

高 等 院 校 经 济 学 系 列 教 材

概 率 统 计

GAILUTONGJI

符 振 华 编 著

兰州大学出版社

概 率 统 计

符振华 编著

兰 州 大 学 出 版 社

概率统计

符振华 编著

兰州大学出版社出版发行

兰州市天水路 308 号 电话:8617156 邮编:730000

E-mail:press@lzu.edu.cn

<http://www.lzu.edu.cn/press/index.htm>

兰州大学出版社激光照排中心排版

兰州人民印刷厂印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:16.5

1999 年 8 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

字数:396 千字 印数:1—1700 册

ISBN7-311-01551-0/G·608 定价:23.00 元

经济学科系列教材编委会

主 任：高新才

副主任：田秋生 田中禾

委 员：（按姓氏笔划为序）

田中禾 田秋生 孙明贵 成学真

张寿彭 张 灏 邵建平 汪慧玲

李含琳 李宗植 杜 漪 赵 惠

徐创风 高新才 符振华 潘留栓

内 容 简 介

概率统计是研究和揭示随机现象的统计规律性的一门数学学科。本书的主要内容有：概率论，包括随机事件和概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定理和中心极限定理。数理统计学，包括样本及其分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析、相关分析等。

本书可作为财经类统计专业和管理专业的教材，也可作为广大经济管理工作者、应用统计工作者、科学技术人员等的自学读物。

总 序

经济科学是一个古老的领域。20 世纪后半叶以来,作为最为活跃、发展最快的学科之一,其分化裂变特征比其它科学更为明显,从经济科学之源——传统的政治经济学中分化出来的独立的学科目前已达数十个之多。如果说在斯密时代经济科学就已长大成树的话,那么今天她已繁衍发展为一片浩瀚茂盛的森林,成为人们普遍关注并需要探索的广阔世界。经济科学的这一发展状况为高等院校经济学科编写系列教材提供了重要的理论知识素材。另一方面,通过系列教材的编写,才能比较全面地总结和介绍各门具体课程的基本知识、基本理论和基本应用,反映经济科学本身的全貌,促进经济科学知识的传播和普及。

站在 21 世纪的门槛上,面对我国现代化建设的宏伟蓝图和经济专业人才严重供给不足的现实,我们深感普及经济学知识、加快人才培养之迫切。经济科学知识的传播和普及,经济科学人才的培养,依赖于经济科学教育,教育是人才之本;发展经济科学教育,离不开经济科学教材,教材是教学之本。这就是我们组织编写并出版这套高等院校经济学科系列教材的直接动因。

参与本系列教材编写任务的,均是长期在兰州大学经济学科各专业从事教学的骨干教师。兰州大学作为国

家教委直属的一所综合性重点大学，其经济学科历史悠久，在近百年的发展中经过一代又一代人的辛勤耕耘，形成了朴实、勤奋、严谨的良好学风，素以教学质量高、基础理论扎实而享誉海内外。我们期望通过这套教材的编写，能够把长期积累的成果加以总结，并能够在推动我国经济科学知识的传播和普及、培养经济科学理论和管理人才、促进经济科学发展和应用、服务于我国的改革开放和社会主义现代化建设事业等方面尽我们的绵薄之力。

搞好系列教材建设是搞好学科建设的一项重要工作。作为一项综合性的工程，教材建设涉及到教学、科研和师资建设等各个方面。我们在编写全套教材中，力图体现出如下特点：

一、遵循教学规律，反映教学要求。教科书作为最重要的教学工具之一，应该具有适于教学的特点。在内容安排上，必须由浅入深，循序渐进，条理清晰，逻辑严密。每本教材，在每章开始都有一个引言，说明本章的基本内容、结构、重点及难点；每本教材均配有教学大纲；每章之后均附有重要词汇和思考题或练习题。

二、博采众长，融合创新。作为教材，我们要尽力吸收国内外各种教材的优点，并给以有机融合。同时我们认为，作为大学经济学科的教科书，也应体现自己的学术风格，具有一定的学术水平，在一些问题上要有作者自己的观点和见解，贯彻“百花齐放，百家争鸣”的方针，不能仅仅满足于别人观点的介绍和重述。

三、注重知识更新，关注学科发展。本系列教材要做

到：知识新，吸收和反映有关学科的最新知识；理论新，吸收和反映国内外有关学科各个方面的最新理论成果；制度、政策、规则新，介绍和反映现实中有关制度、政策、法规等的最新变化；资料新，使用最新的统计数据、资料和实例。

四、适应时代要求，重视新兴学科。传统学科不断分化，新兴学科层出不穷，这是当代科学发展的明显趋势之一。本系列教材的编写将尽力反映新的学科发展状况，力争编写一些比较成熟的新兴学科的教材。同时，注重理论和实践的结合，反映改革实践的要求，为现实经济建设服务。

五、读者对象以本科生为主，兼顾其他读者需要。该系列教材包括专业基础课教材、专业课教材和一些专业选修课教材，主要适合于高等院校经济学科各专业本科生使用，但每本教材由于具有相对的独立性，故也可供专科生、研究生及其他经济工作者使用和参考。

当然，编写一套符合上述要求的系列教材，是一项非常繁重而艰巨的工作，需要克服种种困难，付出艰辛劳动。我们愿竭尽全力为之奋斗。

系列教材编委会

1998年1月

前 言

在日常生活中，我们会遇到多种多样的现象。有一类现象，在一定的条件下必然会发生（或必然不发生），例如，标准大气压下，水加热到 100°C 时必然会沸腾；同性电荷必不相互吸引，等等。我们把这一类现象称为确定性现象或必然性现象。过去我们学过的几何、代数、微积分等就是研究这类现象的数学工具。另一类现象，它是事前不可预言的，即在相同条件下，多次进行同一实验或多次观察同一现象，所得的结果并不完全一样，每次实验或观察之前不能够确切预料将出现什么结果。这一类现象我们称之为随机现象或偶然现象。例如，新生的婴儿可能是男或是女；自动车床加工出来的机械零件，可能是合格品，也可能是废品；一个灯泡厂所生产的同一型号的灯泡，点燃时数却不完全一样，有的点燃不到 1000 小时就坏了，有的却可以点燃 1500 小时以上；收入相同的家庭，在消费支出上也不完全一样。

随机现象有没有规律呢？人们经过长期实践并深入研究之后，发现这类现象虽然就每次实验或观察结果来说，它具有不确定性，但在大量重复试验或观察下它的结果却呈现出某种规律性。例如，根据各个国家各个时期的人口统计资料，新生婴儿中男婴和女婴的比例大约总是 1:1。又如，同一门炮射击同一目标，当射击次数不多时，从几个零星的弹着点看不出什么规律，但当多次射击时，就会看到弹着点差不多关于目标中心对称；越靠近中心点越密等等，射击次数越多，这种规律性越明显。这种大量重复实验或观察中所呈现出的固有规律性，称之为随机现象的统计规律性。

正如恩格斯所指出的：“在表面上是偶然性在起作用的地方，这种偶然性始终是受内部的隐蔽着的规律支配的，而问题只是在

于发现这些规律。”（《马克思恩格斯选集》中译本第四卷第243页）

概率统计就是研究和揭示随机现象的统计规律性的一门数学学科。是近代数学的重要组成部分。概率统计的理论和方法日益渗透到几乎一切自然科学、技术科学以至社会科学的各个领域。新兴的许多应用数学，如信息论、对策论、排队论、控制论等等几乎无一不以它为基础。在理论联系实际方面，它是数学中最活跃的分支之一。与经济问题和企业管理问题有密切关系的新兴边缘学科，如经济计量学、运筹学、系统工程等等也都离不开概率统计的理论和方法。正因为如此，概率统计方法今天在西方国家已成为企业管理人员、经济和统计工作者，以至工程技术人员的必备知识。

随着我国经济建设的迅速发展，愈来愈多的人迫切需要学习和掌握一定的概率统计知识。因此，在我国高等学校的很多专业的教学计划中，概率统计已被列为必修课。为了满足经济类统计专业和管理专业等教学的需要，编写了这本《概率统计》教材。在使用时，可根据教学时数，对内容适当缩减，标有星号的章、节可以略去。

本教材注意到与有关经济问题的结合，选择了与经济问题相关的例题和习题；可使读者既能掌握完整的理论知识，又能恰当地应用于实际。数理统计学中的贝叶斯（Bayes）学派现已有很大影响，目前我国非数学专业的教科书对此较少涉及，本教材将它作为一种纯方法性内容在贝叶斯估计一节中介绍。另外对于来自非正态总体独立小样本，介绍了维尔科克松（F·Wilcoxon）两样本检验法。

限于编者的水平，错误之处在所难免，敬请读者批评和指教。

编者

1998年11月

目 录

总 序

前 言

第一章 随机事件与概率	(1)
§ 1 随机事件与样本空间	(1)
§ 2 事件的关系及运算	(3)
§ 3 频率 概率的统计定义	(9)
§ 4 古典概型 概率的古典定义	(13)
§ 5 概率的公理化定义	(20)
习题一	(25)
第二章 条件概率与统计独立性	(29)
§ 1 条件概率与乘法定理	(29)
§ 2 事件的独立性	(33)
§ 3 全概公式与逆概公式	(39)
习题二	(43)
第三章 随机变量与概率分布	(46)
§ 1 随机变量	(46)
§ 2 离散型随机变量的概率分布	(48)
§ 3 随机变量的分布函数(累积概率分布)	(67)
§ 4 连续型随机变量的概率分布	(71)
§ 5 随机变量的函数的分布	(84)
习题三	(92)
第四章 随机变量的数字特征	(98)
§ 1 数学期望(均值)	(98)

§ 2 方差	(106)
§ 3 原点矩和中心矩	(114)
习题四	(117)
第五章 多维随机变量及其分布	(120)
§ 1 二维随机变量及其分布函数	(120)
§ 2 二维离散型随机变量	(122)
§ 3 二维连续型随机变量	(126)
§ 4 边缘分布	(129)
§ 5 条件分布	(134)
§ 6 随机变量的相互独立性	(139)
§ 7 两个随机变量函数的分布	(144)
§ 8 二维随机变量的数字特征	(154)
习题五	(169)
第六章 大数定律与中心极限定理	(175)
§ 1 大数定律	(175)
§ 2 中心极限定理	(178)
习题六	(186)
第七章 样本及其分布	(188)
§ 1 基本概念	(188)
§ 2 抽样分布	(198)
习题七	(211)
第八章 参数估计	(213)
§ 1 点估计	(213)
§ 2 估计量的优良性准则	(221)
§ 3 区间估计	(226)
§ 4 正态总体均值与方差的区间估计	(227)
§ 5 (0—1)分布参数的区间估计	(243)
§ 6 单侧置信限	(247)

* § 7 贝叶斯估计与贝叶斯准则	(251)
习题八	(265)
第九章 假设检验	(270)
§ 1 假设检验的基本原理	(270)
§ 2 正态总体均值的检验 (σ^2 已知)	
—— u 检验	(277)
§ 3 正态总体均值的检验 (σ^2 未知)	
—— t 检验	(284)
§ 4 单个正态总体方差的检验	
—— χ^2 检验	(294)
§ 5 两个正态总体方差的检验	
—— F 检验	(297)
* § 6 (0—1)分布参数的检验	(301)
* § 7 同时控制两类错误所需样本容量的确定	(302)
* § 8 维尔科克松两样本检验法	(317)
* § 9 维尔科克松成对观察值检验	(325)
§ 10 分布函数的拟合检验	(329)
* § 11 列联表中的独立性检验	(334)
习题九	(339)
第十章 方差分析	(346)
§ 1 单因素方差分析	(347)
§ 2 各对均值的显著性检验及区间估计	(362)
§ 3 双因素方差分析	(365)
习题十	(381)
第十一章 回归分析	(384)
§ 1 一元线性回归	(386)
§ 2 一元线性回归方程的显著性检验	(392)
§ 3 利用一元线性回归方程预测和控制	(402)

§ 4 一元非线性回归	(410)
§ 5 二元线性回归	(413)
§ 6 多元线性回归	(423)
习题十一	(450)
第十二章 相关分析	(455)
§ 1 相关的概念	(456)
§ 2 简单相关系数	(457)
§ 3 偏相关系数	(464)
§ 4 复相关系数	(471)
§ 5 回归显著性与相关显著性间的关系	(475)
习题十二	(476)
部分习题参考答案	(478)
附表 1 标准正态分布表	(491)
附表 2 泊松分布表	(493)
附表 3 t 分布临界值表	(495)
附表 4 χ^2 分布临界值表	(496)
附表 5 F 分布临界值表	(497)
附表 6 均值的 t 检验的样本容量	(503)
附表 7 均值差的 t 检验的样本容量	(505)
附表 8 秩和检验临界值 $W_0(m, n)$ 表	(507)
附表 9 维尔科克松成对观察值检验法中 W 之临界值表	(510)
附表 10 Λ —检验临界值 $\Lambda_0(m, \nu)$ 表	(511)
附表 11 HSD 检验法中 $q_{\alpha, r, n-r}$ 的值 ($\alpha = 0.05$)	(512)
附表 12 样本相关系数的临界值 r_α 表	(514)
附表 13 费歇尔变换 z 和 r 值表	(515)
主要参考书目	(516)

第一章 随机事件与概率

§ 1 随机事件与样本空间

(一) 随机试验与随机事件

为了叙述方便,我们把对自然现象或社会现象进行的一次科学实验或观察,统称为一个试验。所谓随机试验是指这样的试验,它可以在相同的条件下重复试验,试验的所有可能发生的结果是已知的,但每次试验的结果事前是不能确定的。以后我们所说的试验都是指随机试验,用 E 表示。下面举一些例子。

E_1 : 抛掷一枚硬币,观察正面 H (有国徽的一面),反面 T 出现的情况。

E_2 : 抛掷二枚硬币,观察正面 H ,反面 T 出现的情况。

E_3 : 掷一颗骰子,观察出现的点数。

E_4 : 记录某电话台一分钟内接到的呼唤次数。

E_5 : 在一批灯泡中任取一只,测试它的寿命。

上面所举五个试验都是随机试验。我们就是通过研究随机试验来研究随机现象的。

在随机试验中,可能发生也可能不发生的事情称为随机事件,简称事件。试验 E_3 中,“出现 1 点”、“出现 6 点”、“出现的点数大于 3”、“出现的是偶数点”等等都是随机事件。

我们把不能再分解的事件称为基本事件。试验 E_3 中,“出现 1 点”、“出现 2 点”、…、“出现 6 点”都是基本事件。由若干个基本事

件组合而成的事件称为复合事件。 E_3 中，“出现的点数小于3”就是复合事件，它是由“出现1点”、“出现2点”两个基本事件所组成，当且仅当这两个基本事件中有一个发生，“点数小于3”这个复合事件才发生。

一个事件是否称为基本事件是相对于试验的目的来说的。例如，测试灯泡的寿命，一般来说，区间 $(0, \infty)$ 中的任一实数，都可以是一个基本事件，这时，基本事件有无穷个；但如果测试寿命是为了了解灯泡合格不合格，这时就只有二个基本事件了。

在实验 E 中必然会发生的事情叫做必然事件，不可能发生的事情叫做不可能事件。在 E_3 中“点数不大于6”是必然事件，“点数大于6”是不可能事件。必然事件与不可能事件都不是随机事件，但为了讨论方便起见，我们把它们当做一种特殊的随机事件。

不论是必然事件、不可能事件还是随机事件，都是相对于一定条件而言的。如果条件变了，事件的性质也会发生变化。例如，“点数小于7”这个事件，在掷一枚骰子的试验中，它是必然事件；而在掷二枚骰子的试验中，它是随机事件；在抛掷十枚骰子的试验中，它是不可能事件。

(二) 样本空间

为了使概率论建立在严密的理论上，下面从集合论的角度来描述随机事件。随机试验 E 的所有基本事件所组成的集合叫做 E 的样本空间（也叫基本事件空间），记为 U 。 U 中的元素就是 E 的基本事件（也叫样本点），用 ω 表示。

对于一个试验，首先应该弄清楚与它对应的样本空间是什么？即一切基本事件都是哪些？这是我们弄清楚事件这一概念的基础。

现在我们来写出上面所举的试验 E_4 的样本空间 U_4 。

$$U_1 = \{H, T\}$$

$$U_2 = \{(H, T), (T, H), (T, T), (H, H)\}, \text{这里}(H, T) \text{表示}$$

第一次出现 H , 第二次出现 T 。

$U_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 这里数字 $i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 表示出现 i 点。

$U_4 = \{0, 1, 2, \dots\}$, 这里数字 $i (i = 0, 1, 2, \dots)$ 表示接到 i 次呼唤。

$U_5 = \{t | t \geq 0\}$, 这里 t 表示寿命是 t 小时。

由于随机事件是基本事件或复合事件, 所以引入了样本空间 U 以后, 我们看到, 基本事件就是单点集 $\{\omega\}$; 复合事件则是包含若干个基本事件的集合, 是样本空间的一个子集。今后用大写字母 $A, B, C, \dots$ 来表示随机事件。在 E_4 中若 A 表示“接到的呼唤次数不多于 10”, 则 $A = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$, 即 A 是 U_4 的子集。在这里, 事件 A 与样本点 $0, 1, \dots, 10$ 的关系显然是: 若 A 发生, 则样本点 $0, 1, \dots, 10$ 中必有一个发生; 反之, 若样本点 $0, 1, \dots, 10$ 中的某一个发生, 则 A 必发生。简言之, 当且仅当事件 A 所包含的一个样本点发生时 A 发生。

样本空间 U 作为一个事件, 因为在每次试验中必有 U 中的样本点出现, 所以 U 在一次试验中必然发生, 即 U 是必然事件。空集 V 作为一个事件, 它在每一次试验中都不会发生, 所以 V 是不可能事件。

下面举两个事件的例子。在 E_2 中, 事件 $A =$ “第一枚硬币出现 H ”, 即 $A = \{(H, T), (H, H)\}$ 。在 E_5 中, $B =$ “寿命小于 5 小时”, 即 $B = \{t | 0 \leq t < 5\}$ 。

§ 2 事件的关系及运算

研究一个随机现象, 常常同时涉及许多事件, 而这些事件是有关系的, 了解事件间的关系, 能使我们更进一步了解事件的本质, 可以从一个事件与其它事件的关系上来了解和掌握这个事件, 能使我们通过对简单事件的了解, 去研究与其有关的较复杂的事件,