



21世纪高等师范院校学科教学论教材

# 数学

# 教学论

SHUXUEJAOXUELUN

主编 罗增儒 李文铭

陕西师范大学出版社

21世纪高等师范院校学科教学论教材

# 数学 教学论

主编 罗增儒 李文铭

陕西师范大学出版社

图书代号:JC6N1046

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论/罗增儒,李文铭主编. —西安:陕西师范大学出版社,2002.12  
21世纪高等师范院校学科教学论教材  
ISBN 7-5613-2565-7

I. 数... II. ①罗... ②李... III. 数学课—教学法—师范大学—教材  
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 000934 号

## 数学教学论

罗增儒 李文铭 主编

---

责任人 李亚利  
封面设计 吉人设计  
出版发行 陕西师范大学出版社  
社址 西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)  
网址 <http://www.snnupg.com>  
经销 新华书店  
印刷 西安明华彩印有限公司  
开本 787mm×960mm 1/16  
印张 23.5  
插页 2  
字数 380 千  
版次 2006 年 12 月第 2 版  
印次 2007 年 12 月第 2 次印刷  
定价 28.00 元

---

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与本社教材中心联系、调换。

电 话:(029)85307826(传真) 85303622

E-mail:jcc@snnupg.net

# 21世纪高等师范院校学科教学论教材

## 编委会

编委会主任 罗增儒

编委（以姓氏笔画为序）

王较过	白文新	史 兵	卢康娥	朱明光
刘天才	李少伶	李文铭	李景阳	张正东
张迎春	汪 忠	吴俊明	何润伟	宋 瑾
赵克礼	杨承印	罗增儒	姬秉新	袁书琪
高 明				

# 前　　言

为了适应基础教育课程改革的需要,变革课程教学论教材相对陈旧的状况,同时,也为了在新世纪开始之际,通过历史回顾和初步总结,促使学科教学论日趋成熟,陕西师范大学出版社策划编写一套《21世纪高等师范院校学科教学论》教材。经过各学科专家的多次讨论,确定了此套教材的四个基本特色。

1. 体现时代特色。此套教材是在中国教育大变革过程中组织编写的高等师范院校本科教材,一方面体现基础教育课程改革的理念和要求,另一方面体现高等师范教育自身发展的特色和与时俱进的最新成果,包括现代教育理论成果和近年来成功的教学实践成果。
2. 体现创新特色。此套教材在继承教材教法经验的基础上,对传统学科教学论的框架有所突破,内容有所创新,体现现代教育理念和先进的方法体系,成为新世纪贯彻素质教育的学科教学论新平台。
3. 体现基础性特色。各科教材均精选教师教育所必备的基础知识和基本技能为其主干内容,以课程论、学习论、教学论、教育评价为主线展开,注重教师基本能力(包括多媒体技术的使用)的培养。
4. 体现实用性特色。明确为中学教学服务、为学生走上讲台服务的主旨,从内容到形式都为学生学习和将来适应中学教学工作的需要服务,体现可操作性。在对理论阐述的基础上,介绍具体方法和实施过程,体现案例教学,注重与社会生活的联系,使学生感到真实有用,乐于学习。

为此,各学科从提纲的草拟到编写人员的组织都经过了认真研讨和严格筛选。从目前的情况看,经过国内广大学者的共同努力,各科都实现了编写的意图。同时,我们也看到在学科性质与一般教育理论的结合上,在实践性与理论性的平衡上,在多学科融合与本学科独立性的协调上,还存在一些需要进一步研究的问题。这反映了学科教学论正处于发展中的特点,不同的观点、不同的角度恰好为学科教学论的建设注入了无穷无尽的活力。

如今,这套教材已出版三年了,在全国近四十所高等师范院校使用,接受了专家和广大师生的实践检验,得到了较高的评价。

但是,随着基础教育新课程改革的深入,高中段课程标准的颁布,在基础教育教学层面许多新教法、新学法不断涌现,新的课程标准教材也在实践中得到不断完善,师范院校的教材教法课也在实践中得到调整。因此,在广泛征求使用院校意见的基础上,我们对此套教材进行了重新修订。值此修订再版之机,我们特别感谢给予本套教材热切关注并亲自作序的华东师大课程与教学研究所所长、博士生导师钟启泉教授;感谢全国各地使用院校师生提供的意见和建议,使我们此套图书更趋完善;感谢陕西师范大学出版社为本教材的出版付出的辛勤劳动和所提供的经费支持。

丛书编委会

# 序

钟启泉

当代教育的改革和发展已经开始聚焦在变革学校课程与教学的层面上,当前我国正在进行的基础教育课程改革,就在相当程度上回应了我国教育所面临的挑战和现实问题。课程改革是教育改革和发展的关键环节。2001年6月,教育部颁布了《基础教育课程改革纲要(试行)》,并决定从2001年秋季开始,用5年左右的时间,在全国范围内实行基础教育新的课程体系。新课程的实施是我国基础教育战线一场深刻的变革,新的课程理念、新的教材体系、新的评价观念,既强烈冲击着现有的师范教育体系,又对广大教育工作者提出了更高更新的要求。

教师发展是课程开发的中心。课程与教学的变革和发展需要一线教师的积极参与,教师自身的理论素养和实践能力是决定课程与教学改革成败的关键。新课程在课程理念、课程目标、课程功能、课程结构、课程内容、课程实施、课程评价及课程管理等方面都发生了重大变革,较原来的课程有了重大创新和突破。它既要求师范院校在现有的教师培养过程中融入新课程理念,使未来的教师能够了解新课程、理解新课程,又要求一线教师更新教育观念,改进原来习以为常的教学方法、教学行为和教学手段,重新确立和认识自己的角色,改变课堂教学组织方式,提升课程意识,提高教师专业化水平。

由陕西师范大学出版社出版发行的《21世纪高等师范院校学科教学论》系列教材,以培养适应新课程和新教材的新型教师为出发点,本着为教师教学服务的原则,努力凸现未来的教师以及在职教师如何更快更好地适应新课程理念下各学科的教学。本套教材在扼要阐述教学理论的基础上,详细介绍了各学科教学的具体方法、过程,展现多层次的、多种类的教学设计和方案,具有较强的实用性和可操作性。更难能可贵的是现代教育技术应用在该教材中自成章节,教学内容设计亦尽量利用现代教育技术,为未来的教师适应新课程下的教学需要提供了一个平台。

这套教材突破传统学科教学论的局限,体现当代基础教育课程改革指导纲要

的基本思想,以新的教育理念贯穿全书,把新课程标准的各项要求融入其中,力图把握学科教育发展的脉搏,介绍和分析各学科教学的特点,勾勒出各学科教学的整体轮廓;同时,教材所表达的学科教学发展的最新理念将对我国学科教学的转型产生一定的促进作用,而其分析和介绍的学科教学的实践模式亦将对我国新的课程改革和教学实践产生一定的促进作用。而且,这套教材具有相对完整的体系,它由十二部著作组成,既阐释和分析了学科教学的一般理念和学科教学的设计范式,也包容了学校课程体系中的绝大部分学科。就整套教材来看,它又是我国课程和学科教学论研究的一项系统工程,它的出版在一定程度上推动了我国学科教学论的理论研究和实践探索,同时也有效地推进了学科教学过程的优化。

这套系列教材由全国基础教育课程标准研制核心组成员、学科教育专家以及一大批长期从事学科教学论教学的中青年学者共同参与编写。教材所涉内容贴近一线教师的教学实践,充分反映学科教学方面最新的研究成果,为师范院校本科生的学习和在职教师的进修提供了系统的学科教育观念、教学设计的策略以及课程教学的科学性知识。它既可作为师范院校本科生必修的教法课教材,也可作为在职教师培训的适用教材,也是在职教师更新教育教学观念、理解新课程标准、提高教学艺术的较好的参考读物。

目前,几乎所有国家的课程与教学改革中,教师专业素养的提高都被视作一项重要的策略和任务,我国现实的基础教育课程改革同样高度重视这项策略和任务的有效完成。教师专业素养的提高是一项复杂而艰巨的工程,它既需要师范院校的专门培养,又需要教育主管部门有计划地开展正规的师资培训;既需要推广和实践我们已经取得的成功经验,更需要教师从专业发展的角度展开积极的自主学习和研究。“21世纪高等师范院校学科教学论”系列教材为广大教师提高专业素养开辟了一条很好的途径。

课程改革的成败关键在于教师。希冀师范院校学生和广大教师能够积极了解新课程、理解新课程,增强课程改革的信心,提高运用新课程的能力和水平,以课程改革为重要契机,在理论上提升,在实践中学习,在反思中进步,努力提高专业化水平,并以主人翁的姿态投入到实践新课程的浪潮之中。

愿我们与新课程共同成长!

# 目 录

<b>绪 论 .....</b>	( 1 )
<b>第一章 数学教学论的特点及研究方法</b>	
* 第一节 数学教学论的基本特点 .....	( 5 )
* 第二节 数学教学论的研究对象 .....	( 7 )
* 第三节 数学教学论的研究方法 .....	( 8 )
* 第四节 数学的发展趋势及其新的特点 .....	( 11 )
<b>第二章 数学课程的基本理论</b>	
第一节 我国数学课程的演变与发展 .....	( 16 )
第二节 数学课程的基本问题 .....	( 18 )
<b>第三章 中学数学课程改革</b>	
* 第一节 国外数学课程的现状 .....	( 27 )
第二节 数学教育改革的趋势 .....	( 40 )
第三节 中学数学课程改革的必要性 .....	( 44 )
第四节 新教育理念及数学课程改革思路 .....	( 51 )
* 第五节 新的中学数学课程标准解读 .....	( 56 )
<b>第四章 数学学习的基本理论</b>	
第一节 数学学习的概念及其特点 .....	( 63 )
第二节 教育心理学与数学学习 .....	( 67 )
* 第三节 数学学习的过程 .....	( 75 )
<b>第五章 与数学学习有关的问题</b>	
第一节 数学学习的记忆和迁移 .....	( 88 )
第二节 非智力因素对数学学习的影响 .....	( 91 )
* 第三节 数学学习原则 .....	( 100 )

* 第四节	数学学习方法及学法指导	(102)
-------	-------------	-------

## 第六章 数学教学的基本理论

第一节	数学教学目的	(117)
-----	--------	-------

* 第二节	关于教学目的的理论研究	(125)
-------	-------------	-------

第三节	数学教学原则	(131)
-----	--------	-------

## 第七章 数学教学的方法与过程

第一节	数学教学的传统方法	(141)
-----	-----------	-------

* 第二节	数学教学的新方法	(150)
-------	----------	-------

第三节	数学教学过程	(160)
-----	--------	-------

## 第八章 数学教学工作

第一节	备课与说课	(169)
-----	-------	-------

第二节	课堂教学概论	(174)
-----	--------	-------

第三节	数学基础知识教学	(179)
-----	----------	-------

第四节	数学基本能力的培养	(183)
-----	-----------	-------

## 第九章 数学课外工作及其他

第一节	数学课外工作	(192)
-----	--------	-------

第二节	数学学习成绩的考核	(194)
-----	-----------	-------

* 第三节	微格教学简介	(197)
-------	--------	-------

* 第四节	数学教育实习	(199)
-------	--------	-------

## 第十章 数学课堂教学技能与数学教师

第一节	数学课堂教学技能概述	(204)
-----	------------	-------

第二节	数学教学的基本技能	(206)
-----	-----------	-------

第三节	教学过程的调控技能	(212)
-----	-----------	-------

* 第四节	数学教师的素质及其培养	(216)
-------	-------------	-------

* 第五节	数学教师的教学与教育研究	(222)
-------	--------------	-------

## 第十一章 数学思维与数学思想方法

* 第一节	数学思维的类型及其品质	(229)
-------	-------------	-------

* 第二节	数学思想和数学方法概念辨析	(243)
-------	---------------	-------

* 第三节	中学常用的数学思想方法	(246)
-------	-------------	-------

## 第十二章 现代信息技术与数学教学

* 第一节	利用信息技术教学的理念及原则	(256)
-------	----------------	-------

* 第二节	多功能教室教学	(259)
-------	---------	-------

第三节	计算机辅助数学教学	(262)
-----	-----------	-------

第四节	数学课件开发与制作	.....	(270)
* 第五节	网络及远程教育	.....	(274)
<b>第十三章 数学教育评价</b>			
* 第一节	数学教育评价的概念与功能	.....	(279)
第二节	数学教育评价的过程	.....	(283)
* 第三节	对数学教材的评价	.....	(293)
* 第四节	对数学教师的评价	.....	(295)
* 第五节	对数学学习的评价	.....	(303)
第六节	对学生数学能力的评价	.....	(317)
第七节	常用统计量和统计方法	.....	(322)
附录1	《普通高中数学课程标准(试验稿)》(存目)	.....	(335)
<b>附录2 教学案例</b>			
案例一	经历学习和探究的全过程——信息技术与课程整合的课例精选	...	(335)
案例二	数学方法论与数学教学案例二则	.....	(339)
案例三	“函数的奇偶性”课例之一	.....	(344)
案例四	在“三角形内角和定理”的课堂上	.....	(353)
案例五	在信息技术下高中数学教学方式以及学生学习方式发生变化的 案例	.....	(357)
后记	.....	.....	(363)

# 绪 论

数学教学论是数学教育学的主体部分,而数学教育学是研究数学教育规律的一门专业化学科,它经历了从产生、发展到专业化的形成过程,这一过程是随着数学教育的发展而发展的。

数学教育的历史与数学的历史同样悠久。就世界范围而言,古埃及、古巴比伦、古希腊、中国、印度等地的数学起源都是很早的,大约 4000 年前古埃及就已有关于几何、算术知识的记载。出于人类继承文明的需要,伴随着数学知识的出现也就产生了数学教育。据中国《周礼》记载,始于公元前 11 世纪的西周时代,其教育内容为“六艺”:礼、乐、射、御、书、数,数学为其中之一,这说明至少在我国周代,数学教育已从生产和生活中分离出来,并成为当时国学(官学)和私学中的教育内容之一。与此同时,其他国家和地区的宫廷学校、祭司学校、神庙学校、文士学校等各类学校中也都传授数学知识。不过,当时的数学教育形态是极初等的、零散的,更不要说把数学教育作为独立的研究对象来研究了。

随着近代社会发展进程的加快,数学教育与社会、与数学科学以及与受教育者之间的矛盾日益突出,人们越来越意识到,探究数学教育这一特殊教育过程的内在规律的重要性和迫切性。但是,何时开始有了研究数学教育现象的萌芽,具体时间已难以考证,这中间一定经过了漫长的历史演变过程。不过,最早提出把数学教育过程从教育过程中分离出来,并作为一门独立的科学加以研究的是瑞士教育家裴斯泰洛齐(J. H. Pestalozzi)。他于 1803 年发表的《关于数的直觉理论》一书中,第一次提出了“数学教学法”这一名称。这便是独立研究数学教育理论的发端。

清朝末年,我国也开始编译中学数学课本和教学法书籍,当时的京师大学堂里就列有“算学教授法”的课程。1908 年,赵秉良编译了日本藤泽利喜太朗著的《算术条目及教授法》一书,由上海南洋官书局发行。民国以后的出版物,把论及数学教学的著作都冠以“数学教学法”的标题。我国自编的数学教学法书籍,始于商务印书馆 1949 年 1 月出版的《中学数学教学法》一书,该书是刘开达总结了自己多年的数学教学经验于 1947 年写成的。该书对数学教学现状、教学目的、教学原则等作了论述,还论述了算术、代数、几何、三角教学法。

建国以后,我国中小学数学教材基本上是照搬前苏联的,高等师范院校数学教育专业的课程设置和教材也是如此。中学数学教学法课的教材是翻译前苏联伯拉基斯的《中学数学教学法》。此后虽有国内学者的数学教学法著作陆续问世,但都未能超越“教材的教法”,仅停留在传授具体数学教学经验的层面上。

1969年召开的第一届国际数学教育会议的决议中提出:“数学教育越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科”。这是新技术革命时代社会发展对数学教育的呼唤。数学教育是诸学科教育中最为活跃的。在经历了近代化运动和“新数学运动”之后,人们逐渐意识到需要对数学教育本身进行全面性的研究,并渴望有数学教育理论的指导,而不再仅仅是教学法一招一式的探讨。进入20世纪70年代,前苏联出版了第一本《数学教育学》。1982年,在中国教育学会数学教学研究会的成立大会和首届年会上,提出了“建立数学教育学,形成数学教育这一专门的学科”的任务。1984年由丁尔升将前苏联斯托利亚尔的《数学教育学》译成中文出版。从“数学教学法”或“数学教材教法”到“数学教学论”并进而为“数学教育学”,这不仅仅是一个“称呼”的问题,而是包含着质的飞跃,它反映了20世纪数学教育思想的演变过程。

过去在高等师范院校开设的“中学数学教材教法”这一传统课程,往往只回答具体内容怎么教的问题,注重的是一招一式、一技一艺的传授和获得。有的内容甚至变成数学教材的重复,较少从中提炼出教学规律,未能回答数学教育的本质问题;其内容主要是以课堂教学为主体,以施教方法为核心,以经验描述为内容而展开,是“教师—教材—学生”的单性循环,而不是全方位的立体交叉研究;只注重经验描述,而未能将实践经验升华为数学教育科学原理并用理论指导数学教育实践,以致其理论性不强,缺乏科学性。

现代教学论和各专业学科的发展,将“数学教材教法”上升为“数学教学论”并进而为“数学教育学”,不仅研究如何教,还要研究教什么、为何而教、如何学、学到何种程度、如何评价等等,涉及数学的认识论、价值观和方法论的一系列问题,把“教与学”作为一个系统工程进行全面的系统性研究。因而,“数学教育学”是依据数学科学的特点,揭示专业学科与教育学、心理学之间的内在联系,以寻求数学科学与教育学、心理学在教育过程中的最佳结合为目标,使之达到教学规律与数学科学特点的统一。所以,“数学教育学”是综合哲学、社会学、文化学、教育学、心理学、逻辑学以及数学学科特点的综合性科目,并有着自己独立的研究对象和理论体系。

我们在一开始所说的——数学教学论是数学教育学的主体部分,并把本教材命名为“数学教学论”,有以下三层意思或者说是三个原因:其一,一般认为,数学教育学虽然涉及广泛的研究内容,但至少包括数学课程论、数学学习论和数学教学论在内,由于

数学课程论和数学学习论的研究结果和理论体系相对还不够完善,因此其中数学教学论可以说是数学教育学的主干内容,即从狭义的观点来看,数学教育学从学校的数学教学过程出发,主要的研究对象为数学课程、数学学习和数学教学这三个方面的问题,我们不妨把它们归入数学教学的理论系统之中;其二,由于数学教育学形成的时间不长,其中数学课程论和数学学习论的理论体系尚未真正建立,因此把数学教育学作为一门学科来看还存在着许多不同的见解和争议。鉴于目前并未得到一致公认,故暂且称作“数学教学论”也还可以接受;其三,由于本教材篇幅所限,也不可能全面介绍数学教育学的系统内容,而本教材的适用对象主要是即将走上中学数学讲台的高等师范院校数学专业的本科生,因此重点介绍的内容也应当是与数学教学密切相关的问题。

# 第一章 数学教学论的特点 及研究方法

## 本章题旨

本章概括叙述数学教学论的形成过程、学科基本特点、研究对象和研究方法等几个基本问题，由此对数学教学论的历史沿革及学科性质有一个总体了解，同时掌握现代数学发展的新特点和国内外数学教育改革的形势。

## \* 第一节 数学教学论的基本特点

数学教育是一种社会文化现象,其中有许许多多的奥秘需要人们去研究,这便使数学教学论应运而生。从事数学教育研究,既要通晓数学,又要研究教育,但它又绝非“教育学原理+数学例子”。数学教学论是综合数学、教育学、心理学、哲学、文化学、思维科学、系统科学、信息技术学等多门学科的交叉科学,它具有综合性、实践性、科学性、教育性等基本特点。

### 一、综合性

从学科结构上看,数学教学论是与数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学、信息技术学等学科相关联的一门综合性学科。

数学是数学教育的具体教育内容,因而研究数学教育必须要有一定的数学修养,而且数学的造诣越高,越容易把握数学内部的精髓。数学教学论要研究中学数学课程的结构、教学原则、教学方法、学生学习乃至教学全过程,因此必须立足于数学专业知识和教育理论。

教学过程又是积极的心理活动过程,因而又必须用到心理学的理论。学生是数学教育的对象,学生学习数学的过程是一个特殊的认知过程,因此,数学教育必须研究其中的认知规律。事实上,数学学习的心理过程研究应该作为数学教学论的基本立足点,因为学生学习的数学知识是人类建构出来的,而这一过程需要学生重新建构,这实际上是一种认知过程。只有将数学学习过程中的某些问题研究清楚了,对相应的其他问题才有可能展开研究,由此可知科学是数学教学论的理论基础。

数学教育涉及许多领域,可以从不同的角度进行研究,而数学教育哲学则是统领这一切的。数学教育哲学从哲学的高度反思数学教育实践中的种种具体现象,并用相关的理论指导教学实践。所有的数学教学法都建立在一定的数学哲学之上,所以,数学教学论与哲学也密切相关。

此外,数学教育必须借鉴过去的经验教训,因而又要借助于数学史特别是数学教育史;数学教学与思维密切相关,从而数学教育研究与思维科学不可分割,而思维科学发展最深的是逻辑学,数学教学又显然与逻辑学有密切关系;数学教育中教与学活动之动作,需要有技术作支撑,尤其是现代信息技术将从根本上提高数学教育的有效性,因此现代数学教育研究离不开现代教育技术;人们普遍认识到数学教学既是一门科学,又是一门艺术,数学理论本身以及数学教育中都有极为丰富的美学问题需要探讨,

今天的数学教育理论中,若不包括对美学的研究则是不完备的。数学教学论的综合性表现在要吸收和利用众多相关学科的理论、原理和方法,而不是随意拼凑或简单组合就能推动数学教学论的发展。

## 二、实践性

教学是一种实践活动,这就决定了数学教学论是一门实践性很强的理论学科。数学教学论所要研究的诸多问题,从课程、教材到教学方法,从教学规律和学习规律到评价,无一例外地离不开教育教学实践。教学实践既是数学教学论研究的出发点,也是归宿。

一方面,数学教学论要以广泛的实践经验为背景,数学教育实践是数学教学论的根基。教育科学原理渊源于对长期教育实践经验的总结,离开了实践,数学教育就成了无源之水,无本之木。数学教育理论需要在实践中总结、验证、完善,同时,数学教学论所要研究的问题也来自于实践,通过对实践中提出来的大量有价值的问题进行研究,才不断推动着数学教育研究向前发展。此外,数学教学论还需要以试验为基础。课程教材的改革、新教学方法的使用,都必须先进行试验、验证、修订,然后才能加以推广。“新数运动”由于受潮流的推动,未经实验就广泛铺开,缺乏实验依据,结果必遭挫折。这一历史的教训再次表明了数学教育研究必须立足于实践。

另一方面,数学教学论要指导实践,服务于实践,并通过实践来检验理论。数学教学论对现实的指导性,正是数学教学论研究的根本目的。“新数运动”是一次全球性变革数学教育的实践活动,在当时教育理论依据不足的情况下,仅依靠热情和良好的愿望来进行,带有较大的盲目性。这也说明,必须要分析研究实际问题,并使理论真正成为符合实际情况的、有效的指导原则。

## 三、科学性

科学性是任何一门科学最基本的特点。当然也是数学教学论的基本特点之一。尽管教育科学的原理渊源于对长期教育实践的总结,但它毕竟不是实践经验,而是经过了科学的提炼和升华,达到了认识的理性化。数学教学论的科学性表现在,依据数学学科的特点,揭示其与教育学、心理学之间的内在联系,以寻求数学学科与教育、心理等学科在教育过程中的最佳结合,使之达到教学规律与数学学科特点的高度统一。

以教育学、心理学作为理论基础的数学教学论,不可避免地含有相关的内容,以体现出教育科学的共同特征。它从自身的研究对象出发,以其独特的方法将教育学原理融会到数学教育与教学中去,总结出自身的规律,指导数学教育实践。

数学教学论的科学性区别于其他科学的是,教育或教学的出发点是人,学习者身