ECONOMIC GROWTH

经济增长、波动与调整

Economic Growth, Fluctuation and Adjustment

伍海华 / 编著

经济科学出版社
Economic Science Press

ECONOMIC GROWTH

经济增长、波动与调整

Economic Growth, Fluctuation and Adjustment

伍海华/编著

经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目（CIP）数据

经济增长、波动与调整／伍海华编著. —北京：经济科学出版社，2004.6
ISBN 7－5058－4077－0

Ⅰ. 经…　Ⅱ. 伍…　Ⅲ. 经济增长－经济分析
Ⅳ. F061.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 035604 号

出版策划：求真工作室
责任编辑：张　频
责任校对：徐领弟
版式设计：代小卫
技术编辑：董永亭

经济增长、波动与调整
伍海华　编著
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
北京毕诚彩色印刷厂印刷
河北三佳集团装订厂装订
787×1092　16 开　15.5 印张　390000 字
2004 年 6 月第一版　2004 年 6 月第一次印刷
印数：0001—5000 册
ISBN 7－5058－4077－0／F·3368　定价：28.00 元

目　录

▶第1章◀

收入决定模型

1.1 古典的国民收入决定模型

假设经济中只存在一种商品，记为 Y，这也是整个社会所有的收入。这个收入可以从产品的最终用途来计算，也可从产品市场的分配来计算。可写出国民收入恒等式：

$$Y = C + I + G + \delta K \tag{1.1.1}$$

记私人消费为 C，投资水平为 I，政府成本为 G，同时假设资本存量存在折旧，折旧因子为 δ，资本存量为 K，因此用来补偿资本存量折旧的总产出为 δK。

从方程（1.1.1）来看，要决定国民收入，就必须研究消费、投资和政府成本；而要研究消费行为、投资行为和政府的成本就要考虑厂商行为、消费者行为和政府行为。在经济运行中，厂商雇佣劳动力和资本来生产产出；政府通过税收和发行货币、债券来得到收入，满足自己的成本；消费者拥有政府的债券、货币和股票，提供劳动力从而获得收入，来满足自己的消费。

一、厂商行为

假设经济中存在 n 个完全竞争的厂商，每个厂商雇佣资本存量和劳动力来生产同一种产出；假设这些厂商的技术完全相同，即其生产函数是相同的。记 K_i 和 L_i 分别为第 i 个厂商所雇佣的资本和劳动力。其产出 Y_i 可表示为：

$$Y_i = F(K_i, L_i), i = 1, 2, \Lambda, n \tag{1.1.2}$$

函数 $F(K, L): R_+ \times R_+ \rightarrow R_+$ 为二阶连续可微的函数，称之为生产函数，它满足如下假设要求。

（1）$F(0, L) = 0$，$F(K, 0) = 0$，即没有资本投入或者没有劳动力投入都不可能生产出产品。

（2）函数 $F(K, L)$，对于变量是非降的，即投入品越多，产出越多。由生产函数的可微性，可表示为：

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \geqslant 0, \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \geqslant 0$$

（3）生产函数是常数规模回报的，即对任意的 $\lambda > 0$，有：

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

由假设（3）可知，若将所有的投入同时提高 λ 倍，总产出也会相应地提高 λ 倍。在连续可微下，可得 Euler 方程如下：

$$F(K, L)=\frac{\partial K(K, L)}{\partial K} K+\frac{\partial F(F, L)}{\partial L} L$$

Euler 方程说明在完全竞争下，具有常数模型回报的厂商的所有收益被资本回报和工资所瓜分，故其极大化利润为零。

（4）生产函数对变量是拟凹的。即对任意生产可行性计划（K_1，L_1），（K_2，L_2）和任意的 $\lambda \in[0, 1]$，有：

$$\begin{aligned}&F(\lambda K_1+(1-\lambda) K_2, \lambda L_1+(1-\lambda) L_2)\\&\geqslant \min \{F(K_1, L_1), F(K_2, L_2)\}\end{aligned}$$

条件（4）等价于厂商的要素需求集是凸集合。但它在应用中较难，因此通常用更强的条件来代替。

（5）生产函数对变量是严格凹性，即对任意不同生产可行性计划（K_1，L_1），（K_2，L_2）和 $\lambda \in[0, 1]$，有：

$$F(\lambda K_1+(1-\lambda) K_2, \lambda L_1+(1-\lambda) L_2)>\lambda F(K_1, L_1)+(1-\lambda) F(K_2, L_2)$$

在生产函数可微下，严格凹性等价于生产函数的 Hessian 矩阵是负定的。可得：

$$\frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial K^2}<0, \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial L^2}<0$$

故在生产函数严格凹性下，资本存量和劳动力的边际生产率都是递减的。

（6）生产函数满足 Inada 条件，即：

$$\begin{aligned}&\lim_{K \rightarrow \infty} F_K(K, L)=0, \lim_{L \rightarrow \infty} F_L(K, L)=0\\&\lim_{K \rightarrow 0} F_K(K, L)=\infty, \lim_{L \rightarrow 0} F_L(K, L)=\infty\end{aligned}$$

假设（6）表示当资本存量水平或者劳动力水平充分大时，其边际生产率充分小；反之，当其水平充分小时，其边际生产率充分大。这些条件保证在最优时，资本存量和劳动力不可能为零。

在静态模型中，假设对于每个生产者而言，资本存量是给定的，故不存在资本存量的积累和改变，这也排除了在资本市场上的资本之间的买卖。因为每个厂商在任意时刻不能进行资本买卖交易，因此厂商只能在劳动力市场进行操作。假设产出的价格水平为 p，拥有资本存量 K_i，劳动力投入为 L_i 的厂商的利润可以表示为：

$$\prod_i=p F(K_i, L_i)-w L_i-(r+\delta-\pi) p K_i \tag{1.1.3}$$

其中 r 为名义利率，π 预期到的资本价格的上升。因此 $r+\delta-\pi$ 是厂商雇佣资本的边际成本。在市场上 $p(r+\delta-\pi)$ 表示要增加一个单位的资本品所要成本的钱（这已表示成名义量了）。

厂商决策就是选择所要雇佣的劳动力来极大化它的利润。因此，最优性条件为：

$$\frac{\partial \prod_i}{\partial L_i}=p F_{L_i}(K_i, L_i)-\bar{\omega}=0$$

即：

$$F_{L_i}(K_i, L_i)=\bar{\omega} / p \tag{1.1.4}$$

式（1.1.4）表示了厂商对劳动力的需求，它表示在资本存量给定的条件下，厂商选择劳动力水平使得劳动力的边际生产率等于实际工资水平 w/p。从上方程可知厂商的资本存量的边际生产率和劳动力的边际生产率仅仅依赖于资本存量——劳动力比率，因此，市场上这 n 个厂商的资本存量——劳动力比率的边际生产率都是相等的，仅仅与生产函数有关。在整个市场，总的产出为 n 个厂商的产出之和：

$$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i = \sum_{i=1}^{n} F(K_i, L_i) \tag{1.1.5}$$

由生产函数假设条件（3），有：

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = \sum_{i=1}^{n} (F_{K_i}(K_i, L_i)K_i + F_{L_i}(K_i, L_i)L_i)$$

考虑到边际生产率仅仅与资本存量——劳动力比率水平相关，而且对于这 n 个厂商都是相等的，故可将上式改写为：

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = F_K\left(\frac{K_i}{L_i}, 1\right)\sum_{i=1}^{n} K_i + F_L\left(\frac{K_i}{L_i}, 1\right)\sum_{i=1}^{n} L_i$$

对每个厂商而言，资本存量——劳动力比率都是相同的，而且等于整个经济的资本存量——劳动力比率 K/L。因此上式同样表示为：

$$Y = F_K\left(\frac{K}{L}, 1\right)K + F_L\left(\frac{K}{L}, 1\right)L$$

因此，得到在均衡时总量的生产函数 $F(K, L)$，而且同样满足劳动力的边际生产率等于实际工资水平的条件：

$$F_L(K, L) = \omega/p \tag{1.1.6}$$

通过方程（1.1.6），可得整个社会对劳动力的需求。

为求得国民收入恒等式中的投资，现在来考虑厂商对资本的需求。首先考虑厂商需求，因为每个厂商的生产函数都是相同的，故讨论单个厂商行为和讨论总量的生产行为是一致的。下面只考虑总量的生产函数情形。

对于资本存量和劳动力水平分别为 $K(t)$，$L(t)$ 的厂商来讲，在支付工资报酬和资本折旧后，剩余资产即厂商得到的资产净值，这些资产净值厂商会返回资本的持有者。在时刻 t 的资产净值可表示为：

$$p(t)F(K(t), L(t)) - w(t)L(t) - \delta p(t)K(t)$$

故该公司所有资产净值的和为：

$$V(s) = \int_s^{\infty} (p(t)F(K(t), L(t)) - w(t)L(t) - \delta p(t)K(t))e^{-r(t-s)}\mathrm{d}t$$

其中 r 为利率，假设为正常数。

为简单起见，将价格变化路径和工资变化路径外生化。假设消费者希望价格变化路径工资变化路径分别为：

$$p(t) = p(s)e^{\pi(t-s)},\ w(t) = w(s)e^{\pi(t-s)}$$

π 为通货膨胀率。上面方程表示价格的增长率和名义工资的增长率相同，故它们表示消费者希望实际工资收入 w/p 具有相对的稳定性。这样，把上面的路径代入 $V(s)$，可得：

$$\begin{aligned} V(s) = {} & (p(s)F(K(s), L(s)) - w(s)L(s) \\ & - \delta p(s)K(s))\int_s^{\infty} e^{-(r-\pi)(t-s)}\mathrm{d}t \end{aligned}$$

$$= \frac{p(s)F(K(s),L(s)) - w(s)L(s) - \delta p(s)K(s)}{r-\pi}$$

将上式稍作变化，得：

$$V(s) = \frac{p(s)(Y(s) - w(s)/p(s)L(s) - F_K K(s)}{r-\pi}$$

$$+ \frac{p(s)K(s)(F_K - (r+\delta-\pi)}{r-\pi} + p(s)K(s)$$

考虑到生产函数的一次齐次性和厂商的极大化条件，得：

$$V(s) = \left(\frac{F_K - (r+\delta-\pi)}{r-\pi} + 1\right) p(s)K(s)$$

因此，可得资产净值的变化直接随资本的边际产出率与边际成本的差改变。这样，得到名义的边际资产净值和资本的名义价值的比率为：

$$\frac{V(s)}{p(s)K(s)} = \frac{F_K - (r+\delta-\pi)}{r-\pi} + 1 \equiv q \tag{1.1.7}$$

方程（1.1.7）定义了 Tobin 的 q。厂商投资计划取决于边际资产净值的大小。故可定义投资函数为 $I\left(\frac{F_K - (r+\delta-\pi)}{r-\pi} + 1\right)$，且 $I'(.) > 0$，即随着边际资产净值的增加，投资会增加；反之，会减少。因此，厂商的资本存量增长满足下面的积累方程：

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} = I\left(\frac{F_K - (r+\delta-\pi)}{r-\pi} + 1\right)$$

由式（1.1.7）对 q 的定义，可将 q 表示为资本存量、劳动力供给、实际利率和资本存量折旧的函数，且通过比较静态分析，得：

$$q_L = \frac{1}{r-\pi}F_{KL} > 0,\ q_K = \frac{1}{r-\pi}F_{KK} < 0,\ q_{r-\pi} = -\frac{q}{r-\pi} < 0$$

即 Tobin 的 q 是劳动力供给的增函数，是资本存量和实际利率的减函数。

若厂商选择资本存量使得厂商和利润极大化，可得最优的 $q=1$。当 $q>1$ 时，可知资本存量的边际生产率大于边际成本，因此，厂商还可以增加资本存量来得到更多的利润；反之，当 $q<1$时，可知资本存量的边际生产率小于边际成本，故厂商还可减少资本存量来得到更多的利润。关于这一点我们在后面会详细地讨论。

这样，从厂商行为得到了厂商的投资函数和厂商的劳动力需求函数。下面来考察政府行为和消费者行为，得到消费函数和劳动力的供给函数。

二、政府行为

政府从消费者和厂商中收取净税收为 T，加上它从发行货币和债券中得到的收入来满足自己的成本。假设政府发生的债券和货币分别为 B、M。考虑到政府的预算约束平衡，得：

$$G = T + \frac{\dot{B}}{p} + \frac{\dot{M}}{p}$$

假设政府在公开市场操作，故货币供应增加意味着债券的减少，即 $\mathrm{d}M = -\mathrm{d}B$。需要强调的是 T 的净税收，它是政府的税收减去政府对消费者和厂商的转移支付。

三、消费者行为

1. 货币需求函数。

家庭所拥有的资产可分解为货币、债券和股票等三种形式。记消费者持有的名义货币量为 M，它由政府发行。因为持有货币没有任何利息回报，故其名义回报率为零。但持有货币的实际回报不为零。实际货币指的是 M/p，由：

$$\frac{\mathrm{d}(M/p)}{\mathrm{d}t}=\frac{\dot{M}}{p}-\frac{M}{p}\frac{\dot{p}}{p}$$

为保证实际货币 M/p 不改变，须满足如下条件：

$$\frac{\dot{M}}{p}-\frac{M}{p}\frac{\dot{p}}{p}=0$$

为保证实际货币均衡，应保证名义货币供给量的均衡增长率为 $\dot{p}/p$。故名义货币的实际回报率为 $-\dot{p}/p$。亦即若保证 $\dot{M}$，得$\frac{\mathrm{d}(M/p)}{\mathrm{d}t}/\frac{M}{p}=-\frac{\dot{p}}{p}$，则实际货币以 $\dot{p}/p$ 的速率贬值。此即货币的实际回报。而 $\dot{p}/p$ 被定义为通货膨胀率，记为 π。

消费者持有的第二种资产为政府债券。债券可视为消费者的储蓄。记消费者持有的债券量为 B。假设单位债券的单位时间的回报为名义利率 r，因此消费者持有债券的名义回报为 rB。同样地，考虑消费持有的实际债券为 B/p，其实际回报率即名义利率减去通货膨胀率，即 $r-\pi$。

考虑消费者持有的第三种资产：股票。消费者要从公司中得到资产净值。假设厂商没有发行债券，因此厂商的所有投资来源于股票。据厂商理论，可知资本存量为 K 的厂商在 t 时刻的总的资产净值为：

$$V(s)=\left(\frac{F_K-(r+\delta-\pi)}{r-\pi}+1\right)p(s)K(s)=q(s)p(s)K(s)\qquad 得：$$

$$\frac{\dot{V}}{V}=\frac{\dot{q}}{q}\frac{\dot{p}}{p}+\frac{\dot{K}}{K}$$

在均衡时 q 为常数，因此公司资产净值的增加来自于已经存在的股票价格的改变和投资所带来的股票数量的增加。要分析消费者收入，须考虑上面三个市场的均衡问题。

记消费者总的实际财富水平为 W，它是消费者持有的实际货币、实际债券和实际股票价值之和。即：

$$W=(V+B+M)/p$$

由前分析，可得消费者对三种资产的需求函数，显然它们都可表示为利率水平、产出和实际财富之函数，即：

$$M^D/p=m(r,\ Y,\ W)$$

$$(V^D+B^D)/p=b(r,\ Y,\ W)$$

对任意利率水平、产出水平和财富水平，成立以下恒等式，即：

$$W\equiv(V^D+B^D+M^D)/p$$

即消费者在这三种资产上的投资总和等于消费者的财富。通过求全微分得到：

$$\mathrm{d}W=(m_r+b_r)\mathrm{d}r+(m_Y+b_Y)\mathrm{d}Y+(m_W+b_W)\mathrm{d}W$$

即：

$$(m_r+b_r)\mathrm{d}r+(m_Y+b_Y)\mathrm{d}Y+(m_W+b_W-1)\mathrm{d}W=0$$

上面方程的成立与利率水平、产出水平和财富水平是无关的，故得：

$$m_r+b_r=0,\ m_Y+b_Y=0,\ m_W+b_W=1$$

证券组合的均衡条件，表示货币的需求等于供给，债券和股票的供给等于需求，得：

$$M^D/P=M/p,\ (B^D+V^D)/p=(B+V)/p$$

由 Warlas 法则可知在实际中，只需上面任何一个等式成立即可。如假设货币市场的均衡条件已经成立，可自然得到债券和股票的供给等于需求。因 $M^D/p=M/p$，有：

$$(B^D+V^D)/p=W-M/p=(B+V)/p$$

可得债券市场和股票市场的均衡。

因此，在均衡时考察消费者行为，只要采用上面的任何一个市场的均衡条件即可。常用货币市场均衡条件。这样从消费者的资产持有均衡可以得到消费者的货币需求函数：

$$M^D/p=m(r,\ Y,\ W) \tag{1.1.8}$$

假设 $m_r<0$，$m_Y>0$，$m_W=0$。即随名义利率增加，消费者对货币的需求降低，随着收入的增加，对货币的需求增加。这里假设消费者的货币需求与财富水平无关，理由是，持有货币的回报率是负的，消费者没有理由持有货币。但若假设购买消费品必须用货币支付，这样消费者的财富水平对货币的需求影响就不大了。通过上面假设，可将消费者的货币需求函数简写为：

$$M/p=m(r,\ Y) \tag{1.1.9}$$

2. 劳动力供给函数。

消费者的另一个行为要决定消费水平和劳动力的供给。假设在传统的消费——休闲模型中，消费者效用函数定义在消费者的消费水平 c 和他的休闲 l 上，即 $u(c,\ l)$。假设消费者总的时间 $\bar{L}$ 给定，消费者的劳动力的供给为 L^s，对于消费者而言，他的实际工资水平 w/p 是给定的。因此消费者总的收入为 $Y=L^s w/p$。若不考虑消费者的储蓄，消费者的消费水平就是消费者的收入。消费者的行为就是选择其劳动力水平和休闲水平来极大化他的效用，故该模型可最简单地表述为：

$$\max\ u(Y,\ l)$$

$$s.t:\ l=\bar{L}-L^s,\ Y=\frac{w}{p}L^s$$

$\bar{L}$ 为消费者的总时间，L^s 为消费者的劳动力的供给，Y 为消费者的收入，它是消费者的劳动创造的，$\frac{w}{p}$为实际工资水平。得最优性条件为：

$$u_1\frac{w}{p}=u_2$$

上式表明在最优时休闲的边际效用等于消费的边际效用。从最优性条件，可得劳动力的供给函数为：

$$L^s=Lw/p \tag{1.1.10}$$

而且 $L'(.)>0$，即劳动力的供给是实际工资的增函数。这样可得到消费者的劳动力供给函数。

3. 消费函数。

消费者的消费与消费者的支配收入和实际利率有关，可将消费者的消费函数表示为消费者

的可支配收入和实际利率的函数，即：

$$c=c(Y_D,\ r-\pi) \tag{1.1.11}$$

Y_D 表示为消费者可支配的收入。消费者的可支配收入越高，消费者的消费水平越高；实际利率越高，消费的成本越高，消费者的消费水平会降低。因此消费者的消费水平是可支配收入的单调增函数，是实际利率的减函数，即：

$$0<c_1<1,\ c_2<0$$

现在来考虑可支配收入的决定。消费者的收入来源为：

（1）工资回报 $w/(pL)$，持有公司股票的回报 $Y-w/(pL)-\delta K$；

（2）消费者除消费以外的成本包括：政府税收 T；持有货币和政府债券的实际损失$\frac{M+B}{p}\pi$；

（3）消费者的投资 $\dot{K}$，而此投资带来的公司的实际价值的改变为 $\dot{q}K+\dot{K}q$，若不考虑 q 的变化，此投资的净回报为 $(q-1)\dot{K}$。这样，消费者的可支配收入为：

$$Y=Y-\delta K-T-\frac{M+B}{p}\pi+(q-1)\dot{K}$$

萨琴特（Sargent）给出了可支配收入的另一种看法。认为可支配收入即为可用来消费而保持财富等式仍然成立的消费。故由财富等式，得：

$$\dot{W}=\frac{\dot{M}+\dot{B}}{p}-\frac{M+B}{p}\frac{\dot{p}}{p}+q\dot{K}+K\dot{q}$$

考虑到通货膨胀率的定义和均衡时 q 为常数和假设，得：

$$\dot{W}_e=\frac{\dot{M}+\dot{B}}{p}-\frac{M+B}{p}\pi+q\dot{K}$$

其中 W_e 表示财富的预期值。考虑到政府的预算约束平衡，得 $(\dot{M}+\dot{B})/p=G-T$。同时由国民收入恒等式，得 $G=Y-\dot{K}-\delta K-C$，故有：

$$\dot{W}_e=Y-\delta K-T-\frac{M+B}{p}\pi+(q-1)\dot{K}-c$$

得：$W_e=Y_D-C$

故财富变化等于消费者可支配收入和消费者的消费水平之差。若要保证消费者的财富等式总是成立，必须有 $W_e=0$，即消费者的财富不改变。这样，得到上面的可支配收入表达式。

4. 国民收入决定模型。

古典的国民收入决定模型就是要在均衡时由消费者行为、厂商行为和政府行为得到国民收入、利率和价格等。综合前面分析，得到下面的均衡条件：

$$w/p=F_L(K,\ L) \tag{1.1.12}$$

$$L=L(w/p) \tag{1.1.13}$$

$$Y=F(K,\ L) \tag{1.1.14}$$

$$C=C\Big(Y-T-\delta K-\frac{M+B}{p}\pi+(q(K,\ L,\ r-\pi,\ \delta)-1),\ r-\pi\Big) \tag{1.1.15}$$

$$I=I(q(K,\ L,\ r-\pi,\ \delta)-1) \tag{1.1.16}$$

$$Y=C+I+G+\delta K \tag{1.1.17}$$

$$M/p = m(r, Y) \tag{1.1.18}$$

(1.1.12)~(1.1.14) 表示了产品的供给市场，通过它可以决定产品的供给函数，方程(1.1.15)~(1.1.18) 为产品的需求市场。在模型中，政府行为是外生给定的，如政府发行的货币和债券 M 和 B，政府税收 T，政府成本 G；参数 δ 表示资本存量折旧率，它与总的资本存量 K 和预期的通货膨胀率 π 也是外生给定的。通过上面的方程我们要决定的内生变量有均衡时劳动力水平 L，实际工资水平 w/p，产出 Y，私人消费 C，投资水平 I，名义利率 r 和价格水平 p。下面来具体讨论上面的模型。

5. 总量的需求市场。

(1.1.15)~(1.1.18) 给出了产品的需求市场。其中 (1.1.17) 即常言的 IS 曲线，而 (1.1.18) 是 LM 曲线。假设消费函数和投资函数分别简单地表示为：

$$C = C(Y - T) \tag{1.1.15a}$$

$$I = I(r) \tag{1.1.16a}$$

在这样模型中，(1.1.15)~(1.1.18) 可简化成常言的 IS－LM 模型。可表述为：

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G \tag{1.1.17a}$$

$$M/p = m(r, Y) \tag{1.1.18a}$$

在方程 (1.1.17a)、(1.1.18a) 中，政府成本和政府货币的供给是外生给定的。可将 IS－LM写成：

$$F(r, Y, p, M, G) = 0$$

$$H(r, Y, p, M, G) = 0$$

因此，要通过 IS－LM 模型讨论国民收入的决定，须在三个变量中给定一个。因此，可分三种情形来讨论：第一，给定价格水平，决定均衡时的利率和国民收入；第二，给定国民收入水平，决定均衡时的价格水平和利率水平；第三，给定利率水平，决定均衡时的价格水平和国民收入。

(1) 给定价格水平决定利率和国民收入。

在方程 (1.1.17a) 和 (1.1.18a) 中价格水平给定，此时所讨论的问题即通过这两个方程决定 (r, Y)。若给出显式的消费函数、投资函数和货币的需求函数，通过这两个方程可以得到显式的均衡时的利率水平和国民收入。对于一般的情形，在 (r, Y) 平面中来讨论，在平面中分别给出由方程 (1.1.17a) 和 (1.1.18a) 决定的曲线。由假设通过简单的计算知道 $\left.\frac{\partial r}{\partial Y}\right|_{IS} < 0$，$\left.\frac{\partial r}{\partial Y}\right|_{LM} > 0$。因此，平面 (r, Y) 中，IS 曲线是单调下降的，而 LM 曲线是单调上升的。其交点就决定了均衡的产出和利率水平。可将 IS－LM 模型表示成动态原方程：

$$\frac{dY}{dt} = \alpha(C(Y - T) + I(r) + G - Y) \tag{1.1.17b}$$

$$\frac{dr}{dt} = \beta(m(r, Y) - M/p) \tag{1.1.18b}$$

其中 $\alpha(.)$，$\beta(.)$ 为单调递增的函数，满足 $\alpha'(.) > 0$，$\beta'(.) > 0$；$\alpha(0) = 0$，$\beta(0) = 0$。上面方程式是两个先验的方程，它们完全是从经济学直观得到的。从 (1.1.17b) 可知，若产品的需求大于产品的供给，则厂商会增加这种产品的生产，使得均衡时的产出增加；反之，将会减少。(1.1.18b) 表明了货币的供给和货币的需求的关系，方程表明：若货币的供给大于货币的需求，则政府必须降低利率来增加消费者对货币的需求；反之，将增加利率来减少消费

者货币的需求，从而保证实际货币市场均衡。

现在讨论上面的微分系统，均衡点（$\bar{r}$，$\bar{Y}$）就是满足$\left.\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right|_{\substack{Y=\bar{Y}\\ r=\bar{r}}}=\left.\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right|_{\substack{Y=\bar{Y}\\ r=\bar{r}}}=0$ 的所有利率和产出水平。该均衡条件即上面给出的满足方程（1.1.17a）和（1.1.18a）的 IS 曲线和 LM 曲线的交点。

首先，将（1.1.17b）、（1.1.18b）在均衡点附近展开得到对应的线性化系统为：

$$\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha'(C_1-1) & \alpha'I'\\ \beta'm_Y & \beta'm_r\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Y-\bar{Y}\\ r-\bar{r}\end{pmatrix}\tag{1.1.19}$$

这样，其两个特征根 λ_1 和 λ_2 满足：

$$\lambda_1\lambda_2=-\beta'm_r\alpha'(1-C_1)-\beta'm_Y\alpha'I'>0$$

$$\lambda_1+\lambda_2<0$$

因此，该两个特征根都为负根，系统是完全稳定的，即从任意的初始值出发，由（1.1.19）给出的收入水平和利率水平路径收敛到均衡时的收入水平和利率水平，这正是前面要求的结论。

现在来考虑比较静态的结论，研究在均衡时货币政策、财政政策改变和价格改变对均衡时的收入和利率的影响。对系统（1.1.17a）和（1.1.18a），求全微分得到下面的关系：

$$\begin{bmatrix}1-C_1 & -I'\\ m_Y & m_r\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathrm{d}Y\\ \mathrm{d}r\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{d}G\\ \frac{\mathrm{d}M}{p}-\frac{M}{p^2}\mathrm{d}p\end{bmatrix}\tag{1.1.20}$$

——财政政策对均衡点的影响。用 Samuelson 的比较静态分析方法，考虑财政政策改变对均衡时经济的影响。在（1.1.20）中，令 $\mathrm{d}M=\mathrm{d}p=0$，通过 Cramer 法则，得：

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}=\frac{m_r}{\Delta}>0,\ \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}=\frac{-m_Y}{\Delta}>0$$

其中 $\Delta=M_r(1-C_1)+m_YI'<0$。

因此，随政府成本之增加，均衡时的利率水平和产出水平都增加。随政府成本之增加，消费者知道将来税收一定会增加，从而消费者的收入会减少，这样消费者会降低消费水平，增加储蓄水平，储蓄的增加使得产出增加；随着产出的增加，消费者对货币的需求增加，为保证货币市场的均衡，利率水平必须上升。因此得到相应的调整结果。

——货币政策对经济的影响。在（1.1.20）中，令 $\mathrm{d}G=\mathrm{d}p=0$，故有：

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}M}=\frac{I'}{p\Delta}>0,\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}M}=\frac{1-C_1}{p\Delta}<0$$

其中 $\Delta=m_r(1-C_1)+m_YI'<0$。

因此，随货币供应之增加，均衡的产出水平也增加，而利率水平降低。随着政府货币供应的增加，为保证货币市场的均衡，利率水平一定要降低；而随着利率水平的降低，投资需求增加，为保证产品市场的均衡，产出水平一定要上升。故得相应的调整结果。

——价格水平改变对经济的影响。在（1.1.20）中，令 $\mathrm{d}G=\mathrm{d}M=0$，得价格水平改变对均衡时的利率和收入的影响为：

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}p}=-\frac{MI'}{p^2\Delta}<0,\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}M}=-\frac{M(1-C_1)}{p^2\Delta}>0$$

其中 $\Delta=m_r(1-C_1)+m_YI'<0$。

因此，随着价格水平的增加，均衡时的产出水平下降，而利率水平上升。IS 曲线和新的 LM 曲线相交得到新的均衡点，新均衡点对应的利率水平比原来提高，产出水平减少。这是因为价格水平的增加，等价于实际货币的供应减少，这样为保证货币市场的均衡，利率水平必须上升；而随着利率水平上升，投资需求减少，为保证产品市场的均衡，产出水平一定要下降。因此得到相应的调整结果。

（2）给定产出水平决定利率和价格水平。

在 IS－LM 模型中，同样可给定产出水平来讨论利率和价格水平的决定。在（r，p）平面中分别给出方程（1.1.17a）和（1.1.18a）对应的曲线。（1.1.17a）可以惟一决定利率水平，因此，在平面中 IS 曲线是与纵坐标平行的直线；而 LM 曲线是单调上升的。它们的交点就决定了均衡时的价格和利率水平。可将模型表示成动态方程：

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}=\alpha(C(Y-T)+I(r)+G-Y) \tag{1.1.17c}$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\beta(m(r,\ Y)-M/p) \tag{1.1.18c}$$

其中 $\alpha(.)$，$\beta(.)$ 为单调递增的函数，满足 $\alpha'(.)>0$，$\beta'(.)>0$；$\alpha(0)=0$，$\beta(0)=0$。上述方程同样是先验方程式。从（1.1.17c）可知，若产品的需求大于产品的供给，则这种商品的价格会上升；反之，将会下降。（1.1.18c）同样表明了货币的供给和货币的需求的关系。

均衡点（$\bar{r}$，$\bar{Y}$）就是满足 $\left.\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right|_{\substack{Y=\bar{Y}\\ r=\bar{r}}}=\left.\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right|_{\substack{Y=\bar{Y}\\ r=\bar{r}}}=0$ 的所有利率和价格水平。

现讨论均衡点的稳定性。把（1.1.17c）和（1.1.18c）在均衡点的附近展开得到对应的线性化系统为：

$$\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{pmatrix}0 & \alpha I'\\ \beta\frac{M}{p^2} & \beta m_r\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p-\bar{p}\\ r-\bar{r}\end{pmatrix} \tag{1.1.21}$$

因此，其两个特征根 λ_1 和 λ_2 满足：

$$\begin{gathered}\lambda_1\lambda_2=-\beta\frac{M}{p^2}\alpha I'>0\\ \lambda_1+\lambda_2<0\end{gathered} \tag{1.1.22}$$

从而知道其两个特征根均为负根，从而系统是完全稳定的。同样可类似地讨论财政政策和货币政策的改变对经济的影响，可得政府成本增加将使得利率水平增加，而价格不改变。货币供应增加，会使得利率水平不变，但价格水平下降。

（3）给定利率水平决定产出和价格。

此时所讨论的问题在（p，Y）平面，在该平面中给出方程（1.1.17a）和（1.1.18a）所对应的曲线。因为由方程（1.1.17a）就可以惟一决定产出水平，因此在平面中 IS 曲线是与纵坐标平行的直线，LM 曲线是单调下降的。其交点就决定了均衡时的价格水平和产出水平。假设初始的经济处于区域 I，可得在这个区域产出水平上升，价格水平上升。同样给出在每个区

域的变化方向，可得系统是完全稳定的。即无论经济从何初始值出发，最终都会收敛于均衡点。同理，可考虑稳定性，同时讨论财政政策和货币政策对经济的影响。

（4）总需求曲线和总供给曲线。

通过（1.1.17）、（1.1.18）可以得到总量的需求函数。很简单，可计算得到 $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}p}<0$，即随着价格增加，需求减少。而通过（1.1.12）~（1.1.14）可得产品市场的供给函数。在古典情形下，得到总量的供给函数的斜率为正，故这两条曲线的交点就是均衡时的产出和价格水平，再将它们放回到各自方程去决定各自的变量。

（1）古典模型中的财政政策和货币政策的作用。

考虑内在变量的决定以及外生变量改变对内生变量的影响。通过全微分，得到下面的关系：

$$\mathrm{d}(w/p)=F_{LL}\mathrm{d}L+F_{LK}\mathrm{d}K \tag{1.1.12d}$$

$$\mathrm{d}L=L'(w/p)\mathrm{d}(w/p) \tag{1.1.13d}$$

$$\mathrm{d}Y=F_L\mathrm{d}L+F_K\mathrm{d}K \tag{1.1.14d}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{d}C=&C_1\mathrm{d}Y-C_1\mathrm{d}T-C_1\delta\mathrm{d}K-C_1\frac{M+B}{p}\mathrm{d}\pi\\&-C_1\pi\left(\frac{\mathrm{d}M+\mathrm{d}B}{p}-\frac{M+B}{p}\frac{\mathrm{d}p}{p}\right)+C_1((q-1)\mathrm{d}I+Iq_L\mathrm{d}L\\&+Iq_K\mathrm{d}L+Iq_{r-\pi}(\mathrm{d}r-\mathrm{d}\pi))+C_2\mathrm{d}r-C_2\mathrm{d}\pi\end{aligned} \tag{1.1.15d}$$

$$\mathrm{d}I=I'q_L\mathrm{d}L+Iq_K\mathrm{d}K+Iq_{r-\pi}(\mathrm{d}r-\mathrm{d}\pi) \tag{1.1.16d}$$

$$\mathrm{d}Y=\mathrm{d}C+\mathrm{d}I+\mathrm{d}G+\delta\mathrm{d}K \tag{1.1.17d}$$

$$\frac{\mathrm{d}M}{p}-\frac{M}{p}\frac{\mathrm{d}p}{p}=m_r\mathrm{d}r+m_Y\mathrm{d}Y \tag{1.1.18d}$$

把上面系统写成矩阵形式，得：

$$\begin{bmatrix}1&-F_{LL}&0&0&0&0&0\\-L'&1&0&0&0&0&0\\0&-F_L&1&0&0&0&0\\0&-C_1Iq_L&-C_1&1&C_1(1-q)&-C_1Iq_{r-\pi}-C_2&-C_1\pi(M+B)/p\\0&-I'q_L&0&0&1&-I'q_{r-\pi}&0\\0&0&1&-1&-1&0&0\\0&0&m_Y&0&0&m_r&M^2/p\end{bmatrix}\times$$

$$\begin{bmatrix}\mathrm{d}(w/p)\\\mathrm{d}L\\\mathrm{d}Y\\\mathrm{d}C\\\mathrm{d}I\\\mathrm{d}r\\\mathrm{d}p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_{LK}\mathrm{d}K\\0\\F_K\mathrm{d}K\\-C_1\mathrm{d}T-C_1\delta\mathrm{d}K-C_1\frac{M+B}{p}\mathrm{d}\pi+Iq_K\mathrm{d}K-(C_1Iq_{r-\pi}+C_2)\mathrm{d}\pi\\I'q_K\mathrm{d}K-I'q_{r-\pi}\mathrm{d}\pi\\\mathrm{d}G+\delta\mathrm{d}K\\\mathrm{d}M/p\end{bmatrix}$$

通过该方程，可得到在财政政策和货币政策改变时以均衡时经济的影响。

性质 1.1.1 财政政策和货币政策对产出水平、实际工资率、就业水平不影响。随总量资本存量的增加，产出水平、实际工资率和就业水平都会增加。

性质 1.1.1 的证明可从方程（1.1.12d）~（1.1.14d）得到。从这些方程中，可看到无论财政政策和货币政策都不会影响产出水平、实际工资率、就业水平。首先把（1.1.13d）代入（1.1.12d），得：

$$d(w/p)=\frac{F_{LK}}{1-F_{LL}L'}dK \tag{1.1.23}$$

由（1.1.13d），可得：

$$dL=\frac{L'F_{LK}}{1-F_{LL}L'}dK \tag{1.1.24}$$

最后，把（1.1.23）、（1.1.24）代入（1.1.14d）得：

$$dY=\left(\frac{F_L L' F_{LK}}{1-F_{LL}L'}+F_K\right)dK \tag{1.1.25}$$

（1.1.23）~（1.1.25）也给了外生变量改变对产出水平、实际工资率、就业水平的影响。因为 $L'>0$，$F_{LK}>0$，$F_{LL}<0$，得：

$$\frac{d(w/p)}{dK}>0,\ \frac{dL}{dK}>0,\ \frac{dY}{dK}>0$$

此为性质 1.1.1 要求的结论。

性质 1.1.2 在公开货币市场操作下，即 $M+B=0$，货币供应增加不影响均衡利率水平、投资水平和消费水平，仅提高价格水平。而政府成本、税收政策和通货膨胀的改变对利率水平、投资水平和消费水平的影响分别为：

$$\frac{\partial r}{\partial T}=\frac{C_1}{H}<0,\ \frac{\partial r}{\partial G}=-\frac{1}{H}>0,\ \frac{\partial r}{\partial \pi}=1$$

$$\frac{\partial I}{\partial T}=I'q_{r-\pi}\frac{\partial r}{\partial T}>0,\ \frac{\partial I}{\partial G}=I'q_{r-\pi}\frac{\partial r}{\partial G}<0,\ \frac{\partial I}{\partial \pi}=0$$

$$\frac{\partial C}{\partial T}=-C_1+(C_2+C_1Iq_{r-\pi}+C_1(q-1)I'q_{r-\pi})\frac{\partial r}{\partial T}$$

$$\frac{\partial C}{\partial G}=(C_2+C_1Iq_{r-\pi}+C_1(q-1)I'q_{r-\pi})\frac{\partial r}{\partial G},\ \frac{\partial C}{\partial \pi}=0$$

$$\frac{dp}{dT}=-\frac{m_r p^2}{M}\frac{dr}{dT},\ \frac{dp}{dG}=-\frac{m_r p^2}{M}\frac{dr}{dG},\ \frac{dp}{d\pi}=-\frac{m_r p^2}{M}\frac{dr}{d\pi}$$

$$\frac{dp}{dM}=\frac{p}{M}$$

其中 $H=C_1Iq_{r-\pi}+C_2+(1+C_1(q-1)I'q_{r-\pi})<0$。

证明：现在不考虑资本存量对经济的影响，因此在模型中，令 $dK=0$，得 $dY=dL=0$。故（1.1.15d）得：

$$\begin{aligned}&-C_1dT+C_1Iq_{r-\pi}+C_2+(1+C_1(q-1)I'q_{r-\pi})dr\\&-C_1Iq_{r-\pi}+C_2+(1+C_1(q-1)I'q_{r-\pi})d\pi+dG=0\end{aligned} \tag{1.1.26}$$

从而得到政府成本、税收政策和通货膨胀的改变对利率水平的影响。返回到（1.1.16d），可得政府成本、税收政策和通货膨胀的改变对投资水平的影响。最后由（1.1.17d）得到政府成本、税收政策和通货膨胀的改变对消费水平的影响。