



2008

执业资格考试丛书

一级注册结构工程师 基础考试复习教程

(第五版)

按《注册工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试大纲》编写
同济大学 编 李国强 陈以一 王 从 主编

中国建筑工业出版社

TU3/22=3

2008

2008 执业资格考试丛书

一级注册结构工程师基础考试 复 习 教 程

(第五版)

按《注册工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试大纲》编写

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

一级注册结构工程师基础考试复习教程/李国强, 陈以一, 王从主编. —5 版. —北京: 中国建筑工业出版社, 2008

(2008 执业资格考试丛书)

ISBN 978-7-112-09926-9

I. 一… II. ①李…②陈…③王… III. 建筑结构-工程师-资格考核-自学参考资料 IV. TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 025406 号

本书为一级注册结构工程师基础考试部分复习教程 (第五版), 是按新大纲及新规范编写而成, 全书共分十九章, 分别对注册结构工程师基础考试各科目进行简明扼要的介绍, 既符合考试大纲所规定的深度和广度要求, 又与当前教学内容相结合, 是考生复习备考必需的复习资料。此次修订增加了自测题的数量, 并对各别章节进行了调整、补充; 根据新考纲要求, “工程经济”一章进行了重写; “计算机应用基础”一章重新改写。供考生复习时参考。

本书可指导、帮助参加结构工程师基础考试人员全面、系统地进行复习备考, 也可供高校土建专业学生学习、参考。

* * *

责任编辑: 王 跃 赵梦梅
责任设计: 郑秋菊
责任校对: 王雪竹 孟 楠

2008 执业资格考试丛书 一级注册结构工程师基础考试复习教程 (第五版)

按《注册工程师 (房屋结构) 执业资格考试基础考试大纲》编写

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)
各地新华书店、建筑书店经销
北京红光制版公司制版
北京同文印刷有限责任公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 88 $\frac{3}{4}$ 字数: 2161 千字
2008 年 5 月第五版 2008 年 5 月第十七次印刷
印数: 70501—77500 册 定价: 180.00 元

ISBN 978-7-112-09926-9
(16721)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

第五版前言

本书自 1997 年第一版正式出版以来进行了三次改版，前后经十六次印刷，这次第五版是由于许多学科制定了新的规范、法规或标准，教学内容也必需即时调整，以求适应。在改版中我们也充分考虑了读者的反馈意见和近几次考试的实际情况。

本次改版我们主要修改了“流体力学”、“电工电子技术”、“工程经济”、“土木工程材料”、“结构力学”、“土木工程施工和管理”、“职业法规”等几章，根据各章的不同情况分别作了重写、修改或增补（包括自测题的增补），以满足考生复习之需要。

本次版本各章作者是：

第一章 邱伯驹 骆承钦 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 方 平 樊纪湘

第七章 苏小卒

第八章 唐九妹

第九章 邢爱芳

第十章 张 雄

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮

第十五章 陈扬骥 陈以一

第十六章 范家骥

第十七章 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编
2008.2

第四版前言

本次版本是按照全国勘察设计注册工程师管理委员会 2003 年 5 月公布的《注册工程师（房屋结构）执业资格考试基础考试大纲》要求，对第三版教程作了以下改动：

一、为便于读者学习，本版次根据上、下午段的考试科目，将第七章土木工程材料与第十章计算机应用基础对调，这样一至九章是上午考试科目，十至十九章是下午考试科目；

二、根据新考纲要求对“工程经济”一章，进行了重写；

三、“计算机与数值方法”一章，按考试大纲规定改为“计算机应用基础”，删除了数值计算内容，并对计算机操作系统一节按 Windows 98 操作系统重新改写；

四、“土木工程材料”这一章，根据考试大纲要求，增加了木材、石材和黏土的内容；

五、“高等数学”及“职业法规”两章，略有修改；

六、根据读者要求，本版次增加了自测题的数量，总题量约为 580 余题。

七、本版本编写人员略有调整：

主编：李国强、陈以一、王从

第一章 邱伯驹 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 苏小卒

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 邵颖红

第十章 张 雄

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮

第十五章 陈扬骥 陈以一

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编

2004.12

第三版前言

本书第二版出版于 2003 年，但由于钢结构新规范的颁布，本书亦需随之相应修改。

在此次第三版中主要有以下改动：

一、钢结构一章根据新规范要求进行了重写；

二、为便于读者在学习后能进行自我检测，本次各章均增加了“自测题”一节，自测题数量均为考题量的一倍，或一倍以上，全书共增自测题 400 余道；

三、由于二版是新排本，三版时各章均进行了全面的校对，更正了一些错误。部分章节根据学科发展的情况，适当增、删、改了一些内容；

四、编写人员中，除钢结构一章改由陈扬骥、陈以一教授重写外，其余各章均无变化。

主 编

2004.2

第 二 版 前 言

本书第一版出版至今已有五年余，五年来我国建筑科学技术有了很大的进步，为适应需要，诸多学科的设计、施工规范均已作了修订，技术标准也有了许多调整，因此，本书一版中若干内容必须与时俱进地作相应的修改。

这次本书再版中，我们的修改主要在以下几方面：

文字上和符号上作了比较认真的校对和更正；

涉及有新规范、新标准的学科，均按新规范、新标准的要求，作了较多的改动，部分章节还进行了重写；

根据考纲，重新审阅了内容，各章均在字数上作了适量删减，以突出主要内容；

在主编和各章编写人员中，也进行了一些调整。

本次版本的主编是：李国强、陈以一、王从

各章的编写人员是：

第一章 邱伯驹 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮

第十五章 宗听聪 陈以一

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编

2003 年 4 月

第一版前言

实行注册结构工程师执业制度,是适应社会主义市场经济体制建立的需要,参照国际发达国家的做法,所进行的一项工程设计管理体制和人事管理制度的配套改革。注册结构工程师资格,必须经过全国统一考试取得。

一级注册结构工程师的考试分为基础考试和专业考试两个阶段。基础考试主要测试应考者是否掌握结构工程师必须具备的基础知识和专业理论,专业考试则侧重于实际工程设计能力。

为了配合全国一级注册结构工程师资格考试,建设部执业资格注册中心委托上海同济大学组织近三十名教授、副教授编写了这本教程。该书可指导、帮助参加基础考试人员按照考试大纲的要求,全面地、系统地进行复习备考,也可作为高等院校土建专业毕业生学习参考用书。

本教程的主编者是王从、颜德姮、干国华。各章分别由下列人员编写:

第一章 邱伯驹 骆承钦 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 石振球

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒 陈以一

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮 范家骥

第十五章 宗听聪

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

建设部执业资格注册中心聘请孙芳垂、杨晓同志对教程进行了校审。

由于时间仓促、工作量大,在编写过程中难免有疏漏之处,敬请读者指正。

建设部执业资格注册中心

1997年4月3日

目 录

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何	1
第二节 微分学	9
第三节 积分学	31
第四节 无穷级数	50
第五节 微分方程	58
第六节 概率与数理统计	64
第七节 向量分析	78
第八节 线性代数	81
第九节 自测题	100
第二章 普通物理	109
第一节 气体分子动理论	109
第二节 热力学基础	119
第三节 机械波	131
第四节 波动光学	139
第五节 自测题	156
第三章 普通化学	161
第一节 化学反应的基本规律	161
第二节 稀溶液的依数性	175
第三节 溶液中的酸碱平衡	177
第四节 多相离子平衡	183
第五节 氧化还原反应与电化学	185
第六节 原子结构和周期律	194
第七节 化学键、分子结构和晶体结构	203
第八节 有机化合物	208
第九节 有机高分子化合物	214
第十节 自测题	219
第四章 理论力学	222
第一节 静力学	222
第二节 运动学	241
第三节 动力学	259
第四节 自测题	298
第五章 材料力学	308

第一节	绪论	308
第二节	轴向拉伸与压缩	308
第三节	剪切	314
第四节	扭转	318
第五节	截面图形的几何性质	321
第六节	弯曲内力	325
第七节	弯曲应力	332
第八节	弯曲变形	337
第九节	应力状态分析和强度理论	342
第十节	组合变形	351
第十一节	压杆稳定	360
第十二节	自测题	365
第六章	流体力学	377
第一节	流体的主要物理性质	377
第二节	流体静力学	380
第三节	流体动力学	390
第四节	流动阻力和水头损失	403
第五节	孔口、管嘴出流、有压管道恒定流	416
第六节	明渠恒定均匀流	426
第七节	渗流	430
第八节	相似原理和量纲分析	436
第九节	流体运动参数的测量	442
第十节	自测题	445
第七章	计算机应用基础	453
第一节	计算机基础知识	453
第二节	Windows 操作系统	455
第三节	计算机程序设计语言	462
第四节	自测题	480
第八章	电工电子技术	485
第一节	电场与磁场	485
第二节	直流电路	489
第三节	正弦交流电路	495
第四节	RC 和 RL 电路的暂态过程	513
第五节	变压器与电动机	516
第六节	半导体二极管及整流、稳压电路	523
第七节	半导体三极管场效应三极管及基本放大电路	529
第八节	运算放大器	539
第九节	门电路和触发器	543
第十节	自测题	551

第九章 工程经济	558
第一节 现金流量构成与资金等值计算	558
第二节 投资经济效果评价方法和参数	573
第三节 不确定性分析	589
第四节 投资项目的财务评价	594
第五节 价值工程	618
第六节 自测题	630
附表	634
第十章 土木工程材料	646
第一节 建筑材料的基本性质	646
第二节 建筑钢材	654
第三节 气硬性无机胶凝材料	669
第四节 水泥	675
第五节 混凝土	689
第六节 沥青	713
第七节 木材	720
第八节 石材和黏土	721
第九节 自测题	723
第十一章 结构力学	726
第一节 平面体系的几何组成分析	726
第二节 静定结构受力分析和特性	729
第三节 静定结构位移计算	741
第四节 超静定结构的受力分析及特性	751
第五节 影响线	769
第六节 结构动力特性及动力反应	780
第七节 自测题	799
第十二章 土力学与地基基础	807
第一节 土的物理性质及工程分类	807
第二节 土中应力	817
第三节 地基变形	826
第四节 土的抗剪强度	838
第五节 土压力、地基承载力和边坡稳定	846
第六节 岩土工程勘察	861
第七节 浅基础	866
第八节 深基础	874
第九节 地基处理	882
第十节 自测题	888
第十三章 工程测量	892
第一节 工程测量基本概念	892

第二节	水准测量	898
第三节	角度测量	904
第四节	距离测量	912
第五节	测量误差基本知识	918
第六节	控制测量	922
第七节	地形图测绘	931
第八节	地形图应用	937
第九节	建筑工程测量	940
第十节	自测题	949
第十四章	钢筋混凝土结构	951
第一节	材料性能	951
第二节	基本计算原则	957
第三节	承载能力极限状态计算	962
第四节	正常使用极限状态验算	996
第五节	预应力混凝土	1001
第六节	构造规定	1020
第七节	梁板结构	1021
第八节	单层厂房	1037
第九节	多层及高层房屋	1052
第十节	抗震设计要点	1081
第十一节	自测题	1091
第十五章	钢结构	1096
第一节	钢结构的材料	1096
第二节	钢结构的构件	1106
第三节	钢结构的连接	1124
第四节	钢屋盖	1140
第五节	自测题	1154
第十六章	砌体结构	1161
第一节	材料性能	1161
第二节	基本设计原则	1167
第三节	承载力	1169
第四节	混合结构设计	1191
第五节	房屋部件	1201
第六节	抗震设计要点	1217
第七节	自测题	1225
第十七章	土木工程施工与管理	1229
第一节	土石方工程	1229
第二节	桩基础工程	1238
第三节	混凝土工程与预应力混凝土工程	1241

第四节	砌体工程	1261
第五节	结构吊装工程	1263
第六节	屋面防水工程	1266
第七节	装饰工程	1268
第八节	项目管理规划	1272
第九节	自测题	1290
第十八章	结构试验	1292
第一节	结构试验设计	1292
第二节	结构试验的荷载设备和量测仪器	1300
第三节	结构单调加载静力试验	1324
第四节	结构低周反复加载静力试验	1336
第五节	结构动力试验	1345
第六节	结构非破损检测技术	1358
第七节	结构模型试验	1368
第八节	自测题	1375
第十九章	职业法规	1378
第一节	建设法规体系	1378
第二节	技术标准规范体系	1392
第三节	自测题	1397
附录	注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试基础考试大纲	1400

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何

一、向量代数

(一) 向量及其线性运算

既有大小又有方向的量,如位移、速度、力等这类量,称为向量,向量 a 的大小称为向量 a 的模,记作 $|a|$ 。

向量的加减法、向量与数的乘法统称为向量的线性运算。

向量 a 与向量 b 的和 $a+b$ 是一个向量 c ,利用平行四边形法则或三角形法则可得向量 c ,如图 1-1-1,图 1-1-2 所示。

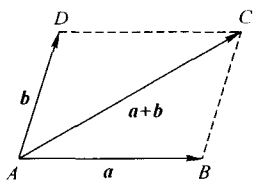


图 1-1-1

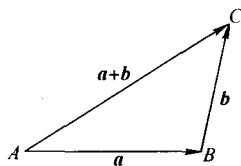


图 1-1-2

向量的加法符合下列运算规律:

①交换律 $a+b=b+a$

②结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$

向量 b 与向量 a 的差 $b-a$ 定义为向量 b 与 a 的负向量 $-a$ 的和,即

$$b-a=b+(-a)$$

由向量加法的三角形法则可知:

$$|a+b|\leq|a|+|b|, |a-b|\leq|a|+|b|$$

向量 a 与实数 λ 的积记作 λa ,它是一个向量,它的模

$$|\lambda a|=|\lambda||a|$$

它的方向当 $\lambda>0$ 时,与向量 a 相同;当 $\lambda<0$ 时,与向量 a 相反。

向量与数的乘积符合下列运算规律:

①结合律 $\lambda(\mu a)=\mu(\lambda a)=(\lambda\mu)a$

②分配律 $(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a$

$$\lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$$

由向量与数的乘积的定义,可得以下定理:

定理 设向量 $a\neq 0$,那么,向量 b 与向量 a 平行的充分必要条件是:存在惟一的实数 λ ,使 $b=\lambda a$ 。

(二) 向量的坐标

设有空间直角坐标系 $O-xyz$, i, j, k 分别表示沿 x, y, z 轴正向的单位向量, $\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2}$ 是以 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 为起点, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为终点的向量, 则向量 $\vec{a}$ 可表示为

$$\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k}$$

或

$$\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)^{\text{①}}$$

其中 $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ 称为向量 $\vec{a}$ 的坐标。

利用向量的坐标, 可得向量的加法、减法以及向量与数的乘法运算如下:

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$

则

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z)$$

$$\lambda\vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

非零向量 $\vec{a}$ 与三条坐标轴正向的夹角 α, β, γ 称为它的方向角。向量的模、方向角与坐标之间有如下关系:

$$a_x = |\vec{a}| \cos \alpha, a_y = |\vec{a}| \cos \beta, a_z = |\vec{a}| \cos \gamma$$

其中 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 称为向量 $\vec{a}$ 的方向余弦。

利用向量的坐标可得向量的模与方向余弦如下:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

(三) 数量积 向量积

设向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的夹角为 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$), 向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的数量积为一个数量, 记作 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, 其大小为 $|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, 即

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

向量 $\vec{a}$ 在轴 u 上的投影 (记作 $\text{Prj}_u \vec{a}$) 等于向量 $\vec{a}$ 的模乘以轴与向量 $\vec{a}$ 的夹角 φ 的余弦, 即

$$\text{Prj}_u \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$$

利用向量在轴上的投影, 可将数量积表为

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \text{Prj}_a \vec{b} = |\vec{b}| \text{Prj}_b \vec{a}$$

向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的向量积为一个向量 $\vec{c}$, 记作 $\vec{a} \times \vec{b}$, 即 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$ 的模

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

$\vec{c}$ 的方向垂直于 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 所决定的平面, $\vec{c}$ 的指向按右手法则确定。

设向量 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, 则

① 在高等数学第三版中, 记作 $\vec{a} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, 现在按国家标准花括弧改成圆括弧。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

或

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

(四) 例题

【例 1-1-1】 设已知两点 $M_1(2, 2, \sqrt{2})$ 和 $M_2(1, 3, 0)$, 计算向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的模、方向余弦和方向角。

【解】 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (1-2, 3-2, 0-\sqrt{2}) = (-1, 1, -\sqrt{2})$

$$|\overrightarrow{M_1 M_2}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} = 2$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}, \cos \beta = \frac{1}{2}, \cos \gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{3\pi}{4}$$

【例 1-1-2】 设质量为 100kg 的物体从点 $M_1(3, 1, 8)$ 沿直线移动到点 $M_2(1, 4, 2)$ 。计算重力做功 (长度单位为 m, 重力方向为 z 轴负方向)。

【解】 重力 $\mathbf{P} = (0, 0, -mg) = (0, 0, -980)$,

位移向量 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (-2, 3, -6)$ 。

按数量积的物理意义, 重力做功 W 即为向量 $\mathbf{P}$ 和向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的数量积, 故

$$W = \mathbf{P} \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} = (-980)(-6) = 5880 \text{ (J)}$$

【例 1-1-3】 已知三角形 ABC 的顶点是 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$ 和 $C(2, 4, 7)$ 。求三角形 ABC 的面积。

【解】 根据向量积的定义, 可知三角形 ABC 的面积

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \sin \angle A = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$$

$$\overrightarrow{AB} = (2, 2, 2), \overrightarrow{AC} = (1, 2, 4)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

【例 1-1-4】 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 均为向量, 下列命题中错误的是

(A) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 的充分必要条件是存在实数 λ , 使 $\mathbf{b} = \lambda \mathbf{a}$

(B) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$

(C) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

(D) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = |\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2$

【解】 命题 (A)、(B)、(C) 都是正确的, 而等式

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = |\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2,$$

根据向量的数量积的运算规律,对一般的向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 均成立。

因此这等式不能成为向量 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的充分必要条件,故应选 (D)。

二、平面

(一) 平面的方程

设平面 Π 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 它的一个法向量 $\mathbf{n} = (A, B, C)$, 则平面 Π 的方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

此方程称为平面的点法式方程。

平面的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

其中 $\mathbf{n} = (A, B, C)$ 为该平面的法向量。

设一平面与 x, y, z 轴分别交于 $P(a, 0, 0)$ 、 $Q(0, b, 0)$ 和 $R(0, 0, c)$ 三点 (其中 $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$), 则该平面的方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

此方程称为平面的截距式方程, a, b, c 依次称为平面在 x, y, z 轴上的截距。

对于一些特殊的三元一次方程, 应该熟悉它们的图形的特点。

如, 在方程 $Ax + By + Cz + D = 0$ 中, 当 $D = 0$ 时, 方程表示一个通过原点的平面; 当 $A = 0$ 时, 方程表示一个平行于 x 轴的平面; 当 $A = B = 0$ 时, 方程表示一个平行于 xOy 面的平面。类似地, 可得其他情形的结论。

(二) 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角 (通常指锐角)。设有平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 和平面 $\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, 则 Π_1 和 Π_2 的夹角 θ 由下式确定:

$$\cos \theta = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

由此可得

Π_1 与 Π_2 互相垂直相当于 $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

Π_1 与 Π_2 平行相当于 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

空间一点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

的距离, 有以下公式:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(三) 例题

【例 1-1-5】 求过三点 $M_1(2, -1, 4)$ 、 $M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 2, 3)$ 的平面的方程。

【解】 先找出平面的法向量 $\mathbf{n}$, 可取 $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3, 4, -6)$ 与 $\overrightarrow{M_1M_3} = (-2,$