九年制义务教育新教材

中考12周夺优

数学

秦家达 阳照 主编

北京工业大学出版社

前　言

1996年7月，我国将首次按照九年制义务教育人教社统编新教材和新教学大纲的要求进行初中毕业和升学的统一考试。无论在知识结构或在测试重点方面都将有全新的要求。为了适应广大初中毕业班同学面临使用新教材考试的需要，北京师大附中、北京师范大学实验中学和北京八中的部分高级教师编写了这套《九年制义务教育新教材中考12周夺优丛书》，包括语文、数学、英语、物理、化学各一册。

各册均分为三个部分。**第一部分**按照各学科新教材的特点将初中必要的基础知识分作若干单元。每一单元包括五个方面：

●**知识精要**——把本学科初中新教材的基本知识、基本概念和基本规律简练而有条理地整理成系统，组成知识网络，以便同学们记忆和应用。

●**例题示范**——根据新教材选择典型例题进行示范分析，帮助同学掌握分析问题、解决问题的思路和技巧。

●**疑难指点**——从新教材的教学实际出发，针对各科疑难概念和费解的知识，进行剖析，以帮助同学突破难点，提高理解能力。

●**常见错误分析**——针对考试中的常见错误，分析错误原因，指出防止错误的办法，以帮助同学提高解题的正确率。

●单元练习——根据各科新教学大纲要求，配备适量练习，难度适中，题型灵活。例如，英语分册针对新教材加强语音和听力训练的内容，配有相应的练习和测试，可以帮助同学夺取听力测试的优异成绩。

●第二部分含有综合测试2～3份，难度不同的模拟试卷A、B、C各一份，以及北京市1995年初中毕业、升学统一考试各科试卷（测试面和题型可供参考）。**第三部分**参考答案和部分提示。

参加本书工作的还有晓湖、何吾、李健华、孙江等。

相信，这套书能在12周内帮助初三同学系统扼要地复习新教材的各科内容，进入知识和技能的最佳状态，从而在初中毕业、升学考试中夺取优异成绩。

欢迎广大读者对本书不足之处提出宝贵意见。

阳 照

1995年11月

目　录

第一部分

第二部分

第三部分

第四部分

第一部分

第一章 实 数

一、知识精要

本章的主要内容是实数的概念、运算性质和运算定律，其中重点内容是有理数的概念及其运算.

1. 实数的概念及其分类

有理数和无理数统称为实数.

整数和分数统称为有理数. 任何有理数都可以表示为$\frac{p}{q}$（p、q 均为互质的整数，$q\neq0$）. 如果把有理数表示成小数的形式，那么一定是有限小数或无限循环小数.

无限不循环小数叫做无理数.

实数的分类如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\begin{cases}\text{质数}\\\text{合数}\\1\end{cases}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

其中整数又可按其奇、偶性分为奇数与偶数. 奇数的一

般表达式为 $2n-1$，其中 n 是整数；偶数的一般表达式为 $2n$，其中 n 为整数.

2. 与实数有关的几个概念

(1) 数轴

规定了原点、正方向和长度单位的直线叫数轴，原点、正方向和长度单位是数轴的三要素.

对于数轴上的每一个点都可以找到唯一的实数与它对应；反之，对于每一个实数，也总可以在数轴上找到一个确定的点与之对应，数轴上的点与实数之间有一一对应的关系. 有了这种对应关系，就把直线上的点与数联系起来，为应用数形结合的思想方法研究问题奠定了基础.

(2) 相反数

只有符号不同的两个数，我们把其中的一个叫做另一个的相反数，零的相反数是 0.

数 a 的相反数是 $-a$，这里 a 可以表示任意一个实数，可以是正数、负数或 0.

两个互为相反数的数的特征是它们的和为零，即 a、b 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$.

(3) 绝对值

实数 a 的绝对值是数轴上表示实数 a 的点与原点的距离.

若 a 表示实数，由绝对值的意义有

$$|a|=\begin{cases} a & (\text{当 } a>0 \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } a=0 \text{ 时}), \\ -a & (\text{当 } a<0 \text{ 时}). \end{cases}$$

由绝对值的意义可知：$|a|\geqslant 0$，即一个实数 a 的绝对值是一个非负实数.

(4) 倒数

1 除以一个数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数.

若 a 表示一个不等于 0 的实数，则 a 的倒数为$\frac{1}{a}$.

两个互为倒数的数的特征是乘积为 1，即 a、b 互为倒数 $\Leftrightarrow a \cdot b=1$.

3. 实数大小的比较

两个任意的实数 a、b 均可比较大小.

在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数总比左边的点所表示的数大.

由此可知：正数都大于 0；负数都小于 0；正数大于一切负数；两个正数，绝对值较大的正数大；两个负数，绝对值较大的反而小.

4. 实数的运算

(1) 有理数的运算

①在有理数范围内，加、减、乘、除（零不能作除数）运算全能实施.

②运算法则

原数 / 法则 / 运算	同号		异号	
	符号	绝对值	符号	绝对值
加法	取原来的符号	相加	取绝对值较大的符号	相减
减法	减去一个数，等于加上它的相反数. 即 $a-b=a+(-b)$			
乘法	取正	相乘	取负	相乘
除法	取正	相除	取负	相除

说明：i) 有理数的加法、减法可统一为代数和的运算.

ii)一个数除以另一个数，等于这个数乘以另一个数的倒数. 因此，乘、除法也是可以统一的.

iii) 有理数的乘方（指数为正整数）是特殊的乘法运算，它的意义是求 n 个相同因数的积的运算，即 $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n\text{个}}$（$n$ 为正整数）. 求一个数的平方或立方可查平方表或立方表.

③运算定律

在进行有理数运算时，灵活运用以下定律可以使计算简便.

加法交换律：$a+b=b+a$

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律：$a\cdot b=b\cdot a$

乘法结合律：$(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$

分　配　律：$a(b+c)=ab+ac$

(2) 实数的运算

在实数范围内，加、减、乘、除（零不能作除数）、乘方的运算全能实施，运算的结果仍是实数. 而开方的运算结果不一定是实数，负实数的开偶次方的运算在实数范围内不能实施.

有理数的运算法则、定律在实数范围内都适用.

在实数范围内进行运算的顺序是：①在没有括号的运算中，遇到加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算时要先乘方、开方（三级运算）再乘、除（二级运算）最后加、减（一级运算）；在同一级运算中，在没有括号时，严格按照自左向右的顺序进行；②如果有括号，先作括号内的运算；③可依据运算定律变更上述运算顺序以减轻计算量.

在实数的运算中经常会遇到近似数，注意按要求的精确

度进行计算.对绝对值较大的数可用科学记数法正确表示，注意对有效数字的要求.

二、例题示范

【例 1】 将下列各数填在相应的大括号内（将各数用逗号分开）：$-3.\dot{1}\dot{4}$、$-\frac{\pi}{3}$、-15%、0、$\frac{21}{5}$、$\sqrt{8}$、$\frac{1}{\pi}$、-4、$\sqrt{9}$、0.28.

有理数集合：{ …}.

无理数集合：{ …}.

实数集合：{ …}.

分析：根据有理数的定义是整数与分数的统称，又如果把有理数表示成小数形式是有限小数或无限循环小数，所以$-3.\dot{1}\dot{4}$、-15%、0、$\frac{21}{5}$、-4、$\sqrt{9}$、0.28 是有理数；无理数是无限不循环小数，所以$-\frac{\pi}{3}$、$\sqrt{8}$、$\frac{1}{\pi}$是无理数；实数是有理数与无理数的统称．所以以上这些数全是实数.

这里要注意$\sqrt{9}$虽然形式上是二次根式，但它实质上等于 3，是有理数. $-\frac{\pi}{3}$、$\frac{1}{\pi}$形式上是$\frac{p}{q}$的形式，但分子或分母是π，π是无理数而不是整数，因此$-\frac{\pi}{3}$、$\frac{1}{\pi}$是无理数而不是有理数.

解：略.

【例 2】 a、b、c 三数在数轴上对应的点如图 1-1-1，试求$|a-b|+|b|+|c-a|-|a-|a||-|c|$的值.

分析：由图观察：$c>0$、$a<b<0$，因此可得上式中各绝对值符号内各式的符号.再由绝对值的意义去掉绝对值符号，

图 1-1-1

化简即可求值.

解：∵ $c>0$，$a<b<0$

∴ $a-b<0$，$c-a>0$，$a-|a|=a+a=2a<0$

∴ $|a-b|+|b|+|c-a|-|a-|a||-|c|$

$=-(a-b)+(-b)+(c-a)-(-2a)-c$

$=b-a-b+c-a+2a-c=0$

【例 3】 已知 a、b 互为相反数，e 是绝对值为 0 的数，f 表示数轴上与原点距离为 1 的点所对应的数.

求：$f^2-(a+b)f+e+1995$ 的值.

分析：本题主要考查相反数、绝对值、数轴等概念，由于 a、b 互为相反数，根据相反数的特点有 $a+b=0$. e 是绝对值为 0 的数，所以有 $e=0$. f 是数轴上与原点距离为 1 的点所对应的数，这样的数有两个，所以 $f=\pm1$. 但所求式中涉及 f 的地方只是 f^2，$(\pm1)^2=1$，因此本题的结果只有一个. 把以上分析的结果代入所求式即可求值.

解：由已知得：$a+b=0$，$e=0$，$f=\pm1$，

∴ $f^2-(a+b)f+e+1995$

$=(\pm1)^2-0\times(\pm1)+0+1995$

$=1-0+0+1995$

$=1996$

【例 4】 集合 $\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{2},0,-\frac{1}{3},-\left|+\frac{1}{5}\right|,-\left|-\frac{1}{6}\right|\right\}$ 中，三个不同的数相加所得最小的和是(　　)

(A) $-\frac{47}{60}$　　(B) $-\frac{3}{4}$

(C) $\frac{1}{6}$　　(D) $\frac{1}{4}$

分析：本题应先确定出集合中六个数中三个较小的数，然后再求它们的和．在比较六个数大小时，应注意后两个数要先求出绝对值，然后再比大小，由于$-\left|+\frac{1}{5}\right|=-\frac{1}{5}$，$-\left|-\frac{1}{6}\right|=-\frac{1}{6}$，而$-\frac{1}{5}<-\frac{1}{6}$，所以$-\left|+\frac{1}{5}\right|<-\left|-\frac{1}{6}\right|$．在此基础上可得到集合中三个较小的数应是$-\frac{1}{3}$、$-\frac{1}{4}$、$-\left|+\frac{1}{5}\right|$，求其和即可得答案．

解：∵集合$\left\{-\frac{1}{4},\frac{1}{2},0,-\frac{1}{3},-\left|+\frac{1}{5}\right|,-\left|-\frac{1}{6}\right|\right\}$中三个较小的数是$-\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{4}$，$-\left|+\frac{1}{5}\right|$，其和为$-\frac{1}{3}+(-\frac{1}{4})+(-\left|+\frac{1}{5}\right|)=-\frac{47}{60}$

∴　应选答案（A）．

【例5】　计算

(1) $(-5\frac{1}{2})-(-2)-(+7.3)-(-\frac{1}{6})+(-2.7)+(-3\frac{1}{6})$

(2) $-\frac{3}{4}\times(-1\frac{1}{2})\div(-2\frac{1}{4})\div(-0.25)\times(+\frac{9}{16})$

分析：由于加法、减法可统一成省略加号的代数和，因此第（1）小题要根据法则把减法转化成加法写成省略加号的

代数和形式，然后利用加法交换律和结合律将相同分母的加数与是小数的加数分别相加得到整数后，再和别的加数相加，这样可使运算简化.

第（2）小题可根据除一个数等于乘上这个数的倒数的法则将此题的乘、除法混合运算统一为乘法运算. 统一为乘法后，要注意符号问题. 由于此题中负因数的个数为偶数，所以乘积的符号为正.

解：(1)　$(-5\frac{1}{2})-(-2)-(+7.3)-(-\frac{1}{6})+(-2.7)+(-3\frac{1}{6})$

$$=-5\frac{1}{2}+2-7.3+\frac{1}{6}-2.7-3\frac{1}{6}$$

$$=-5\frac{1}{2}+2-7.3-2.7+\frac{1}{6}-3\frac{1}{6}$$

$$=-5\frac{1}{2}+2-10-3$$

$$=-16\frac{1}{2}$$

(2)　$-\frac{3}{4}\times(-1\frac{1}{2})\div(-2\frac{1}{4})\div(-0.25)\times(+\frac{9}{16})$

$$=-\frac{3}{4}\times(-\frac{3}{2})\times(-\frac{4}{9})\times(-4)\times(+\frac{9}{16})$$

$$=+(\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{9}\times4\times\frac{9}{16})$$

$$=+1\frac{1}{8}$$

【例6】　计算：

$$\left\{-3^2-\left[3\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{4}\right)+(+0.4)\times\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right]\div\left(-1\frac{2}{3}\right)\div 0.5^2\right\}\times(-1)^5$$

分析：计算本题时要注意有理数运算顺序，先做括号内的运算，做时要先里后外，即先做小括号，再做中括号，最后做大括号内的运算．在同一括号内应先三级、再二级、最后做一级运算．如果是同一级运算，应严格按照自左至右的顺序进行运算．另外此题还要注意乘方的运算中 $-3^2=-9$，它与 $(-3)^2=9$ 不同．

解：原式 $=\left\{-3^2-\left[3\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{4}\right)+(+0.4)\times\frac{25}{4}\right]\div\left(-1\frac{2}{3}\right)\div 0.5^2\right\}\times(-1)^5$

$$=\left\{-3^2-[-15+2.5]\div\left(-1\frac{2}{3}\right)\div 0.5^2\right\}\times(-1)^5$$

$$=\left\{-3^2-(-12.5)\div\left(-1\frac{2}{3}\right)\div 0.5^2\right\}\times(-1)^5$$

$$=\left\{-9-(-12.5)\div\left(-1\frac{2}{3}\right)\div 0.25\right\}\times(-1)^5$$

$$=\{-9-(+7.5)\div 0.25\}\times(-1)^5$$

$$=\{-9-30\}\times(-1)^5$$

$$=(-39)\times(-1)=39$$

【例 7】 求 $\frac{9}{2}$、$-\frac{10}{3}$、$-\frac{7}{6}$、$+\frac{9}{4}$ 的代数和除以 -24 的倒数所得的商．

分析：本题应先列式再求值，列式时应注意代数和与倒数的概念．在进行计算时要注意正确应用运算定律简化运算．

解：由题意，列算式得：

$$\left(\frac{9}{2}-\frac{10}{3}-\frac{7}{6}+\frac{9}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{24}\right)$$

$$=\left(\frac{9}{2}-\frac{10}{3}-\frac{7}{6}+\frac{9}{4}\right)\times(-24)$$

$$=\frac{9}{2}\times(-24)-\frac{10}{3}\times(-24)-\frac{7}{6}\times(-24)+\frac{9}{4}\times(-24)$$

$$=-9\times12+10\times8+7\times4-9\times6$$

$$=-9\times18+4\times27$$

$$=-9\times2\times(9-2\times3)$$

$$=-18\times3$$

$$=-54$$

【例 8】 已知：$2.468^2=6.091$，$5.194^3=140.1$，求：$24.68^2+0.5194^3$ 的值（保留四个有效数字）.

分析：此题要先求出 24.68^2 与 0.5194^3 的值才能按要求求值．在求 24.68^2 与 0.5194^3 的值时要注意小数点的移动.

解：$\because\ 2.468^2=6.091$，$5.194^3=140.1$

$\therefore\ 24.68^2=609.1$，$0.5194^3=0.1401$

$\therefore\ 24.68^2+0.5194^3$

$=609.1+0.1401$

$=609.2401$

≈609.2

三、疑难指点

$\boxed{\text{题 1}}$ 在实数范围内，有没有相反数等于它本身的数？

有没有倒数等于它本身的数?有没有绝对值等于它本身的数?如果有，请指出是哪些数?如果没有，请说明理由.

分析：解此题要求对相反数、倒数、绝对值的概念有明确的认识，可通过列式求解. 如所求的数存在，设它为 a，由题意求的应是满足 $a=-a$、$a=\frac{1}{a}$、$|a|=a$ 的数. 由所涉及的概念易求出满足以上三式的数 a 各应是什么数.

解：所求的数如果有，设它为 a.

如果 a 的相反数等于它本身，则应有 $a=-a$，可求得 $a=0$，因此相反数等于它本身的数有一个，是 0.

如果 a 的倒数等于它本身，则应有 $a=\frac{1}{a}$. 因此有 $a^2=1$，可求得 $a=\pm1$，因此倒数等于它本身的数有两个，它们是 ±1.

如果 a 的绝对值等于它本身，则应有 $|a|=a$，由绝对值的意义知 $a\geqslant0$. 因此绝对值等于它本身的数有无数个，它们为一切非负实数.

$\boxed{\text{题 2}}$ 在下列各式中，字母 a 各应表示什么数.

(1) $|a|+a=0$　　(2) $\frac{|a|}{a}=1$

(3) $|a|>-a$　　(4) $a^2>a$

分析：本题是根据 a 应满足的等式或不等式求 a 是什么数的题型. 解此题的关键是要弄清含 a 的等式或不等式的意义. 如题 (2)，a 在分母位置，因此 $a\neq0$，此题可变形为 $|a|=a$，因此本题是要求绝对值等于它本身的数（除去零），由题 1 的分析，易知 $a>0$. 又如题 (4) 是求平方大于它本身的数，弄清这一意义后要分类考虑这一问题，由平方的意义可知要分正数、负数、0 三类考虑满足 $a^2>a$ 的数的范围.

解：(1) 由 $|a|+a=0$，可得 $|a|=-a$，绝对值等于它相反数的数 a 的范围是 $a\leqslant 0$.

(2) 由 $\frac{|a|}{a}=1$ 知 $a\neq 0$，此题可变形为 $|a|=a$，非零实数中绝对值等于它本身的数 a 的范围是 $a>0$.

(3) 由 $|a|>-a$ 知本题是求绝对值大于它相反数的数 a 的范围，由绝对值的意义可知 $a>0$.

(4) 由 $a^2>a$ 知本题是求平方大于它本身的数 a 的范围，要分三种情况讨论：

①当 $a>0$ 时，可得 $a>1$；

②当 $a=0$ 时，$a^2=0$，因此 $a=0$ 不满足本题要求；

③当 $a<0$ 时，负数的平方均为正，因此 $a<0$ 时 $a^2>a$ 永远成立.

综以上，a 为大于 1 的正数或全体负数.

$\boxed{\text{题}3}$　已知 $|a+1|+(b+1)^2=0$，求 $a^{1994}+b^{1995}$的值.

分析：从本题所求分析若能求出 a、b 的值，那么将它们代入所求式即可求解. 但本题已知式只是一个关于 a、b 的二元方程，一般情况下一个方程如含两个未知数它的解是不定的. 但仔细分析本题的已知式是两个非负数 $|a+1|$ 与 $(b+1)^2$ 的和为 0 的形式，这样可知每个数必须为 0，式子才成立，即有 $\begin{cases}|a+1|=0\\(b+1)^2=0,\end{cases}$ 因此可求出 a、b 的值，问题可得解.

解：$\because$　$|a+1|+(b+1)^2=0$

又　$|a+1|\geqslant 0$，$(b+1)^2\geqslant 0$

$\therefore$　有 $\begin{cases}|a+1|=0\\(b+1)^2=0,\end{cases}$ 即有 $\begin{cases}a+1=0\\b+1=0.\end{cases}$

解之，$\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$