其数学基础</b> .....	1
1.1 电磁场的基本物理量和实验定律 .....	1
1.2 标量和矢量 .....	9
1.3 标量场的梯度.....	13
1.4 矢量场的散度和旋度.....	15
1.5 矢量的恒等式亥姆霍兹定理.....	18
1.6 坐标系.....	20
1.7 贝塞尔函数.....	26
习题一 .....	29
<b>第 2 章 静电场、恒定电场和恒定磁场</b> .....	31
2.1 静电场的基本方程.....	31
2.2 电位和电位方程.....	35
2.3 静电场的边界条件.....	38
2.4 导体系统的电容和静电场的能量.....	40
2.5 恒定电场.....	46
2.6 恒定磁场的基本方程.....	50
2.7 矢量磁位.....	54
2.8 恒定磁场的边界条件.....	57
2.9 载流回路的电感和恒定磁场能量.....	59
习题二 .....	65
<b>第 3 章 静态场的解法</b> .....	70
3.1 静态场边值问题及唯一性定理.....	70
3.2 直接积分法.....	71
3.3 在直角坐标系中的分离变量法.....	74
3.4 在圆柱坐标系和球坐标系的分离变量法.....	79

3.5	镜像法	84
3.6	静态场的数值解法	89
	习题三	96
<b>第4章</b>	<b>时变电磁场</b>	<b>99</b>
4.1	麦克斯韦的两个假设	99
4.2	麦克斯韦方程组与波动方程	103
4.3	时变电磁场的边界条件	107
4.4	时间简谐场	110
4.5	时变电磁场的能量和能量流	112
4.6	动态矢量位和标量位	116
	习题四	118
<b>第5章</b>	<b>平面电磁波</b>	<b>120</b>
5.1	平面正弦电磁波在理想介质中传播	120
5.2	平面正弦电磁波在导电介质中的传播	125
5.3	良导体的趋肤效应和表面阻抗	128
5.4	电磁波的色散和群速度	132
5.5	电磁波的极化	134
5.6	平面正弦电磁波对平面分界面的垂直入射	136
5.7	平面正弦电磁波对理想导体平面的斜入射	142
5.8	平面正弦电磁波对理想介质分界面的斜入射	145
	习题五	150
<b>第6章</b>	<b>导行电磁波</b>	<b>153</b>
6.1	导行电磁波的一般分析方法	153
6.2	矩形波导中的导行电磁波	156
6.3	矩形波导中的 $TE_{10}$ 波	162
6.4	圆柱形波导的导行电磁波	165
6.5	光导纤维问题	169
6.6	同轴线问题	173
6.7	传输线问题	175
6.8	谐振腔问题	180
	习题六	185
<b>第7章</b>	<b>电磁波的辐射</b>	<b>187</b>
7.1	滞后位	187
7.2	电偶极子	189
7.3	电偶极子的辐射功率及辐射电阻	191

7.4 磁偶极子 .....	194
7.5 对偶定理和缝隙天线问题 .....	196
7.6 对称线天线和天线阵 .....	199
7.7 面天线的辐射 .....	204
7.8 互易定理 .....	206
习题七 .....	209
<b>第 8 章 电磁场与电磁波的应用</b> .....	<b>210</b>
8.1 电磁波谱及应用概述 .....	210
8.2 广播电视系统 .....	212
8.3 移动通信 .....	214
8.4 微波通信、卫星通信和光纤通信 .....	215
8.5 雷达 .....	219
8.6 射频识别 .....	221
8.7 水下电磁波通信 .....	223
8.8 GMDSS .....	224
习题八 .....	229
<b>附录一</b> .....	<b>230</b>
A 常用数学公式 .....	230
B 矢量恒等式 .....	231
C 矢量积分 .....	231
D 三种坐标系的梯度、散度、旋度和拉普拉斯运算 .....	231
<b>附录二</b> .....	<b>233</b>
A SI 单位制中常用词实名称及其符号 .....	233
B 常用物理常数 .....	233
C 国际学位制(SI)的基本单位 .....	233
D 物理量名称、符号及其单位 .....	234
<b>参考文献</b> .....	<b>235</b>

# 经典电磁理论及其数学基础

## 1.1 电磁场的基本物理量和实验定律

电磁现象总是广泛存在的,人们首先观察到一些来源于自然界的电磁现象,如打雷闪电、静电现象、磁现象等。这些都引起科学家的极大兴趣,于是人们进行大量的试验,也可以人为方式产生一些电磁现象,如无线电波等。这些都是宏观电磁现象,本节将对这些基本电磁物理量和若干重要的基本电磁定律进行总结。

### 1. 电荷及其分布

在自然界中最小的带电粒子之一是电子,它的静止质量为  $m_e = 9.107 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , 电荷量为  $e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。另一种是质子,其静止质量为  $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , 电荷量为  $e_p = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。但从宏观上看,自然界存在两种不同性质的电荷——正电荷和负电荷。带电体所带电荷的量值叫做电量,记为  $q$  或  $Q$ 。电量是一个标量,单位是库仑(C)。

从微观上,精确地说任何带电体的电荷量都是以电子电荷量  $e$  的正或负整数倍的数值量出现的;从宏观上看,当观察一个带电物体的电特性时,所观察到的往往是大量带电微粒的平均效应。因此,可以将带电体内的电荷分布近似视为是连续的,从而采用电荷密度来描述它的电荷分布状况。

如果电荷以连续分布的形式充满于该体积中,人们用电荷体密度(有时简称电荷密度)来描述电荷在空间的分布,电荷体密度定义为

$$\rho(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} \quad (1.1)$$

$\rho(\mathbf{r})$  是一个空间位置的连续函数,单位为  $\text{C}/\text{m}^3$ 。

如果电荷分布在某一几何曲面或几何曲线上,可以引入电荷面密度  $\rho_s(\mathbf{r})$  和电荷线密度  $\rho_l(\mathbf{r})$  来描述它们的电荷分布特性。

电荷面密度定义为

$$\rho_s(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} \quad (1.2)$$

其单位为  $\text{C}/\text{m}^2$ 。

电荷线密度定义为

$$\rho_l(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad (1.3)$$

其单位为 C/m。

电荷总量可应用积分的方法求得

$$q = \int_V \rho(\mathbf{r}) d\tau \quad (1.4)$$

对于电荷以连续分布的形式分布于某一体积上、某一面积上、某一曲线上,则电荷总量为

$$q = \int_V \rho(\mathbf{r}) d\tau \quad (1.5)$$

$$q = \int_S \rho_s(\mathbf{r}) ds \quad (1.6)$$

$$q = \int_L \rho_l(\mathbf{r}) dl \quad (1.7)$$

当观察点至带电体的距离远大于带电体本身的尺寸时,常常忽略带电体的大小和形状给计算带来的影响,近似地将该带电体视为一个点电荷。

库仑从实验上总结了真空中两点电荷间作用力的规律,这规律称为库仑定律。如图 1.1 所示,两个点电荷  $q_1$  和  $q_2$  相隔距离为  $R$  时,  $q_2$  受到  $q_1$  的作用力为

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R \quad (1.8)$$

式中,  $\mathbf{e}_R$  为从  $q_1$  指向  $q_2$  的单位矢量。  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  称为真空介电常数。

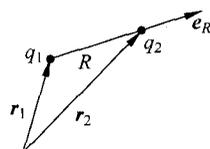


图 1.1 点电荷间的作用力

**例 1.1** 一个平行板真空二极管内的电荷体密度为  $\rho = -\frac{4}{9}\epsilon_0 U_0 (d^{-4/3}) x^{-2/3}$ , 其阴极板位于  $x=0$ , 阳极板位于  $x=d$ , 极间电压为  $U_0$ , 如果  $U_0 = 40 \text{ V}$ ,  $d = 1 \text{ cm}$ , 横截面  $S = 10 \text{ cm}^2$ 。求:

(1)  $x=0$  和  $x=d$  区域内的总电荷量;

(2)  $x = \frac{d}{2}$  和  $x=d$  区域内的总电荷量 ( $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ )。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad Q_1 &= \int_V \rho dV = \int_0^d \left[ -\frac{4}{9}\epsilon_0 U_0 (d^{-4/3}) x^{-2/3} \right] S dx \\ &= -\frac{4}{9}\epsilon_0 U_0 d^{-4/3} S (3x^{1/3}) \Big|_0^d \\ &= -\frac{4}{3}\epsilon_0 U_0 d^{-1} S \\ &= -\frac{4}{3} \times (8.85 \times 10^{-12}) \times 40 \times (1 \times 10^{-2})^{-1} \times (10 \times 10^{-4}) \text{ C} \\ &= 4.72 \times 10^{-11} \text{ C} = 0.047 \text{ nC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad Q_2 &= \int_{\frac{d}{2}}^d \left[ -\frac{4}{9}\epsilon_0 U_0 (d^{-4/3}) x^{-2/3} \right] S dx \\ &= 0.0097 \text{ nC} \end{aligned}$$

## 2. 电场强度

库仑定律证明了电场的存在。把一个电荷放入电场时,它将受到这个电场对它的作用

力,这个力称为电场力。当在电场中放入一个电量足够小的点电荷,以致它的引入不对原有电场产生影响,这个电荷称为试验电荷。试验表明,电场力的大小与试验电荷的电量成正比。这意味着,电场力与试验电荷的比值与试验电荷的大小无关,仅随试验电荷所处的位置而变化,因此用来描述电场的性质。

电场强度定义为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad (1.9)$$

式中,  $q_0$  为试验电荷;  $\mathbf{F}$  为电场力;  $\mathbf{E}$  为电场强度,它的单位是伏特每米(V/m),也可以用牛顿每库仑(N/C)来表示。

电场强度具有叠加性,也就是说,多个点电荷的电场等于单个点电荷的矢量和。对连续分布电荷的电场,可利用电场的叠加性进行计算(见图 1.2)。取一个很小的电荷元  $dq$ , 电荷元很小可视为点电荷,电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R \quad (1.10)$$

那么这个连续分布的电荷在真空中的电场为

$$\mathbf{E} = \int_V \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R \quad (1.11)$$

式(1.10)和式(1.11)中,  $R$  为电荷元  $dq$  到计算点  $P$  的距离;  $\mathbf{e}_R$  为电荷元  $dq$  到计算点  $P$  的单位矢量。

**例 1.2** 自由空间中一个长度为  $2l$  的均匀连续带电线段,所带电荷总量为  $q$ ,求直线外任一点的电场强度。

**解** 选择圆柱坐标系,其  $z$  轴与带电线段重合,坐标原点选择在线段中点,如图 1.3 所示。

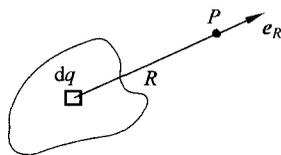


图 1.2 连续分布电荷的电场强度的计算

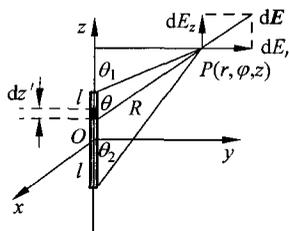


图 1.3 例 1.2 用图

在均匀连续带电线段上取电荷元  $dq = \rho_l dz'$ , 线段上的电荷线密度  $\rho_l = q/2l$ , 则电荷元在空间  $P$  点的电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho_l dz'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R$$

设矢径  $R$  与  $z$  轴间的夹角为  $\theta$ , 则

$$d\mathbf{E} = \mathbf{e}_r dE_r + \mathbf{e}_z dE_z = \mathbf{e}_r \frac{\rho_l dz'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin\theta + \mathbf{e}_z \frac{\rho_l dz'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta$$

经积分求得整个线段在  $P$  点处的电场强度为

$$E_r = \int_{-l}^l \frac{\rho_l dz'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin\theta$$

$$E_z = \int_{-l}^l \frac{\rho_l dz'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta$$

由图 1.3 可知  $R$  与  $\theta$  和  $r$  的关系为

$$R = \frac{r}{\sin\theta} \quad z' = z - r \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad dz' = \frac{rd\theta}{\sin^2\theta}$$

把这些关系代入上面的积分式中可得

$$E_r = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} (\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$E_z = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

讨论：对于均匀分布无限长的线电荷，其线电荷密度为  $\rho_l$ ，则  $\theta_1 \rightarrow 180^\circ$ ， $\theta_2 \rightarrow 0^\circ$ 。所以

$$E_r = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r}, E_z = 0。$$

**例 1.3** 半径为  $a$  的均匀带电圆盘，电荷面密度为  $\rho_s$ ，计算轴线上一点的电场强度。

解 由对称性可知， $P$  点电场强度的  $x$  分量和  $y$  分量为 0，只需求出它的  $z$  分量即可。

选取坐标系如图 1.4 所示，则电荷元在  $P$  点的电场强度为

$$dE = \frac{\rho_s ds'}{4\pi\epsilon_0 R^2} e_R$$

它的  $z$  分量为  $dE_z = \frac{\rho_s ds'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta$

取  $ds' = 2\pi r' dr'$ ， $R = (z^2 + r'^2)^{1/2}$ ， $\cos\theta = \frac{z}{R} = \frac{z}{(z^2 + r'^2)^{1/2}}$

则  $dE_z = \frac{\rho_s 2\pi r' dr'}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + r'^2)} \frac{z}{(z^2 + r'^2)^{1/2}}$

$$E_z = \frac{\rho_s \pi z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a (z^2 + r'^2)^{-3/2} d(z^2 + r'^2)$$

$$= \frac{\rho_s z}{4\epsilon_0} (-2)(z^2 + r'^2)^{-1/2} \Big|_0^a$$

$$= \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} [z^{-1} - (z^2 + a^2)^{-1/2}]$$

讨论圆盘为无限大时，即  $a \rightarrow \infty$ ，从以上结果得

$$E_z = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

### 3. 电流与电流密度

实验表明，电荷是守恒的，它既不能被创造，也不能被消灭。它只能从物体的一部分转移到另一部分，或只能从一个物体转移到另一个物体。换句话说，在任何电磁变化过程中，电荷的代数和总是保持不变的，这就是电荷守恒定律。近代科学实践表明，电荷守恒定律不仅是一切宏观电磁现象所必须服从的基本规律，它也是一切微观电磁过程必须遵守的基本规律之一。

在导电媒质(如导体、半导体、电解液、等离子体等)中存在着大量可以自由移动的电荷。

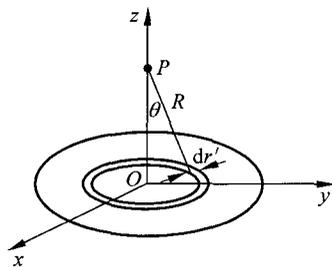


图 1.4 例 1.3 用图