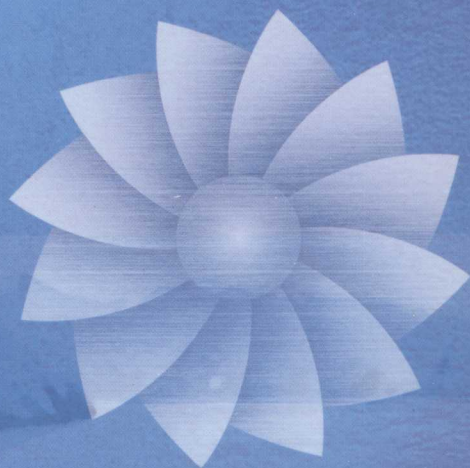


水利水电工程的水力瞬变仿真与控制

清华大学 陈乃祥 主编



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

水利水电工程的水力瞬变 仿真与控制

清华大学 陈乃祥 主编



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书主要阐述水利水电工程系统的静态、动态数字仿真建模,方程求解与编程以及这类系统的动态过程的优化。内容包括水力机械的分类、工作特点及其主要参数、过渡过程概念、管道瞬变流、复杂引水系统组成及边界条件、系统调压元件模型、明流管道流联合计算及明满交替流计算、叶片式水力机械动态模型、调速器方程及离散—连续系统仿真、线性系统状态方程解法,几种过渡过程优化与控制,提高水力机械仿真准确度的几种模型和方法,双重调节机组电站仿真计算与一些特殊问题的处理,仿真平台自动建模问题,各类系统动态仿真的范围与极值工况。

本书可供水利水电类专业的本科和研究生阅读,特别可供水利水电系统中工作的各类科技人员参考,以便各类专业人员互相勾通和共同理解,以利发展综合性很强的水利水电工程系统动态仿真学科的研究并为生产实际服务。

图书在版编目(CIP)数据

水利水电工程的水力瞬变仿真与控制/陈乃祥主编.

北京:中国水利水电出版社,2004

ISBN 7-5084-2354-2

I. 水... II. 陈... III. ①水利工程—水力学—计算机仿真②水力发电工程—水力学—计算机控制
IV. TV135

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 091206 号

书 名	水利水电工程的水力瞬变仿真与控制
作 者	陈乃祥 主编
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www. waterpub. com. cn E-mail: sales @ waterpub. com. cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京明十三陵印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 16 印张 379 千字
版 次	2005 年 4 月第 1 版 2005 年 4 月第 1 次印刷
印 数	0001—3100 册
定 价	42.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

水利水电工程系统的动态特性，即水电站、抽水蓄能电站及大型引水输水工程的水力、机械、电气等引起的过渡过程特性关系到工程设计的技术经济质量和建成后运行安全灵活的重要问题，而数值仿真已成为现代水利水电工程动态特性研究的重要手段。本书就是根据生产实践的需要，通过多年科学研究和总结前人的经验编写的。

本书作者早在 20 世纪 80 年代初与多家设计单位合作，在国内率先对十三陵、广州等大型高水头抽水蓄能电站进行过渡过程计算，其中十三陵抽水蓄能电站过渡过程研究获得原能源部科技进步三等奖。上述工作为这些工程的优化设计提供了基础，并在多个大型抽水蓄能电站的过渡过程研究的基础上研制了“装设混流可逆式机组抽水蓄能电站过渡过程计算通用程序”，获得原能源部科技进步二等奖。近年来对黄河万家寨引水工程、东江—深圳引水工程、宁波—舟山跨海调水工程及山东省胶东地区引黄调水工程等大型跨流域引水提水工程进行了泵站及全系统的过渡过程仿真计算都取得了成功。

根据国家大型水力发电工程设计的需要，课题组对长江三峡地下电站、金沙江溪洛渡电站、向家坝电站及广西佑江百色枢纽工程电站等具有明满交替流尾水洞电站进行了特殊尾水方案的过渡过程计算，并和尾水调压井等方案进行深入的比较分析，为该类工程的尾水系统方案的选择及工程的优化设计提供了相应的依据。并对自一里电站的气垫式调压井方案、金龙滩—天龙湖电站用明渠连接的半开式串联电站的控制调节方式，以及计入偏流器作用的冲击式水轮机力矩和流量描述方法等进行了研究，并对相应电站成功地作了过渡过程计算。

在总结上述工程实际仿真计算研究过程的基础上，形成了本书的一些特点：

1. 在水力机械动态特性描述中提出了对数曲线投影表示法和等开度线长度为参量的长度法等两种新的表示法，解决了转轮流量特性、力矩特性带来的多值性及小开度特性描述问题；

2. 给出了现代水利水电工程中明渠流和管道流在接点处计算模型；

3. 深入讨论了现存明满交替流计算存在的问题，并提出了新的特征线隐式格式法解决明满、明满交替流计算的模型，提出了尾水洞体型优化及斜顶洞明满交替流极值工况的确定方法，深入讨论了明满交替流尾水洞下游计算

边界合理确定的重要性；

4. 书中详细阐述了一次建模、二次建模及与自动建模的关系。提出了自动建模两种方法，即 0 流量状态法和虚拟阻抗流体网络法；

5. 书中还对轴流转桨机组专门问题进行了一些探讨，如轴流转桨式机组的轴向水力惯性和周向水力惯性的计入方法，仿螺旋桨的轴向水推力计算，用叉管模拟蜗壳径向分流提高模拟精度的方法，计入偏流器作用的冲击式水轮机流量及力矩模型；

6. 书中还阐述了导叶最优控制系统设计及开环导叶折线关闭规律的优化方法。

书中主要针对的是水利水电工程系统研究型仿真而编写的，当然也简述了培训型仿真器的特点、目的和要求，但未作全面深入的探讨。书中虽主要内容是围绕水利水电工程的动态仿真计算来编写的，但因其学科的交互性很强，涉及专业面广，为适应非水力机械类专业的技术人员阅读，本书除论述了上述水利水电工程动态数值模拟中的一些新的专门问题外，考虑到不同阅读对象的需要，还论述了水力机械的一些基础知识，以便水工、电力类及控制类技术人员也能阅读本书。本书的编写尽量做到系统性和专门性的统一，一般论述和深入讨论相统一，便于各类技术人员阅读。

本书由陈乃祥主编，于忠祥、樊红刚等参加了部分章节的编写工作。书中反映的成果不少是该课题组研究生和本科生参与完成的，在本书的编写过程中参阅并引用了不少文献与研究成果，在此一并表示感谢。书中有的模型和观点不一定成熟，不足和错误之处在所难免，敬请指正。

作 者

2004.8

目 录

前言

绪言	1
----------	---

第 1 章 水力机械的基本知识及其过渡过程概念	4
-------------------------------	---

1.1 水力机械的工作特点及其相似性	4
1.2 水轮机的单位参数	8
1.3 泵参数之间关系	10
1.4 水力机械的比转速	12
1.5 水力机械的特性曲线	15
1.6 水力机械工作环境及其过渡过程的种类	22
1.7 水利水电工程过渡过程数字仿真的意义	23
参考文献	26

第 2 章 管道瞬变流	27
-------------------	----

2.1 瞬变流计算用基本方程	27
2.2 管道瞬变流特征线法	31
2.3 传递函数形式的压力管道数学模型	34
参考文献	37

第 3 章 复杂管网系统组成及其边界条件	38
----------------------------	----

3.1 引水系统的组成	38
3.2 基本边界条件	39
3.3 多管系统中的补充边界条件	40
3.4 变特性串联管系的近似方法	42
参考文献	44

第 4 章 系统调压元件的瞬变模型	45
-------------------------	----

4.1 调压室的功用及设置调压室的原则	45
4.2 调压室内的水位波动及对调压室的基本要求	46
4.3 调压室的基本布置方式及基本类型	47
4.4 调压室动态数学模型	50
4.5 气垫式调压室	54
4.6 进气阀对水锤的防护模型	55
参考文献	63

第 5 章 明流、明流管道流的联合计算及明满交替流计算	64
5.1 明渠流基本方程	64
5.2 明渠流特征线显式格式	67
5.3 普赖斯曼有限差分格式	70
5.4 明渠流与管道流联合计算模型	73
5.5 明满交替流动的数值解法	76
5.6 明满流特征隐式格式法矩阵方程自生成系统	80
5.7 明满交替流计算模型的试验验证	83
5.8 工程应用实例及尾水洞洞型优化	89
参考文献	96
第 6 章 叶片式水力机械边界模型	98
6.1 用于过渡过程计算的转轮特性表达方式 Suter 法	98
6.2 水头(扬程)平衡方程和力矩平衡方程	106
6.3 水力机械转轮特性的新表示方法	108
6.4 用于小波动计算的水轮机线性化数字模型	114
参考文献	124
第 7 章 水力机械的调节方式及导叶和桨叶的运动方程	125
7.1 水轮机调节系统的基本工作原理及调速器的分类	125
7.2 机械液压(PI)型调速器的动态数字模型	126
7.3 电气液压(PID)型调速器数学模型	133
7.4 调速器方程的求解	139
参考文献	141
第 8 章 线性系统小波动状态空间法数字仿真	142
8.1 状态方程基本概念及定义	142
8.2 标准形式状态方程的列写	144
8.3 状态方程的求解及转移矩阵计算	147
8.4 水轮机调节系统(小波动问题)的状态方程解法	152
参考文献	155
第 9 章 计算机控制系统——离散连续系统的仿真计算	156
9.1 数字调速器简介及离散—连续调节系统	156
9.2 采样调节离散—连续系统仿真方法	163
9.3 水轮机采样调节离散—连续系统仿真算例	167
参考文献	171

第 10 章 大波动过渡过程的优化和计算	172
10.1 大波动过渡过程优化的措施	172
10.2 水轮机导叶折线关闭规律的优化计算	173
10.3 导水叶完善关闭规律的数值计算方法	180
参考文献	186

第 11 章 水轮发电机组导叶最优控制	187
11.1 远距离无穷大电力系统水轮发电机组调节系统状态方程的建立	187
11.2 水轮机导叶最佳控制系统设计	193
11.3 水轮机导叶最优控制系统 RICCATI 方程的求解	196
11.4 水轮机导叶最优控制对系统调节性能的改善	198
参考文献	201

第 12 章 双重调节机组瞬变过程的数字仿真	202
12.1 轴流转桨机组瞬变过程的数字仿真	202
12.2 计及机组段水体惯性的数学模型	205
12.3 轴流机组的轴向水推力计算模型	208
12.4 计及涌浪影响的贯流式水轮电站过渡过程仿真算例	213
12.5 冲击式水轮电站的动态模拟	217
参考文献	219

第 13 章 自适应建模与程序通用化	220
13.1 一次建模、二次建模及建模自适应的重要性	220
13.2 虚拟阻抗管网算法与水利水电工程仿真自动建模	222
13.3 零流量状态法提高软件系统自动建模能力	231
参考文献	234

第 14 章 各类水力机械装置系统动态仿真范围、极值 工况及仿真计算的参考标准	235
14.1 正确划定仿真范围和内容及正确确定系统极值工况的重要性	235
14.2 抽水蓄能电站仿真范围与控制工况	236
14.3 常规电站仿真范围和控制工况	239
14.4 大型引水调水工程的仿真范围	240
14.5 水电站调节保证计算的标准	242
14.6 抽水蓄能电站调节保证计算标准及要求	244
14.7 输水调水系统水力过渡过程计算标准和要求	244
参考文献	247

绪 言

现代水利水电工程无论从规划、设计、运行的任何一个角度来考虑都是典型的工程系统，而该工程系统主要是指以水力机械为核心设备，并与一系列水工建筑物及监控装置所组成的系统。在该类系统中水力机械不仅是系统的组成部分，而且在系统中对系统的动态过程起着核心的作用。所以常规水电厂、抽水蓄能电站、泵站以及大型提水调水工程等都属于该类系统，而且也是本书研究的主要对象。

水利水电工程系统实际上是一个机械、电气及水力相混合的系统，是非常典型而又复杂的工程系统，而且该类系统在现代化条件下常用计算机进行控制和调节，所以这些系统又常是一个离散——连续系统。

水利水电工程系统主要可以分为以水泵为核心设备的提水调水工程、以水轮机为核心设备的水力发电站系统及以可逆式水泵水轮机为核心设备的抽水蓄能电站系统。该三类系统的构成及作用有很大的不同，而每类中具体的系统又因工程的目的和要求的差异、地质地理条件及规模的不同有着极大的差别，但它们有几点是相同的：

1. 这些系统都由水力机械及相关元件、水工建筑物所组成，如大型提水、调水工程中，有泵、电机、调压井（或调压阀）、封闭管道、明流洞或明渠甚至水库组成，为进行调节和控制还有相应的控制设备，而控制设备本身又由各种硬件和软件组成系统。

2. 组成这些系统的元件都有一定的特性，例如水轮机的流量及力矩，调速器各环节的输入输出量，管道系统中的流量和压力，调压井中的水位等都是描述这些元件或建筑物特性的参量。

3. 无论那类系统，都会因外部环境的变化，如输电系统故障或负荷变化、系统断电或人为调度控制以及系统组成元件的故障等原因而发生变动，这种变动即动态过程本身及这些动态过程的改善和控制是我们要研究的。

一般为了研究、分析和设计一个这样的系统，需要对系统进行整体或局部试验，这可以通过原型即真实系统上进行试验，另一种方案就是仿照原型的样子构造一个模型，在模型上进行试验。但通常由于下述原因而不采用在原型上做试验的方案：

1. 系统处于设计阶段，当然没有建立起来，不可能做这样的试验。

2. 在真实系统上做试验，有可能破坏系统。一个没有经过考验的方案或参数是不会放到实际系统中去做试验的。

3. 在实际系统中做各项试验，做到条件完全相同是很困难的，这给试验结果的分析带来困难。

4. 原型系统中进行结构变化，然后进行恢复也很困难。在水利水电工程系统中，没有十分的把握也不可能让你改变系统结构，这会带来很大的经济损失和安全隐患，改变后也很难复原。

根据上述原因，在模型上做试验成为进行系统分析研究的重要手段。建立系统模型，在模型上进行试验的这一过程，从广义上讲称为系统仿真。

根据模型类型的不同，系统仿真可分为三类：即物理仿真、数字仿真，物理—数字仿真（即半实物仿真）。

按照真实系统的物理性质构造物理模型，在物理模型上进行试验，称为物理仿真。例如水利水电工程设计初期常进行的枢纽水力学试验，实际上也是一种物理仿真。按照真实系统的数学关系构造系统的数字模型，并在数字模型上进行试验称为数字仿真。有时一个系统的一部分构造成物理模型，而另一部分构造成数字模型，然后将两者拼接起来的模型上做试验，则称数字—物理仿真。在本书中主要讨论的是数字仿真的有关问题，这一问题也常称作数字模拟。

物理仿真的优点是直观、形象化，然而构造一套物理模型有时要花费较大的投资，而且周期很长。特别是水利水电工程系统，水力机械模型机本身价格昂贵，建造整个系统要用大的场地及配套的土建工程和水道系统，其建造难度和工作量是很大的，有时难于实现。其次，建立水利水电工程系统模型必须使系统（即模型和真实系统）之间要做到几何相似、运动相似和动力相似，而有时整个系统的组成元件要一致达到这三个相似条件几乎是不可能的，就是说只能让部分元件相似，而另一部分元件之间就不可能做到相似。所以，试验的成果不能直接换算到原型（即真实系统）上去。此外，在物理模型上做试验很难修改系统结构，例如水利水电系统的管道结构、调压井形式或尺寸的改变，其经费和时间的投入是很大的，试验就会受到很大的限制。在有的流体机械系统中，所要试验工况复杂而繁多，有的工况几乎在物理模型上不可能实现。而数字仿真则比较经济方便，计算机为数字模型的建立及数字试验提供了较大的灵活性，这在我们的科学研究和教学实践中有极大的体会。计算机科学及数值方法的进步给数字仿真提供了极大的发展空间，所以，数字仿真一般是在计算机上对系统的数字模型进行试验—即计算机仿真。

物理—数字仿真，是将系统的一部分写成数字模型放到计算机上，而将另一部分则构造成物理模型或直接采用实物，将它们连接成系统进行试验。例如中国水利水电科学研究院自动化研究所建立的调速器仿真试验台。它除了调速器是实物以外，其他环节如水电厂的水轮机、发电机、电力系统、引水系统等都是用微型计算机进行数字模拟的。该系统的目的是为了测试调速器产品在不同电站中的调节性能，即调速器是真的，而其所在的系统或环境是用数字计算机进行模拟的，对不同电站只要进行数字模型的修改即可进行仿真，有较好的灵活性，这样一个系统对一个即将投入实际环境运行的调速器进行测试是很有实际意义的，其经济性和灵活性可明显体现出来。

由于数字仿真的经济性、灵活性及方便性，数字仿真成为一门非常热门的学科。对于水利水电系统来说，较早提出并进行了一些研究工作，但与其他行业相比对模型建立、仿真试验及成果分析等研究相对较少。因此，使得当一个工程问题提出后，需要一段较长的建模时间，同时对仿真结果的分析也必须依赖专家，而对决策人员缺乏直接指导，这在一定程度上影响水利水电系统中仿真技术的推广应用。而且过去的几年中主要是将水利水电系统看作连续系统，所以，对连续系统研究较为重视，而现代化的水利水电工程，数字控制器大量投入，使得大多数工程系统变成连续—离散系统，对该类系统的特点及其仿真变得越来越重视。

从工程系统动态仿真的目的来分，可以分成研究型仿真和培训型仿真两大类。研究型

仿真的目的是对将要设计的系统进行建成后系统运行性能的预测,预测各种方案和系统参数对系统运行性能的影响,进行极值计算以提供安全的设计参数,使工程设计达到技术经济上的优化。目前国内水电系统广泛进行研究的主要是该类研究。而培训型仿真系统主要是对已建成的系统进行各种可能出现的工况进行模拟,用以培训该系统运行人员,例如清华大学热能系建造了水电厂微机仿真器就是属于这种类型。而该两种仿真类型在一定意义上其要求也是不同的,对研究型的仿真系统首先强调的是仿真的精确度,然后是仿真求解的速度。此外要求对仿真工况和系统的结构有很好的灵活的适应性,即要求具有进行灵活组态的能力。对培训型仿真系统其主要的要求是要有一定的精度和重要的实时性。

书中主要针对的是水利水电工程系统的研究型仿真而讲述的,共分14章。第1章水力机械的基本知识及其过渡过程概念;第2章管道瞬变流;第3章复杂管网系统组成及其边界条件;第4章系统调压元件的瞬变模型;第5章明流、明流管道流的联合计算及明满交替流计算;第6章叶片式水力机械边界模型;第7章水力机械的调节方式及导叶和桨叶的运动方程;第8章线性系统小波动状态空间法数字仿真;第9章计算机控制系统—离散连续系统的仿真计算;第10章大波动过渡过程的优化和计算;第11章水轮发电机组导叶最优控制;第12章双重调节机组瞬变过程的数字仿真;第13章自适应建模与程序通用化;第14章各类系统动态仿真范围、极值工况的确定及过渡过程仿真计算的一些参考标准与要求。前面9章内容基础性较强,后面5章内容专题性较强。读者可根据自己的具体情况重点选读有关章节。

第1章 水力机械的基本知识及其过渡过程概念

过渡过程是指一个动力系统在其自身特性变化或在外扰的作用下，由一个稳定状态到达另一个状态的过程。

水力机械装置系统的过渡过程特性与水力机械特性密切相关。本章主要讨论水泵全特性曲线、水泵水轮机全特性曲线、水轮机综合特性曲线的物理含义，论述水力机械过渡（动态）特性和装置（工程）系统过渡过程特性的关系及过渡过程的类型。为适应非水力机械专业人员阅读本书，本章还叙述了水力机械的相似性质及单位工作参数。

1.1 水力机械的工作特点及其相似性

1.1.1 水力机械的工作特点

水力机械包括泵和水轮机，是以水为介质进行能量转换和传输的机械。由于工作介质的密度大而可压缩性很小，所以当水力机械处于非稳定工况时，其工作介质的运动速度将会剧烈改变。此时，由于其惯性的存在，将给水力机械过流部件及引水、排水系统带来剧烈的压力变化，这将给水力机械本身以及引排水系统的强度和安全、系统的控制和调节，带来一系列必须研究和解决的问题。

此外，由于介质惯性的存在，为避免工况改变过程中出现过大的压力波动的同时，将伴随出现转动部件很大的转速变化，而过大的转速变化也将带来机械部件或厂房的剧烈振动，这时给机械强度和厂房安全带来严峻考验。

水力机械另一个工作特性是可逆性，即水力工作机可以做水力原动机，反之亦然。例如叶片式水泵可在水逆向流动而倒转，从而可当作水轮机运行。同样，水轮机在动力作用下或高速转动时，在惯性的作用下将出现像泵一样的运行工况。如果人为考虑其适应可逆运行的要求，例如抽水蓄能电站中的水泵水轮机即可很好地在两种工况下运行。因此，叶片式水力机械这种可逆性也带来其过渡过程的复杂性。

除上述水力机械的工作特点外，其另一重要特点是水力机械的运行环境往往不是孤立的。它常常与其他相关元件或水工建筑物一起组成一个复杂的水力系统。此外，还与动力源或电网相联，泵站往往多机并联或多级串联，有时为了改善过渡过程特性而设置一些其他元件，而这些元件或其他机组的过渡过程特性都将相互影响，给系统过渡过程带来复杂性。

此外，电网要求水力发电系统能随时适应负荷的变化而进行调节并保持转速恒定，即保持电网频率的稳定。引水提水工程要求每台泵或各级泵站能适应流量的调度而能及时起、停，转速调节（调频泵组）或桨叶角度的调整（转桨泵）等。所以中大型水利水电工程往往伴随有复杂的控制与调节系统。因此，研究水力机械过渡过程实际上研究的是水力机械装置系统及其控制或调节系统的动态特性，并涉及到电力系统或其他动力系统等。这也是该书将该类系统通称为水利水电工程系统的原因。

水力机械特别是叶片式水力机械的流量特性和力矩特性是与其所在系统的静态特性和动态特性密切相关的两个重要特性,而该两种特性都具有明显的非线性,在大波动过渡过程中其非线性将显现出来而影响过渡特性,所以在仿真建模时必须考虑其影响。对最优控制系统来说可以按线性系统进行设计,但必须用非线性系统加以校核才能应用。所以水力机械的非线性是其又一个重要的特点。

由上述可知,以水力机械为核心设备的水利水电工程系统的特点主要是水力惯性大,水力机械本身的可逆性、非线性特性和工作环境复杂。

1.1.2 水力机械的相似性

水力机械的相似理论,不仅是水力机械模型和原型之间进行换算的重要依据和水力机械设计中选用经过运行实践证明性能优良转轮的重要原理,而且也是在研究水力机械过渡过程仿真中不可缺少的原理,这是因为水力机械的过渡过程仿真往往在工程初建阶段,甚至可行性研究阶段就要预测水轮机或泵系统运行的稳定性及过渡过程品质,为水电站或泵系统设计提供依据。而机组的特性,特别是转轮的特性将直接影响过渡过程的动态品质。

转轮特性主要是指流量特性和力矩特性。这些特性一般只能通过模型实验才能获得,而不能直接对原型做实验来获得。而获得的特性在应用于过渡过程仿真时,必须将模型实验资料通过相似原理换算到原型机上,然后直接对原型进行过渡过程仿真计算。

1. 水力机械流动相似的三个条件

水力机械的模型和原型要达到性能一致,它们的流动必须是相似,而从流体力学知道两个系统要流动相似又必须满足三个条件:

(1) 几何相似。原型和模型的水力部件几何形状相似,即它们形成的流动空间中任意相应的两线段之间的夹角相同,任意相应线段保持一定的比例。

(2) 运动相似。意味着两流动的相应流线几何相似,也可以说相应点的流速大小成比例、方向相同,即两个流动的速度场相似。对水力机械来说实际上是两流动场对应点的速度三角形相似,所以流动相似的工况也称等角工况。

(3) 动力相似。指流动系统中作用于相应质点上的同名作用力成比例。这里所指的同名力,是指同一物理性质的力如重力、粘性力、压力、惯性力等。

两个完全相似的流动,上述条件必定成立,所以只要有模型的有关物理参数就可对应地换算到原型上来,用于水力机械选型或水力过渡过程计算。所以剩下的问题是如何保证上述条件的成立和如何进行换算,这两个问题可以通过相似准则来解决。

2. 无因次 N—S 方程及解的一致性条件

理论上任意一个流动,由基本方程和定解条件唯一确定。描述流动的原始变量的纳维—斯托克斯 (N—S) 方程为:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u_i \quad i = 1, 3$$

式中 u 、 x ——分别为速度、几何位置;

t ——时间;

f ——摩擦力；
 p ——压力；
 μ ——粘度；
 ρ ——密度；
 ∇^2 ——哈密顿算子。

取特征量： t_0 为时间； L 为长度； u_0 为来流速度； g 为作用在流体上的质量力强度（如重力）； p_0 为特征压强。则可设无量纲量：

$$\bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{x}_i = \frac{x_i}{L}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{u_0}, \quad \bar{f}_i = \frac{f_i}{g}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}$$

用无量纲量代替量纲量，得无量纲的连续方程和运动方程：

$$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{u_0}{L_0} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_i} = 0$$

$$\left(\frac{u_0}{t_0} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{t}} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{u_0^2}{L} \right) \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} = (g) \bar{f}_i - \left(\frac{p_0}{\rho L} \right) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} + \left(\frac{\mu u_0^2}{\rho L} \right) \nabla^2 \bar{u}_i \quad i = 1, 3$$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}_i^2}$ 是式中无量纲算子。第一式消去 u_0/L ，第二式同除 u_0^2/L ，经整理得：

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_i} = 0$$

$$\text{St} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{t}} + \sum_{i=1}^3 \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} = \text{Eu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} + \frac{1}{\text{Re}} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j \partial \bar{x}_i} + \frac{1}{\text{Fr}} \bar{f}_i \quad i = 1, 3 \quad (1-1)$$

式中无量纲数为： $\text{St} = \frac{L}{u_0 t_0}$ ， $\text{Re} = \frac{\rho u_0 L}{\mu} = \frac{u_0 L}{\gamma}$ ， $\text{Fr} = \frac{u_0^2}{gL}$ ， $\text{Eu} = \frac{p}{\rho u_0^2}$ ，分别称斯特劳哈尔（Strohal）数，雷诺（Reynolds）数，弗劳德（Froude）数和欧拉（Eular）数。其中 γ 为粘性运动系数。式（1-1）即为无量纲 N—S 方程。

上述方程的无量纲边界条件主要可归纳为：固壁条件 $\bar{u}_i = 0$ 及来流条件 $\bar{u}_i = \cos \alpha_i = \text{const}$ 等，在无自由界面条件下，无量纲基本方程和边界条件中含有以下无量纲参量 St ， Re ， Fr ， Eu 和 α_i ，则该方程组解的一般形式为：

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i(\bar{x}_i, \bar{t}, \text{St}, \text{Re}, \text{Fr}, \text{Eu}, \alpha_i)$$

$$\bar{p} = \bar{p}(\bar{x}_i, \bar{t}, \text{St}, \text{Re}, \text{Fr}, \text{Eu}, \alpha_i)$$

几何相似系统中 α_i 必相等，如果方程和边界条件中的所有无量纲参量 St ， Re ， Fr ， Eu 相等，则对应的无量纲方程有相同的解，即流动相似。流动相似的充分必要条件是：几何相似且无自由边界的流体流场中无量纲参数 St ， Re ， Fr ， Eu 相等，则流动相似。则流动的相似准则为：

- 1) 流体边界几何相似；
- 2) 有相同的无量纲方程；
- 3) 相同的无量纲边界条件和初始条件。

1.1.3 水力机械相似换算公式

由前述的相似准则可知具有几何相似（即边界几何相似）的水力机械的流动，在相同的无量纲边界条件和初始条件下，具有相同的无量纲方程时流动才相似。则根据方程中无

量纲参数 St , Re , Fr , Eu 必相等的原则, 可求得相似转轮的转速关系、流量关系及功率或力矩关系。

1. 两相似水力机械相似工况时的转速关系

将 $p = \rho g H$ (这儿 p 为压力; g 为重力加速度; H 为水力机械水头或扬程; V 为速度) 代入 $Eu = p / \rho V^2$ 可得:

$$V = \frac{1}{\sqrt{Eu}} \sqrt{gH} \quad (1-2)$$

用转轮直径 D (工程水轮机用 D_1 , 泵用 D_2) 表示 St 数表达式中的特征尺寸 L , 机组转速为 n 时其时间 T 可用转轮转一周的时间 $1/n$ 表示, V 用式 (1-2) 表示, 则可得:

$$\frac{Dn}{\sqrt{gH}} = \frac{St}{\sqrt{Eu}} = \text{const}$$

所以有:

$$\frac{D_p n_p}{\sqrt{H_p}} = \frac{D_m n_m}{\sqrt{H_m}} = \text{const} \quad (1-3)$$

下标 “p” “m” 分别表示原型和模型。

2. 流量之间的关系

转轮流量 Q 可以表示为:

$$Q = FV$$

式中 F ——转轮过水断面积;

V ——相应于过水断面的平均流速。

将式 (1-2) 代入上式则得:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{Eu}} F \sqrt{gH} = \frac{1}{\sqrt{Eu}} \frac{F}{D^2} D^2 \sqrt{gH}$$

所以有:

$$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \frac{1}{\sqrt{Eu}} \frac{F}{D^2}$$

对于几何相似的水力机械, F/D^2 应为常数, 则:

$$\frac{Q_p}{D_p^2 \sqrt{H_p}} = \frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{H_m}} = \text{const} \quad (1-4)$$

3. 功率或力矩之间的相互关系

水轮机的出力为:

$$N = \gamma Q H \eta$$

水泵的轴功率为:

$$N = \gamma Q H / \eta$$

式中 η ——效率。

当两相似水力机械效率相等时, $\eta_p = \eta_m$, 并考虑式 (1-4) 时则可得:

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{(\rho g Q H \eta)_p}{(\rho g Q H \eta)_m} = \frac{Q_p H_p}{Q_m H_m} = \frac{D_p^2 \sqrt{H_p^3}}{D_m^2 \sqrt{H_m^3}} \quad (1-5)$$

此外, $\frac{N_p}{N_m} = \frac{M_p n_p}{M_m n_m}$, 考虑到式 (1-3) 则:

$$\begin{aligned}\frac{M_p}{M_m} &= \frac{N_p}{N_m} \frac{n_p}{n_m} = \frac{D_p^2 H_p^{3/2}}{D_m^2 H_m^{3/2}} \frac{H_m^{1/2}}{D_m} \frac{D_p}{H_p^{1/2}} = \frac{D_p^3 H_p}{D_m^3 H_m} \\ \frac{M_p}{D_p^3 H_p} &= \frac{M_m}{D_m^3 H_m} = \text{const}\end{aligned}\quad (1-6)$$

这儿 M 为力矩。

1.2 水轮机的单位参数

1.2.1 一次近似单位参数

两相似的水力机械参数之间的关系，已在式 (1-3) ~ 式 (1-6) 中表示出来。几何相似的水力机械，满足相似判别数为常数的条件时，原型和模型之间的参数关系保持为常数。即当假定原型和模型的水力效率 η_h 、容积效率 η_q 和机械效率 η_{mec} 相等时，可得到第一次近似的单位参数，式 (1-3) ~ 式 (1-6) 变为：

$$\frac{n_p D_p}{\sqrt{H_p}} = \frac{n_m D_m}{\sqrt{H_m}}, \quad \frac{Q_p}{D_p^2 \sqrt{H_p}} = \frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{H_m}}, \quad \frac{N_p}{D_p^2 H_p^{3/2}} = \frac{N_m}{D_m^2 H_m^{3/2}}, \quad \frac{M_p}{D_p^3 H_p} = \frac{M_m}{D_m^3 H_m}$$

可将上述各式两边的常数设为 n'_1 , Q'_1 , N'_1 , M'_1 则有：

$$n'_1 = \frac{n D_1}{\sqrt{H}} \quad (1-7)$$

$$Q'_1 = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad (1-8)$$

$$N'_1 = \frac{N}{D^2 H^{3/2}} \quad (1-9)$$

$$M'_1 = \frac{M}{D^3 H} \quad (1-10)$$

常把 n'_1 , Q'_1 , N'_1 , M'_1 称作水轮机的单位参数，即分别称单位转速，单位流量，单位出力，单位力矩，表示在转轮直径、水头均为 1m 时的水轮机转速、流量、功率和力矩。这些单位参数可以用来表示水力机械的特性。如常用的水轮机综合特性曲线就是用 n'_1 、 Q'_1 作为纵坐标、横坐标的。

将式 (1-7) ~ 式 (1-10) 改写成以下形式，以便用于根据模型特性计算原型转轮特性的主要参数。

$$n = \frac{n'_1 \sqrt{H}}{D_1} \quad (\text{r/min}) \quad (1-11)$$

$$Q = Q'_1 D_1^2 \sqrt{H} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (1-12)$$

由于

$$N = \frac{\gamma Q H}{102} \eta \quad (\text{kW})$$

$$\begin{aligned}N'_1 &= \frac{\gamma Q H}{102} \eta \frac{1}{D_1^2 H^{3/2}} = \frac{\gamma Q'_1 D_1^2 \sqrt{H} H}{102} \eta \frac{1}{D_1^2 H^{3/2}} \\ &= \frac{1}{102} \gamma Q'_1 \eta\end{aligned}$$

所以

$$N = N'_1 H^{\frac{3}{2}} D_1^2 = \frac{1}{102} \gamma Q'_1 \eta H \sqrt{H} D_1^2 (\text{kW})$$

则

$$N = 9.81 \gamma Q'_1 D_1^2 H \sqrt{H} (\text{kW}) \quad (1-13)$$

$$M = M'_1 D^3 H \quad \text{或} \quad M = \frac{9.81 Q'_1 \gamma D^2 H \sqrt{H}}{2\pi n} \quad (1-14)$$

1.2.2 二次近似单位参数

在第一次近似时，假定原型和模型的效率相等，而实际上由于原型和模型在尺寸方面差别很大，水轮机的工作水头也相差较多，这样在几何相似而又在等角工况下工作时，其水力效率、容积效率和机械效率均不等的，则水轮机的单位参数也随效率的变化而改变。为提高动态仿真的精度从模型到原型进行转轮特性转换时应加以修正。

由式 (1-3) ~ 式 (1-6) 计入上述效率的影响可知：

$$\begin{aligned} \frac{n_p D_{1p}}{\sqrt{H_p}} &= \frac{n_m D_{1m}}{\sqrt{H_m}} \sqrt{\frac{\eta_{hp}}{\eta_{hm}}} \\ \frac{Q_p}{D_{1p}^2 \sqrt{H_p}} &= \frac{Q_m}{D_{1m}^2 \sqrt{H_m}} \sqrt{\frac{\eta_{hp}}{\eta_{hm}}} \frac{\eta_{qm}}{\eta_{qm}} \\ \frac{N_p}{D_{1p}^2 H_p^{3/2}} &= \frac{N_m}{D_{1m}^2 H_m^{3/2}} \left(\frac{\eta_{hp}}{\eta_{hm}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\eta_{mecp}}{\eta_{mecm}} \\ \frac{M_p}{D_p^3 H_p} &= \frac{M_m}{D_m^3 H_m} \frac{\eta_{hp}}{\eta_{hm}} \end{aligned}$$

式中 η_{hp} 、 η_{hm} ——分别为原型和模型的水力效率；

η_{qp} 、 η_{qm} ——分别为原型和模型的容积效率；

η_{mecp} 、 η_{mecm} ——分别为原型和模型的机械效率。

假设两几何相似的水轮机，它们的容积效率和机械效率分别相等；假设水力效率的比值等于总效率的比值，即 $\eta_{qp} = \eta_{qm}$ ； $\eta_{mecp} = \eta_{mecm}$ ； $\eta_{hp}/\eta_{hm} = \eta_p/\eta_m$ ，这样，可得到考虑效率后的近似的单位参数值。

$$n'_{1p} = n'_{1m} \left(\frac{\eta_p}{\eta_m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-15)$$

$$Q'_{1p} = Q'_{1m} \left(\frac{\eta_p}{\eta_m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-16)$$

$$N'_{1p} = N'_{1m} \left(\frac{\eta_p}{\eta_m} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1-17)$$

$$M'_{1p} = M'_{1m} \frac{\eta_p}{\eta_m} \quad (1-18)$$

这儿考虑效率后的单位参数称作第二次近似的单位参数。

由以上分析可知，水轮机单位参数的精确程度是与水力机械的相似理论的发展和模型试验技术水平高低有密切关系的，随着技术的进步，尽量采用比较精确的换算公式，对提高水力机械系统的动态仿真精度是很重要的，一般应按第二次近似的单位参数进行换算。