



研究生用书

# 气体激光动力学及 器件优化设计

KINETICS OF GAS LASERS AND OPTIMIZATION  
DESIGNS OF THE DEVICES

程成 编著



研究生用书

# 气体激光动力学及 器件优化设计

程 成 编著  
程兆谷 主审

TAV201  
Chy

机械工业出版社

本书的前半部分介绍了气体激光的相关基础知识，包括气体放电等离子体的基本性质，气体放电等离子体中的基本过程，带电粒子的运动及等离子体电阻率，气体的粘度、导热和扩散；本书的后半部分阐述了高斯光束的传播、稳定球面谐振腔、非稳定球面谐振腔、激光的基本原理和特性，着重介绍了二氧化碳激光器和铜蒸气激光器，讨论了优化方法——遗传算法的基本原理及其计算程序的实现，给出了用遗传算法优化设计二氧化碳激光器和铜蒸气激光器的具体实例，最后介绍了封离型和大功率横流二氧化碳激光器的实验及其结果。

本书可作为光学工程、激光技术、气体放电、光电子技术以及相关专业的研究生教材及高年级本科生的教学参考书，也可作为相关工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

气体激光动力学及器件优化设计/程成编著. —北京：机械工业出版社，  
2008.5

研究生用书

ISBN 978-7-111-23869-0

I. 气… II. 程… III. 气体激光器－最优设计－研究生－教学参考  
资料 IV. TN248.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 046413 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：张金奎 版式设计：霍永明 责任校对：李秋荣

封面设计：陈沛 责任印制：杨曦

北京机工印刷厂印刷（兴文装订厂装订）

2008 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 19.75 印张 · 2 插页 · 488 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-23869-0

定价：39.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

销售服务热线电话：(010) 68326294

购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010) 88379722

封面无防伪标均为盗版

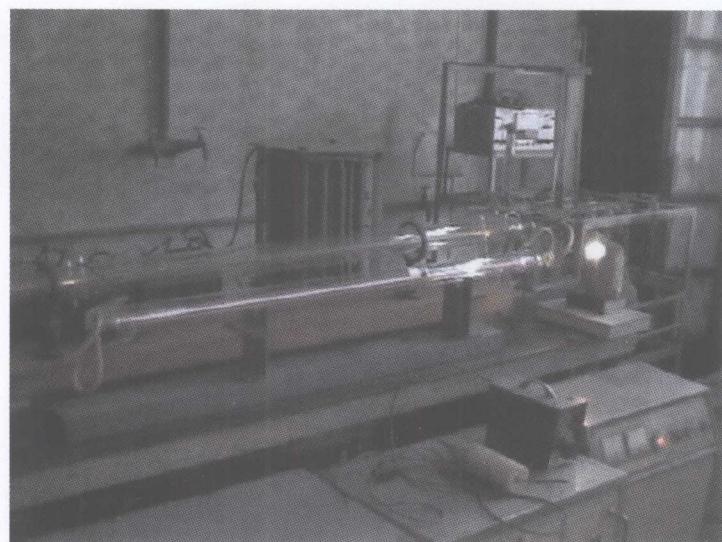


图 13.3.2 优化设计的  $\text{CO}_2$  激光器实际工作情况

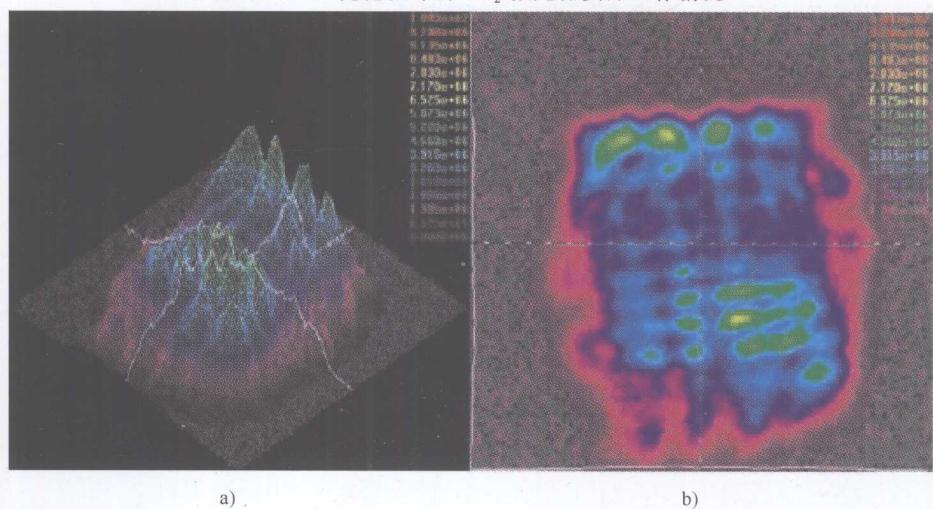


图 13.10.2 激光光束强度分布图 a) 三维图 b) 二维图

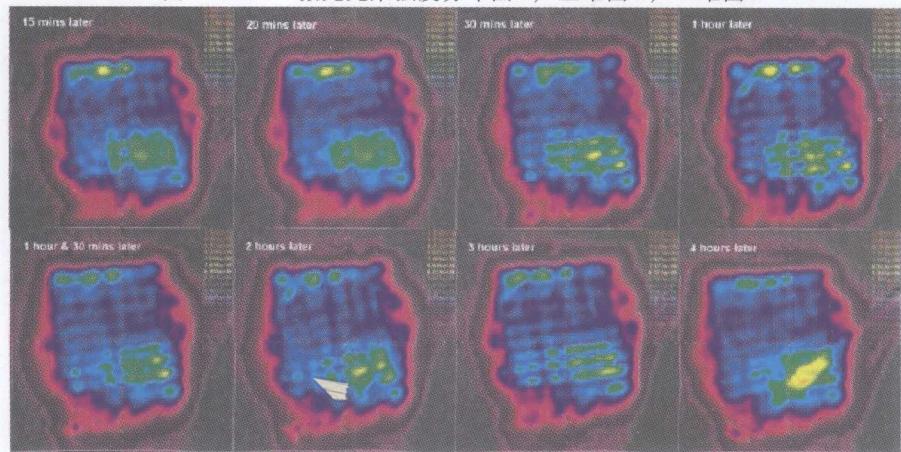


图 13.10.3 激光横模随时间变化图

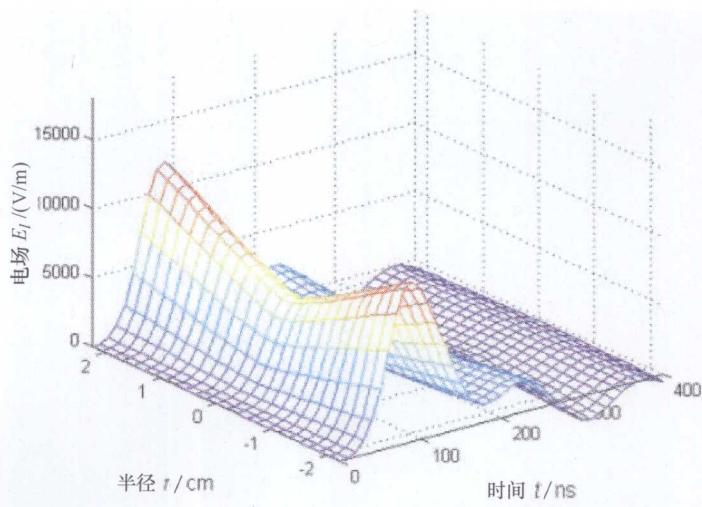


图 13.6.2 当  $Q = 0.49$  时电场的径向分布和随时间的变化

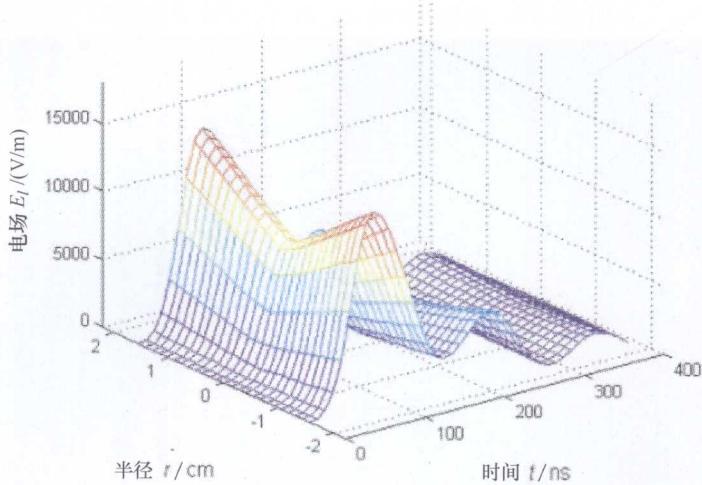


图 13.6.3 当  $Q = 0.66$  时电场的径向分布和随时间的变化

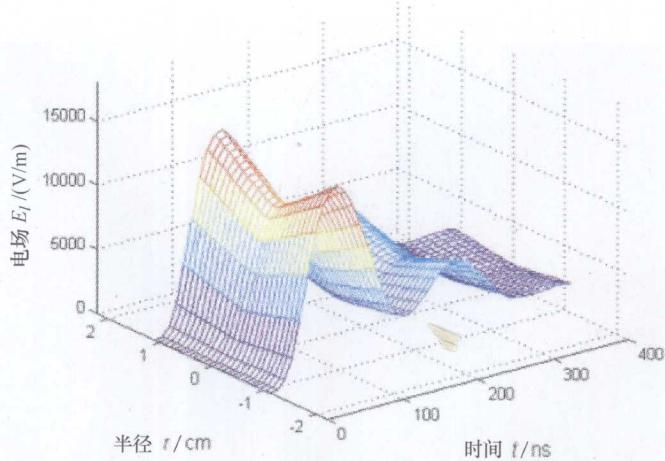


图 13.6.4 当  $Q = 0.81$  时电场的径向分布和随时间的变化

## 序

虽然目前半导体激光技术与固体激光技术等发展很快，但由于气体激光器在光束质量、单色性、发散角、输出功率与转换效率等方面仍具有的一定优势，因此，在激光加工（尤其是大功率激光加工）等领域，气体激光器的应用仍将在一段较长的时间内发挥重要的作用。

$\text{CO}_2$  激光器是目前应用相当广泛的一种气体激光器。此前，关于  $\text{CO}_2$  激光器技术有许多的专著，但论述铜蒸气激光器及激光技术的专著或教材则很少见到，它们大部分散见于各类研究文献中。应当说，从激光动力学的角度，结合谐振腔理论来详细研究和讨论气体激光器及激光技术，本书是一部比较系统全面的书籍，值得推荐。

本书的特点还在于书的后半部分中激光器设计部分的论述，这部分的主要基础与思路来自于作者的博士学位论文。其中关于激光器的优化设计内容介绍了近年来发展较快、应用较多的遗传优化算法；在讨论了遗传算法的程序实现后，采用该算法对  $\text{CO}_2$  激光器和铜蒸气激光器的设计与参数选择及其优化等问题进行了具体的研究、讨论和计算，具体应用于  $\text{CO}_2$  激光器谐振腔优化、气压参数优化、大口径铜蒸气激光“黑心”的优化消除、大功率铜蒸气激光器系统优化等，并对部分结果进行了实验验证。本书提出的由遗传算法和“逆算法”来对激光器进行优化，是该书在激光器设计方法上具有的特点之一，因此，本人愿意推荐该书出版。

先前本人在关注 2004 年全国优秀博士学位论文评审工作时，曾接触与阅读了涉及本书后半部分的内容，该部分内容来自于作者的博士学位论文，此论文正是当年的全国百篇优秀博士学位论文之一。教育部原来有一个出版全国优秀博士学位论文的计划，后来没有具体实施。现在作者将自己的博士学位论文整理，加进了一些基础的部分，拟交由机械工业出版社出版，这值得大力鼓励。由于目前与该书类似的专著或教材较少，而该领域又有一定的需求，因此愿意予以推荐，并希望能尽快出版。



北京理工大学光电工程系教授、博士生导师

2007 年 10 月 11 日

光学工程专业工学硕士

刘晓东

E. 8005

## 前言

气体激光是激光大家族中研究最多、种类最多、应用最广、发展历史比较长和发展比较快的一种激光器。特别是二氧化碳( $\text{CO}_2$ )激光器，是目前工业、军事、医学和科学技术等领域中应用最广泛的一种激光器。

与其他种类的激光器相比，气体激光器的优点很多：它的发射谱范围宽广，覆盖了从紫外线到远红外线，甚至扩展到了X射线波段和毫米波段；光束质量相当高，其单色性和发散度都远远优于固体激光器和半导体激光器；输出功率可以很大，例如最大的 $\text{CO}_2$ 激光器连续输出功率已达数十万瓦级；转换效率高、造价低廉、运转稳定、可靠。由于以上原因，虽然目前半导体激光器、固体激光器等发展得很快，但在激光加工领域，尤其是大功率激光加工领域，人们对气体激光器的热情不减，新的研究工作源源不断。气体激光器已经成为激光大家族中的一棵常青树。

本书通过分析在激励场的作用下激光器中的各种原子、分子、电子以及离子的碰撞动力学过程，结合谐振腔的衍射理论，建立各种粒子（包括激光光子）的动力学方程或速率方程。通过数值求解速率方程来深入了解激光等离子体中的各种微观和宏观过程，从而定量研究激光的时间空间行为。同时，利用数值求解得到的各种粒子数密度、电子温度和气体温度等，用遗传算法和“反演法”来探索优化激光器的放电、气体和谐振腔参数等，使激光功率和模式可得到提高或改善。

本书可作为光学工程、激光技术、气体放电、光电子技术以及相关专业的研究生教材或高年级本科生的教学参考书，也可作为相关工程技术人员的参考书。本书提出的遗传算法优化设计激光器的方法，可应用到其他类型的激光器上，例如：半导体激光器、固体激光器等，也可推广应用到其他各类光电子器件的设计上去。

许周速先生承担了第13章大功率横流二氧化碳激光器残余气体成分测定的实验、全书的初校、格式初统以及部分章节的录入工作；王文鹏和马行超同学承担了激光横模的测量实验以及部分文字图表录入工作；薛催岭、阎海珍、彭雪峰和张庆豪同学参与了部分文字的录入和图表绘制等工作，在此一并表示衷心感谢。

本书的研究工作得到了全国优秀博士论文专项基金的资助，出版得到了浙江工业大学专著与研究生教材出版基金的资助；同时，中国科学院上海光学精密机械研究所程兆谷研究员对本书提出了深刻、中肯的宝贵意见和建议，在此一并表示感谢。同时感谢何赛灵教授对我的博士论文的悉心指导。

浙江工业大学理学院

程兆谷

2008.3

<b>序</b>	.....
<b>前言</b>	.....
<b>第1章 气体放电等离子体的基本性质</b>	1
1.1 气体电离及等离子体的基本概念	1
1.2 德拜屏蔽	6
1.3 等离子体鞘层	9
1.4 等离子体振荡	13
参考文献	15
<b>第2章 气体放电等离子体中的基本过程</b>	16
2.1 粒子及其相互之间的作用	16
2.2 带电粒子与原子之间的弹性碰撞	19
2.3 气体原子的激发和电离	21
2.4 气体原子的去激发和去电离	25
2.5 气体放电分类	29
参考文献	32
<b>第3章 带电粒子的运动及等离子体电阻率</b>	33
3.1 带电粒子的热运动	33
3.2 带电粒子的漂移	34
3.3 带电粒子的扩散	42
3.4 带电粒子的双极性扩散	46
3.5 稳恒态解	50
3.6 复合	51
3.7 完全电离等离子体中的碰撞	52
参考文献	56
<b>第4章 气体的粘度</b>	57
4.1 粘度的定义和单位	57
4.2 气体粘度理论及其传递性质	57
4.3 低压气体粘度的计算	59
4.4 低压气体混合物粘度的计算方法	64
4.5 高压对纯气体粘度影响的修正方法	68
4.6 高压对气体混合物粘度影响的修正方法	73
参考文献	75

<b>录</b>	.....
<b>第5章 气体的导热</b>	76
5.1 定义和单位	76
5.2 单原子气体热导率的计算方法	76
5.3 多原子气体热导率的计算方法	77
5.4 温度对低压气体热导率的影响	81
5.5 高压对气体热导率影响的估计方法	81
5.6 低压气体混合物热导率的计算方法	85
5.7 温度和压力对气体混合物热导率的影响	89
参考文献	90
<b>第6章 气体的扩散</b>	91
6.1 基本概念和单位	91
6.2 低压双元气体体系扩散系数的计算	92
6.3 低压双元气体混合物扩散系数的经验公式	94
6.4 压力对气体扩散的影响	95
6.5 温度对气体扩散的影响	96
6.6 多组元气体混合物的扩散	97
参考文献	98
<b>第7章 高斯光束的传播</b>	99
7.1 光波传播的基本方程	99
7.2 衍射问题的处理	104
7.3 径向有限制的光束传输	109
7.4 高斯光束的聚焦	122
参考文献	127
<b>第8章 稳定球面谐振腔</b>	128
8.1 无限大孔径谐振腔	129
8.2 透镜谐振腔和多模谐振腔的光束发散角	140
8.3 有限孔径谐振腔	149
8.4 增益分布对模结构的影响	156
8.5 灵敏度调整	163
8.6 相位共轭谐振腔 (PCM 谐振腔)	166
参考文献	169
<b>第9章 非稳定球面谐振腔</b>	171
9.1 几何光学近似分析	171
9.2 几种典型的谐振腔及其耦合输出	173

9.3 波动光学分析方法	174	12.5 铜蒸气激光器应用与展望	246
9.4 非稳定谐振腔的发散角	185	参考文献	247
参考文献	188	<b>第 13 章 优化设计与实验</b>	251
<b>第 10 章 激光原理和特性</b>	189	13.1 遗传算法概述	251
10.1 谱线加宽	189	13.2 遗传算法程序设计	256
10.2 增益系数	195	13.3 二氧化碳激光器谐振腔的优化	259
10.3 激光速率方程	197	13.4 二氧化碳激光器气压参数的优化	262
10.4 三能级系统	199	13.5 铜蒸气激光器 LC 放电电路的优化	265
10.5 粒子数反转分布条件	203	13.6 大口径铜蒸气激光“黑心”的优化消除	268
10.6 激光放大的阈值条件	204	13.7 大功率铜蒸气激光器系统的优化	273
10.7 均匀加宽的模式竞争和频率牵引	205	13.8 优化铜蒸气激光的动力学强化机理研究	277
10.8 激光器的输出特性	207	13.9 大功率横流二氧化碳激光器残余气体成分的确定	281
参考文献	208	13.10 大功率横流二氧化碳激光横模的测量	288
<b>第 11 章 二氧化碳激光器</b>	209	参考文献	294
11.1 概述	209	<b>附录</b>	296
11.2 二氧化碳激光粒子数反转机理	210	附录 A 本书各物理量符号对照表	296
11.3 典型二氧化碳激光系统	218	附录 B 常用物理常数	301
11.4 二氧化碳激光动力学机理研究	223	附录 C 常用等离子体参量和公式	303
参考文献	227	附录 D Lennard-Jones 势的势能参数	307
<b>第 12 章 铜蒸气激光器</b>	230	附录 E 常见气体物性参数	308
12.1 概述	230		
12.2 铜蒸气激光辐射原子跃迁	230		
12.3 铜蒸气激光研究的发展与现状	231		
12.4 铜蒸气激光动力学机理研究	232		

如图 1-1 所示，当外加电场作用于气体时，部分带电粒子被电离出来。由立式电极构成的电离室中，带正电的阳极板和带负电的阴极板之间充入待研究的气体，两极板间施加一定的电压，使气体分子受到电场力的作用而发生电离。

# 第 1 章 气体放电等离子体的基本性质

## 1.1 气体电离及等离子体的基本概念

电离气体是气体中的原子、分子被电离而形成的一种物质形态。气体的电离可以由许多不同的途径产生，例如电激励、光激励、磁激励或几种激励共同作用等等，通过这样的激励使电子脱离气体原子、分子的束缚而形成电离气体。电离气体中含有电子、离子和荷电中性的原子、分子。如果电离气体由外电场产生并形成传导电流，则称这种现象为气体放电。

电离气体按电离程度的不同可分为弱电离气体（只有很少的原子或分子被电离）、部分电离气体和完全电离气体三类。弱电离气体主要由中性粒子和少量带电粒子组成，带电粒子与中性粒子的相互作用有重要作用。完全电离气体则主要是带电粒子之间的相互作用。弱电离气体与完全电离气体的行为有很大区别。

在研究和分析气体放电时，首先要了解气体放电中所包含的粒子种类，分析它们的状态，在此基础上，研究各种粒子之间的相互作用。

### 1.1.1 气体放电中的粒子及其相互作用<sup>[1-4]</sup>

#### 1. 气体放电中的粒子

气体放电过程中存在的粒子种类由充入的气体以及外激励源的激励强度决定。一般来说，放电气体中有光子、电子、基态原子（或分子）、激发态原子（或分子）以及正离子和负离子等。

光子的能量决定于它的频率  $\nu$ ，其能量为  $h\nu$  ( $h$  是普朗克常量)。自由电子的能量由它的运动速度  $v_e$  决定，能量为  $\varepsilon_e = \frac{1}{2}m_e v_e^2$  ( $m_e$  是电子质量)。

由量子力学原理可知，粒子可以处于大量能态中的任一能态。原子的能级由原子内所有粒子共同决定，但我们一般只关心原子最外层的价电子的能量，这是由于在大多数情况下，价电子的状态决定了原子的状态。

原子通常处于稳定的能态（基态）。当电子从外界获得能量时，它可以跃迁到更高的能态，即所谓的激发态。通常电子在激发态停留的时间很短（约  $10^{-8}$  s），它很快跃迁回到基态或另一个较低的激发能级，并辐射出一个光子。

原子中也有一些寿命比较长的能级，称为亚稳能级。如果不与其他粒子或器壁碰撞，原子从亚稳能级直接跃迁回基态的几率很小。另一方面，如果原子获得的能量超过其电离能，原子就有很大的几率被电离而成为正离子。原子不同的能级有不同的电子排列，处于同一能级的电子所具有的排列数目或状态数，称为能级的简并度或统计权重。

分子由若干个原子组成。由于原子之间的相互影响，分子能级比原子能级复杂得多。气体分子的激发和电离也与气体原子不同。分子内部除电子能量外，还有振动能和转动能，这

些能级也都是分立的。分子能级的标记相当复杂，但仍可用能级图表示。分子能级简并度的定义类似于原子简并度的定义。

负离子是电子附着于原子或分子（特别是那些外电子壳层几乎填满的原子或分子）上而形成的。负离子的能量等于原子或分子的基态能加上电子的亲和能。相对于高温而言，在温度比较低的情况下，电子的附着效应会比较明显。

气体放电中的中性粒子是原子和分子。原子可以是惰性气体原子或金属蒸气原子等，分子可以是比较简单的双原子分子，也可以是相当复杂的多原子分子。在气体放电中，气压变化的范围可以很大，从  $10^{-1} \sim 10^6 \text{ Pa}$ ，相应粒子密度的变化范围达  $10^8$  数量级。

气体放电中的带电粒子是电子和各种正负离子。典型的气体放电的电子密度是  $(10^{12} \sim 10^{14}) / \text{cm}^3$ 。气体放电中的正离子和负离子与中性粒子不同（特别是当气体是分子时），例如在  $\text{N}_2$  和  $\text{O}_2$ （空气）中的放电会产生大量的离子，其中包括  $\text{N}^+$ ,  $\text{O}^+$ ,  $\text{O}_2^+$ ,  $\text{NO}^-$ ,  $\text{O}_2^-$ ,  $\text{NO}_2^-$  和  $\text{O}_3^-$  等等。每一种粒子都将影响气体放电的电特性，不过，电子的作用占主导地位。

基态的中性粒子以及带电粒子对气体放电的特性至关重要。同样，激发态粒子对于激光跃迁、光传输及光放大等过程也非常重要。激发态向下跃迁将产生自发辐射，光子的吸收可产生光致激发、光致电离和受激辐射等，这些过程在气体放电以及气体激光中都是十分常见和十分重要的。

## 2. 相互作用的类型

气体放电中任何一个粒子会通过碰撞或电场磁场的作用而与其他粒子产生相互作用。粒子之间通过碰撞交换动量、动能、势能和电荷，使粒子发生电离、复合、光子发射和吸收等。粒子之间相互作用的过程相当复杂，但都可以用碰撞特征参量（如截面、频率和几率等）来表征。

**(1) 碰撞的概念** 气体放电粒子的碰撞是一个广义的概念，不必非得像刚体那样发生直接相碰才称为碰撞。由于带电粒子之间的作用力是长程库仑力，因而，只要粒子受到其他粒子或场的影响，其状态发生了变化，就可以认为是发生了碰撞。例如，粒子间通过碰撞交换动量和动能，可造成粒子动能转移、密度扩散、漂移和电阻；原子与电子的碰撞激发和去激发使其势能和碰撞伙伴的能量发生变化；电子与原子离子的碰撞产生电离和复合，使原子离子的荷电特性发生变化，等等。

**(2) 弹性碰撞和非弹性碰撞** 在弹性碰撞中，碰撞粒子的势能不发生变化，如电子和原子发生弹性碰撞时，电子只把自己的部分动能交给原子，使两者的运动速度和方向发生变化，而原子不被激发或电离。这类碰撞主要发生在低能粒子的碰撞中。在非弹性碰撞中，参与碰撞的粒子间发生了势能的变化。例如，具有足够大动能的电子与原子碰撞，原子得到电子的动能而被激发或电离，即原子的势能增大。通常把这种导致粒子体系势能增加的碰撞称为第一类非弹性碰撞，或称为激励碰撞。原子与原子、离子与原子、离子与离子之间都可以发生这类非弹性碰撞。

原子分子通过碰撞也可以交换出或损失自己的势能，同时使被碰粒子的动能或势能得到增加。例如亚稳态原子与电子碰撞，原子失去一部分势能返回到基态，原子的高位势能转变成了电子的动能。通常，人们把导致粒子势能减少的碰撞称为第二类非弹性碰撞，也称为超弹性碰撞或消激励碰撞。

光是一种电磁辐射，同时具有量子性。我们经常用“光子”这样的概念来讨论光的行为。光的发射和吸收是光子与原子等粒子之间的相互作用，或者也可以认为它们之间发生了碰撞。这种碰撞伴随着光的发射或吸收，称为辐射碰撞。

### 1.1.2 原子状态分布<sup>[4]</sup>

电离气体中不但有工作气体的原子和离子，还会有各种杂质原子和离子。这些原子将处于各种不同的电离状态和激发状态，情况是很复杂的。原子的辐射与其所处的状态有关，下面讨论原子的状态分布。

#### 1. 粒子速度分布

我们知道，处于热平衡状态下的气体，其同类粒子的速度分布应当是麦克斯韦分布：

$$\frac{n(v)dv}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) v^2 dv \quad (1.1.1)$$

式中， $n(v)dv$  是其中速度为  $v$  到  $v+dv$  间隔内的粒子数； $N$  是该类粒子的总数； $m$  是粒子质量。这个分布的极大值所对应的速度称为最可几速度：

$$v_M = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (1.1.2)$$

与之相应的平动动能为

$$\frac{1}{2}mv_M^2 = kT \quad (1.1.3)$$

通常就用这个能量来代表气体温度。不同种类的粒子在热平衡时温度相等。

电离气体通常是被迅速加热的。各类粒子在这个过程中是否能达到上述的热平衡呢？Spitzer<sup>[3]</sup>曾经计算了由同类和异类粒子间碰撞而导致平衡的时间，它们分别为

$$\tau_{e1} = 2.37 \times 10^{-49} \frac{m^{1/2} (kT)^{3/2}}{Ne^4 Z^4 \ln A} \quad (1.1.4)$$

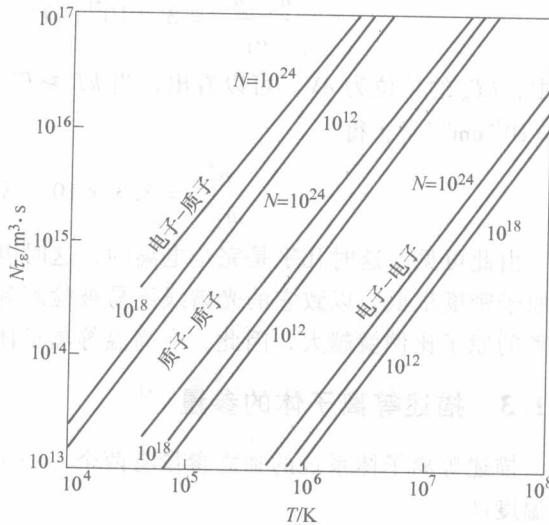
$$\tau_{e2} = 2.37 \times 10^{-49} \frac{m_1 m_2}{2Ne^4 Z_1^2 Z_2^2 \ln A} \left( \frac{kT_1}{m_1} + \frac{kT_2}{m_2} \right)^{3/2} \quad (1.1.5)$$

式中， $\ln A$  是库仑对数。上式的数值计算的结果示于图 1.1.1 中。由图 1.1.1 可见，在一般的电离气体中，电子之间很快达到平衡，而离子和电子之间则需要比较长的时间才能达到平衡。在以后的讨论中，我们都把电子温度和离子温度（气体温度）分开，而电子速度的分布则认为符合麦克斯韦分布。

#### 2. 热平衡下的状态分布

当系统处于完全热平衡状态时，原子和离子的各个能态之间的分布，以及基态原子和离子与进一步电离的基态离子之间的分布服从玻耳兹曼（Boltzmann）分布与沙哈（Saha）分布。

玻耳兹曼分布为



计算光辐射来激励的频率“下跃” $\frac{n_j^z}{n_1^z} = \frac{g_j^z}{g_1^z} \exp\left(-\frac{E_{ij}^z}{kT}\right)$ 。玻耳兹曼分布决定各激发态之间的粒子数分布，沙哈分布决定各电离态基态离子的数密度分布。对于类氢原子，沙哈分布为

$$\frac{n_j^{z+1} n_e}{n_1^z} = \frac{g_j^{z+1} g_e}{g_1^z} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_1^z}{kT}\right) \quad (1.1.7)$$

式中， $n_e$  和  $n_1^z$ 、 $n_j^z$ 、 $n_j^{z+1}$  分别是电子密度和  $Z$  电离态的基态、 $j$  能态、进一步电离的离子基态的数密度； $g_e$  和  $g_1^z$ 、 $g_j^z$ 、 $g_1^{z+1}$  分别是它们的统计权重； $E_{ij}^z$ 、 $E_1^z$  分别是  $Z$  电离态离子从基态激发到  $j$  能态的激发能和进一步电离的电离能。玻耳兹曼分布决定原子离子各激发能态之间的粒子数分布，沙哈分布决定各电离态基态离子的数密度分布。对于类氢原子， $g_j = 2j^2$ ， $g_1 = 2$ 。类氢原子的  $g_1^{z+1} = 1$ ，自由电子的统计权重  $g_e = 2$ 。因此，对于类氢原子，沙哈分布成为

$$\frac{n_j^{z+1} n_e}{n_1^z} = 3 \times 10^{21} (kT_e)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_1^z}{kT_e}\right) (\text{cm}^{-3}) \quad (1.1.8)$$

式中， $kT_e$  的单位为 eV。可以看出，当  $kT_e \geq E_1^z$  时，电离度就很高了。例如氢电离气体，当  $n_e = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  时，得

$$\frac{n_1^z}{n_1^{z+1}} = 3.3 \times 10^{-7} (kT_e)^{3/2} \exp\left(\frac{13.6}{kT_e}\right) \quad (1.1.9)$$

由此可见，这时几乎是完全电离的，这时电离气体成为完全电离的等离子体。未被电离的原子密度很低，以致它的光谱线不易被检测到。重元素的电离能越高，相同温度下没有被电离的原子比例就越大，因此，在高温等离子体中，经常可检测到高  $Z$  杂质的辐射谱线。

### 1.1.3 描述等离子体的参量<sup>[1-4]</sup>

描述等离子体系统的独立参量有两个，一个是等离子体的粒子数密度  $n$ ，一个是等离子体温度  $T$ 。

#### 1. 粒子数密度 $n$

等离子体的粒子数密度  $n$  满足等离子体的准中性条件，即

$$n_e = \sum Z_\alpha n_\alpha T \quad (1.1.10)$$

式中， $n_e$  为等离子体中电子数密度； $n_\alpha$  是  $\alpha$  类离子的数密度； $Z_\alpha$  是  $\alpha$  类离子带的基本电荷数。值得指出的是等离子体自身具有恢复和保持电中性的能力，也就是说，如果等离子体在某一局域由于某种原因偏离了电中性，它将通过自身的相互作用，很快恢复电中性，这是等离子体的重要性质。

#### 2. 温度 $T$

等离子体温度  $T$  只有在等离子体达到热力学平衡（即使是局域平衡）时才有意义。处于热力学平衡的等离子体，其速度服从麦克斯韦分布式（1.1.1），由此可以求得粒子的平均动能：

$$E_k = \frac{\int \frac{1}{2}mv^2 f(v) dv}{\int f(v) dv} = \frac{1}{2}mv_*^2 = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}mv_*^2 \quad (1.1.11)$$

式中,  $v_* = (kT/m)^{1/2}$  为粒子的热速度, 一般情况下, 可以利用  $kT$  近似地表示粒子动能, 即  $E_k \approx kT$ 。

### 3. 电子温度 $T_e$ 和离子温度 $T_i$

一个多粒子系统是通过粒子间碰撞实现粒子间的能量和动量的交换, 最后达到平衡的。由于电子与离子质量相差悬殊, 同种粒子之间达到平衡要比异种粒子之间达到平衡快得多, 所以, 电子和离子在自身达到而整体还未达到平衡之前, 它们各自可由自己的温度来表征。对于实验室及空间等离子体, 通常电子温度  $T_e$  与离子温度  $T_i$  是不相等的, 只有电子与离子最终达到平衡时, 才有统一的温度。

### 4. 垂直温度 $T_\perp$ 与平行温度 $T_{\parallel}$

当等离子体处于磁场中时, 磁场的存在将影响等离子体的性质。众所周知, 磁场对于粒子平行于磁场方向的运动没有作用, 而对于垂直于磁场方向的运动起着一种束缚作用。因此, 等离子体在磁场中呈现出各向异性, 粒子系统的平行速度  $v_{\parallel}$  分布和垂直速度  $v_{\perp}$  分布可能不一样, 相应的就有所谓的平行温度  $T_{\parallel}$  和垂直温度  $T_{\perp}$ 。粒子速率的分布函数为

$$f(v) = \left(\frac{m}{2k\pi T_{\parallel}}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{2k\pi T_{\perp}}\right) \exp\left(-\frac{mv_{\parallel}^2}{2kT_{\parallel}} - \frac{mv_{\perp}^2}{2kT_{\perp}}\right) \quad (1.1.12)$$

粒子的平行动能和垂直动能分别为

$$E_{\parallel k} = \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 = \frac{1}{2}kT_{\parallel}, E_{\perp k} = \frac{1}{2}mv_{\perp}^2 = kT_{\perp} \quad (1.1.13)$$

### 5. 温度的单位

对于温度, 一般采用热力学温度, 以 K 为单位。但是在等离子体物理学中常常采用能量作为温度的单位, 它用  $kT$  (能量的量纲) 作为温度的量度。温度的单位还可以用电子伏特 (eV)、尔格 (erg, 为非法定计量单位,  $1\text{erg} = 10^{-7}\text{J}$ ) 等表示。用得最多的是电子伏特, 一个电子伏特相当于热力学温度为

$$T = \frac{1\text{eV}}{k} = \frac{1.6 \times 10^{-19}\text{J}}{1.38 \times 10^{-23}\text{J/K}} = 11600\text{K} \quad (1.1.14)$$

作为量级的估计, 有时候用  $1\text{eV} \approx 10^4\text{K}$ 。

## 1.1.4 等离子体的特征参数<sup>[1-4]</sup>

### 1. 粒子平均间距 $d$

设等离子体粒子数密度为  $n$ , 即表示在单位体积内有  $n$  个粒子。设想把此单位体积分成  $n$  个边长为  $d$  的立方块, 平均来说, 每个立方块中占据一个粒子。由此, 我们可以写出粒子的平均间距, 由  $d^3 n = 1$  可得

$$d = n^{-1/3} \quad (1.1.15)$$

### 2. 朗道长度 $\lambda_L$

朗道 (Landau) 长度表示等离子体中一个  $\alpha$  类粒子与一个  $\beta$  类粒子在碰撞时所能接近的最小距离。显然, 在这个距离上一粒子的特征动能  $kT$  等于相互作用势能

$$E_p = \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{4\pi\epsilon_0 \lambda_L} \quad (1.1.16)$$

这一点, 我们可以作这样的直观理解: 一个  $\alpha$  类粒子以相对速度由无穷远朝一个  $\beta$  类粒子

运动，到达离这个  $\beta$  类粒子  $\lambda_L$  远处的时候，全部动能转化为势能，即

$$\lambda_L = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{4\pi\epsilon_0 kT} = 1.67 \times 10^{-5} Z_\alpha Z_\beta T^{-1} \quad (1.1.17)$$

式中， $\lambda_L$ ， $T$  分别以 m 和 K 为单位。由朗道长度可以粗略估计出库仑近碰撞（一次碰撞发生  $90^\circ$  偏转）的截面，即

$$\delta_{\alpha\beta} \approx \pi \lambda_L^2 \quad (1.1.18)$$

朗道长度与粒子平均间距之比为

$$\alpha = \frac{\lambda_L}{d} \approx 1.67 \times 10^{-5} n^{1/3} T^{-1} \quad (1.1.19)$$

式中， $n$  的单位为  $m^{-3}$ 。对于高温低密度等离子体，有  $\alpha \ll 1$ 。由普通物理学可知，粒子碰撞的平均自由程为  $\lambda = 1/n\delta$ ，其中  $\delta$  为粒子间碰撞截面。对于库仑近碰撞：

$$\lambda = \frac{1}{n\delta_{\alpha\beta}} = \frac{1}{n\pi\lambda_L^2} \propto \pi n^{-1} T^2 \quad (1.1.20)$$

### 3. 经典条件

经典条件就是在能用经典理论描述等离子体时需要满足的条件，这个条件是粒子的德布罗意波长  $\lambda$  ( $\lambda = h/p = h/mv$ ，其中  $v \approx (kT/m)^{1/2}$ ) 远小于物质粒子的平均间距  $d$ ：

$$\lambda \approx \frac{h}{\sqrt{mkT}} \ll d \Rightarrow n^{1/3} T^{-1/2} \ll 1 \quad (1.1.21)$$

式中， $h = 6.62 \times 10^{-34} J \cdot s$ ，为普朗克常量； $m$  以 kg 为单位。

如果上述条件满足，则可以忽略等离子体的量子效应，而采用经典理论来描述它，显然，对于高温低密等离子体，上述条件是容易满足的。然而，对于固体等离子体及一些恒星内部的等离子体，它们往往是高密低温等离子体，上述条件不满足，需要用量子理论来描述，这类等离子体则称为量子等离子体。

### 4. 稀薄条件

在讨论等离子体的某些性质时，常常把等离子体当作理想气体来处理。这时，需要满足的条件是：等离子体粒子热运动的特征动能远大于粒子间平均库仑相互作用势，即

$$\bar{E}_p \ll E_k \quad \text{或} \quad \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{4\pi\epsilon_0 d} \ll kT \quad (1.1.22)$$

由上式可以证明： $n\lambda_L^3 \ll 1$ 。（自证）

上述条件称为稀薄条件，也称为等离子体理想气体条件。如果上述条件满足，就可以忽略粒子间相互作用势能，而把等离子体看成理想气体。这时，等离子体的压强可以写成  $p = p_e + p_i = n_e kT_e + n_i kT_i$ 。可以证明，如果等离子体理想气体条件成立，则经典条件一定成立。（自证）

## 1.2 德拜屏蔽

### 1.2.1 德拜长度

一个电荷量为  $q$  的点电荷在真空中所建立的电场，在离开它  $r$  远处产生的静电势为

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1.2.1)$$

现在考虑一个电荷量为  $q$  的试验电荷在等离子体中所建立的电场。显然，这个试验电荷将异号带电粒子吸引到自己的附近，同时将排斥同号带电粒子。于是，这将使得在此试验电荷周围一定空间范围内，正负电荷数目不相等，异号电荷出现了过剩（偏离电中性），这些过剩的异号电荷产生的场将叠加在原来试验电荷在空间建立的场，其总效果是使原来的静电势减弱。也就是说，它们对试验电荷的场起着屏蔽作用。

下面，我们研究等离子体中一个带电粒子周围的静电场的形式，并且了解在多大的空间尺度上，这个带电粒子产生的场将被屏蔽掉。

假设等离子体中电子和离子都处于热平衡状态，考虑其中一个带电粒子周围的静电势  $\varphi(r)$ ，它满足泊松方程

$$\nabla^2 \varphi(r) = -\frac{\rho(r)}{\epsilon_0} \quad (1.2.2)$$

式中， $\rho(r)$  为离带电粒子在  $r$  处的电荷密度。由于周围粒子分布的球对称性，采用球坐标系，设  $e = -q (< 0)$ ，上述方程变成

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - \sum n_\alpha Z_\alpha) \quad (1.2.3)$$

设在势场中，粒子数密度服从玻耳兹曼分布：

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right), \quad n_i = n_{i0} \exp\left(\frac{Z_i e\varphi}{kT_i}\right) \quad (1.2.4)$$

式中， $n_{e0}$ ， $n_{i0}$  分别是  $\varphi = 0$  处电子和离子的密度，满足准中性条件  $n_{e0} = \sum n_{\alpha0} Z_\alpha$ 。假设等离子体理想气体条件成立，且离该带电粒子较远处时，有  $e\varphi \ll kT_e$ ， $Z_i e\varphi \ll kT_i$ ，将上式展开并保留到一阶小量，则有

$$n_e = n_{e0} \left(1 + \frac{e\varphi}{kT_e}\right), \quad n_i = n_{i0} \left(1 - \frac{|Z_i e\varphi|}{kT_i}\right) \quad (1.2.5)$$

将上式代入泊松方程 (1.2.3)，利用准中性条件，最后可得

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{\varphi}{\lambda_D^2} \quad (1.2.6)$$

其中  $\lambda_D = \left( \frac{n_{e0} e^2}{\epsilon_0 k T_e} + \frac{Z_i^2 e^2 n_{i0}}{\epsilon_0 k T_i} \right)^{-1/2}$  (1.2.7)

称为德拜半径或德拜长度 (Debye Length)。它是等离子体物理中最重要的特征参量之一。有关它的物理意义下面再作说明。

如果离子均匀不动，可以求出电子的德拜半径为

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 k T_e}{n_{e0} e^2} \right)^{1/2} = 69 \left( \frac{T_e (\text{K})}{n_e (\text{m}^{-3})} \right)^{1/2} = 7430 \left( \frac{T_e (\text{eV})}{n_e (\text{m}^{-3})} \right)^{1/2} \quad (1.2.8)$$

类似地，离子的德拜半径为

$$\lambda_D = \left[ \frac{\epsilon_0 k T_e}{n_{i0} Z_i^2 e^2} \right]^{1/2} = 69 \left( \frac{T_i (\text{eV})}{n_i (\text{m}^{-3})} \right)^{1/2} \quad (1.2.9)$$

## 1.2.2 德拜势

下面来求德拜势的具体表达式。作变换  $\varphi(r) = u(r)/r$ ，式 (1.2.6) 变成

$$(1.2.11) \quad \frac{d^2 u(r)}{dr^2} - \frac{u(r)}{\lambda_D^2} = 0 \quad (1.2.10)$$

容易求得上述线性方程的通解为

$$u(r) = A \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) + B \exp\left(\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.2.11)$$

于是有

$$\varphi(r) = \frac{A}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) + \frac{B}{r} \exp\left(\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.2.12)$$

式中， $A$  和  $B$  为待定常数。引入边界条件：

当  $r \rightarrow \infty$  时， $\varphi \rightarrow 0$ ；当  $r \rightarrow 0$  时， $\varphi = \varphi_0 \rightarrow \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

由此可以求出  $A = q/4\pi\epsilon_0$ ， $B = 0$ ，最后求得带电粒子周围的静电势表达式为

$$(1.2.13) \quad \varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right)$$

此式称为 Debye-Hückel 势或 Yukawa 势。它的形式与真空中的势有本质的区别。在真空中，势按  $r$  的一次幂衰减，而在等离子体中是按指数衰减的。显然，德拜势随  $r$  下降的趋势要比库仑势快得多，如图 1.2.1 所示。在  $r = \lambda_D$  的球面上（德拜球），德拜势的数值比对应的库仑势值小  $e$  倍。在此球外，势场被认为很微弱了。由上述分析可知，一个带电粒子会将一些异号电荷吸引到它的附近，形成屏蔽云，反过来对自身的势起到屏蔽作用，这就是所谓的德拜屏蔽现象。当然，由势的表达式可知，这个屏蔽是不完全的。在德拜球外，还有很小的电势漏出。

### 1.2.3 德拜半径的物理意义

由上面的讨论可知，等离子体中任何一个带电粒子产生的静电势（或引入一个外电势），将要受到周围电荷的屏蔽。这表示该静电势的作用范围受到了限制，其作用空间的特征尺度就是德拜半径（大于  $\lambda_D$  时，势场已很微弱）。因此，在考虑一个带电粒子与等离子体相互作用时，只需考虑与以此带电粒子为中心、以德拜长度为半径的球内的粒子相互作用就可以了。

在空间尺度小于  $\lambda_D$  的区域内，正负电荷数目不相等。这表示在德拜球中是偏离电中性的。因此，可以把  $\lambda_D$  作为等离子体内部局域偏离电中性的尺度或电荷分离的尺度。只有大于这个距离时，等离子体粒子才基本上不受该势场的影响。

由上面的分析可知，准中性条件为  $L \gg \lambda_D$ ，其中  $L$  为等离子体的特征尺度。因为只有在大于  $\lambda_D$  的尺度上，才能认为此带电粒子系统是电中性的。从这个意义讲， $\lambda_D$  给出了带电粒子系统为等离子体的一个判据。当它的尺度比  $\lambda_D$  小时，就不称其为等离子体，只是一些带电粒子的简单集合。只有当等离子体整体上呈电中性时，才谈得上讨论其集体行为。

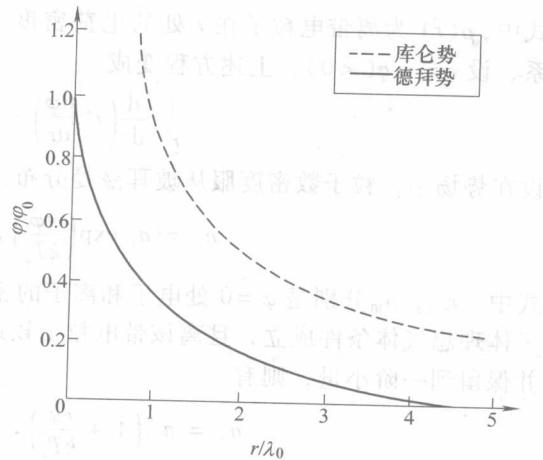


图 1.2.1 德拜势与库仑势的比较