

中尺度数值模式

在低纬高原地区的应用研究

肖子牛 张万诚 段 玮 晏红明 等编著

气象出版社

云南省“十五”科技攻关项目专著之二（2001NG4302、4305 子课题承担）

中尺度数值模式在低纬 高原地区的应用研究

肖子牛 张万诚 段玮 晏红明等编著

气象出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了区域数值模式以及同化技术的基本原理, 及其对低纬高原地区强对流天气的模拟和预报应用研究。全书共分为两大部分, 第一部分主要包括数值预报模式基础、客观分析与传统资料同化、变分同化技术、MM5 和 AREM 区域模式、区域数值模式用户指南等, 并给出了 MM5 和 AREM 区域模式及变分同化技术的应用实例。第二部分介绍了对低纬高原地区中尺度强对流天气的模拟试验及技术总结等。

本书具有系统性、实用性, 可供气象、环保、水文等相关部门的专业人员和科研人员参阅, 特别适合省级气象业务人员使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

中尺度数值模式在低纬高原地区的应用研究/肖子牛
等编著. —北京: 气象出版社, 2005.5

ISBN 7-5029-3953-9

I. 中… II. 肖… III. 中尺度—数值模拟—应用
—有限区域数值预报 IV. P456.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 040274 号

气象出版社出版

(北京市中关村南大街 46 号 邮编: 100081)

网址: <http://cmp.cma.gov.cn> E-mail: qxcbs@263.net

总编室: 010-68407112 发行部: 010-62175925

责任编辑: 王元庆 终审: 陈云峰

封面设计: 张建永 版式设计: 刘祥玉 责任校对: 金 仁

*

北京市京东印刷厂印刷

气象出版社发行

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 15.5 字数: 408 千字

2005 年 5 月第一版 2005 年 5 月第一次印刷

印数: 1~800 册 定价: 50.00 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等, 请与本社
发行部联系调换

序

云南省地处青藏高原东南麓，向南延伸为中南半岛，西临孟加拉湾，东望中国南海，这种特殊的海陆分布以及复杂的地形地貌铸就了云南特殊的立体气候背景。这里每年既受东亚季风的影响，也受到西南季风的影响，还不时受到南海和孟加拉湾热带风暴的侵扰。影响该地区的天气系统十分复杂，加上奇异的地形和独特的下垫面状况的影响，使这里的中小尺度强对流天气频繁发生，由此引发冰雹、滑坡、泥石流等气象灾害，每年均造成严重的损失。由于云南具有低纬、高原和特殊的地理地貌特征，使该地区的中小尺度强对流天气有一些与中国中东部地区不同的特点。

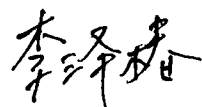
鉴于气象条件对云南社会经济发展和人民生命财产安全的影响，云南省气象局进行了“十五”科技攻关项目“滇中中尺度灾害性天气监测预警系统科学试验及应用研究”，其中有专题研究中尺度数值模式的应用及相关的同化技术，并在几年的实践中取得了许多理论性和应用性的结果，为提高预测能力提供了科学依据。这是一个解决省一级在社会经济发展中面临的气象科学问题的典范。

本书是云南气象科研工作者在中尺度数值预报科研和业务领域的初次探索，是对中尺度数值预报技术在云南低纬高原地区应用研究的系统总结。作者从基层业务人员实际需要出发，在概要介绍了数值预报、中尺度数值模式、客观分析与资料同化以及变分同化技术等一些基本知识的基础上，又详细介绍了国内应用较多的 MM5、AREM 等中尺度数值模式对云南强对流天气的模拟和预报应用情况。为方便业务人员使用，作者给出了中国气象科学研究院的 Grapes 变分同化技术、MM5 模式、AREM 模式本地化业务应用指南，介绍了在 PC 机 Linux 环境下针对本地资料现状的数据接口和实现方案。同时开展了地形敏感性试验，并对不同天气背景下的典型降水过程进行了数值模拟，第一次对云南的强对流天气开展了较为系统的中尺度数值模拟、预报试验和检验分析。因此本书不仅仅可以作为学习中尺度数值天气预报的教材，也可以作为低纬高原地区

中尺度数值预报业务使用中的指南和手册。

本书内容全面丰富，结构科学合理，系统及应用性强。第一次将数值模式及同化技术在低纬高原地区进行了研究和应用，是一本学习借鉴性强，研究与应用相结合，对省级气象部门开展区域中尺度数值模式业务应用进行了有益探索的技术总结。

云南省气象部门开展为提高预报准确率的数值天气预报研究不是很早，也不是力量很雄厚的单位，但通过攻关项目、理论结合实际、研究结合应用，写出这样一本在理论上、应用上有价值的书是值得学习和庆贺的。但本书的工作还仅仅是中尺度数值预报技术在云南低纬高原地区应用研究的开始和起步，希望在现有研究基础上，云南的气象科研人员继续研究特殊天气和复杂地形条件下区域中尺度数值模式预报技术，长期地、深入地探索云南地区中尺度天气系统特殊的机理规律，不断提高云南气象防灾减灾预警能力。



2005年3月8日

前 言

云南地处青藏高原的东南侧，受东亚季风和西南季风的双重影响，由于海拔高差悬殊，使得气候的水平和垂直差异十分显著。同时，云南是我国惟一受南海（西太平洋）和孟加拉湾热带风暴影响的区域，受复杂的地形环境和天气系统综合影响，使得该地区强对流天气的预报难度较大。数值天气预报是现代天气预报业务的基础，也是提高天气预报质量的有效途径，因此，数值天气预报技术是现代天气预报技术的创新前沿和主攻方向。中国气象事业发展战略提出树立“公共气象、安全气象和资源气象”的发展理念，要进一步提高气象预报服务水平，为地方社会经济发展和建设全面小康社会提供更优质的服务保障，就必须不断提高低纬高原地区的天气预报准确率。数值预报准确与否，一是模式要能够足够精确地反映天气过程的演变规律，二是模式的初值能精确反映初始时刻的大气状况。以国家气象中心数值预报为基础，依托天气雷达、气象卫星、自动站点监测，开展中尺度数值模式在低纬高原地区的应用研究，建立有地域特色、分辨率较高的数值模式，是提高低纬高原地区预报准确率，实现精细化天气预报和服务的关键。

云南省“十五”科技攻关项目“滇中中尺度灾害性天气监测预警系统科学实验及应用研究”（2001NG43）—02、05子课题“中尺度数值模式在低纬高原复杂地形条件下的应用研究”、“新一代中尺度探测系统资料同化技术研究”给我们提供了一个开展云南低纬高原地区区域中尺度数值模式应用研究的机遇和条件，根据总课题研究与应用相结合、业务和探索相结合、学习借鉴和积累总结相结合的要求，本书介绍了国内常见的几种区域模式在云南的调试、安装及应用情况，总结了对区域中尺度模式及同化技术进行应用试验研究的一些初步结果，并基于模式对云南强对流天气的模拟、预报对比试验及实际业务应用的情况，介绍了云南中尺度数值模式的预报实验业务流程、初始资料读取、输出模块和参数选取原则。本书可以作为今后开展进一步科研和业务工作的使用手

册和参考资料。

本书分为两大部分，第一部分在写作中尽可能反映数值预报的全貌，使读者对数值预报及同化技术有一个系统的概念。第二部分是课题组4年来取得的部分成果，是数值模式及同化技术在云南的试验应用研究的技术总结汇编。

本书由肖子牛、张万诚、段玮、晏红明、赵元茂等编著完成。作者非常感谢宇如聪研究员提供了 AREM 模式，薛纪善研究员以及中国气象科学研究院数值预报创新基地的朱国富研究员、庄世宇研究员等专家提供了变分同化技术系统及技术指导。对兰州大学邱崇践教授对课题的开展给予的指导，也表示深深地感谢。在撰稿中得到梁红丽、何华、郑建萌、尹文有、徐八林、施建国、周秀美、陶云等的大力支持和积极帮助，在此表示深深的谢意。

我们还要感谢“十五”攻关课题组长，云南省气象局局长刘建华高级工程师以及云南省气象局其他几位局领导和有关专家提供的大力帮助和支持。

由于我们基础和水平有限，对中尺度数值模式和同化技术学习和研究得还很肤浅，书中难免有不当或错误之处，恳请读者批评指正。

作者

2005 年 1 月于昆明

目 录

第一部分 中尺度数值预报模式及同化业务系统

第一章 引论	(3)
第一节 云南中尺度天气引发的灾害概述	(3)
第二节 中尺度数值模式的发展现状	(5)
第二章 数值天气预报基础知识	(7)
第一节 大气运动基本方程组	(7)
第二节 数值计算解决方法	(12)
第三节 初值条件与边界条件	(16)
第四节 模式物理过程的处理	(20)
第三章 区域数值天气预报模式介绍	(23)
第一节 MM5 模式	(23)
第二节 AREM 模式	(67)
第四章 客观分析与资料同化	(79)
第一节 客观分析的主要方法	(79)
第二节 四维资料同化	(83)
第五章 变分同化技术介绍	(85)
第一节 数值预报中的三类反问题	(85)
第二节 四维变分同化的基本原理	(87)
第三节 卫星资料的同化	(94)
第四节 多普勒雷达资料的反演同化	(97)
第五节 三维变分同化系统的应用	(100)
第六节 三维变分同化系统的调试	(102)
第六章 区域中尺度数值模式及同化业务用户指南	(104)
第一节 区域模式运行需具备的资料	(104)
第二节 运行 MM5 模式系统	(104)
第三节 运行 AREM 模式系统	(112)
第四节 三维变分同化及 AREM 模式初值	(115)
第七章 数值模式及同化技术在云南的应用研究	(121)
第一节 湿物理过程对云南夏季降水的模拟对比	(121)
第二节 特殊地形、下垫面对云南降水的影响	(152)
第三节 AREM 模式的研究应用	(164)
第四节 变分同化及其在 AREM 模式的应用	(177)

第二部分 部分应用研究论文及技术总结

地形对滇中低涡暴雨影响的敏感性试验·····	(199)
云南一次切变线上中 α 尺度低涡扰动的结构分析·····	(205)
云南夏季切变线系统湿物理过程方案对比试验·····	(212)
高低空急流在云南大范围暴雨过程中的作用及共同特征·····	(218)
变分同化方案的设计及其试验·····	(225)
云南中尺度模式结果方差检验与信噪比分析·····	(232)

第一部分 中尺度数值预报模式 及同化业务系统

第一章 引 论

第一节 云南中尺度天气引发的灾害概述

中尺度灾害性天气主要包括暴雨、大风、冰雹等对流天气,由于这类天气生命史短,突发性强,能形成严重的自然灾害,给国民经济造成巨大损失。20 世纪 80 年代以来大范围暴雨洪涝、风雹、龙卷以及沙尘暴等强烈灾害天气使工农业生产发展面临严峻的形势。

云南地处青藏高原的东南侧,受东亚季风和西南季风的双重影响,具有明显的干湿季,整个干季(11 月至次年 4 月)的雨量仅占全年雨量的 5%~15%。由于云南的地形复杂,山地面积占全省的 94%,高山、河谷、盆地相间分布,海拔高差悬殊,使得气候的水平和垂直差异十分显著。同时,云南是我国惟一受南海(西太平洋)和孟加拉湾热带风暴影响的区域,加之受青藏高原大地形的作用,使这里的中小尺度天气系统频繁发生,并因此引发各种气象灾害,给当地各族人民的生命财产造成不可估量的损失。例如,对云南自然灾害情况的分析表明,气象灾害的直接经济损失高居首位,1950~1997 年,全省平均每年有 50 余个县市发生洪涝,占全部气象灾害的 23%,20 世纪 50~80 年代,每 10 年的洪涝受灾面积分别为 $105 \times 10^4 \text{ km}^2$ 、 $142.52 \times 10^4 \text{ km}^2$ 、 $58.78 \times 10^4 \text{ km}^2$ 、 $158.6 \times 10^4 \text{ km}^2$,而 20 世纪 90 年代前 8 年受灾面积达 $283.21 \times 10^4 \text{ km}^2$;1950~1995 年,风雹对农作物的危害面积达 $568.57 \times 10^4 \text{ km}^2$,占气象灾害损失的 19%,仅次于干旱和洪涝,20 世纪 80 年代风雹灾害性天气频率增大,1990~1995 年风雹危害面积达 $168.79 \times 10^4 \text{ km}^2$,平均每年作物受灾面积达 $28.13 \times 10^4 \text{ km}^2$,是 20 世纪 50~80 年代的 3 倍。暴雨洪涝、风雹造成的灾害占云南气象灾害的 40%以上,给以烟草、花卉、旅游和蔬菜为主要经济增长点的云南现代农业的生产造成极为惨重的损失。

中尺度强对流天气除夏季发生较多外,秋季的暴雨、风雹引发的灾害也不少,如:1983 年 7 月 30 日至 8 月 3 日,云南出现全省性暴雨,101 个县遭受洪涝灾害;1986 年 9 月 27 日至 10 月 11 日,发生了罕见的大到暴雨,造成严重的秋季洪涝,大理州 23 万亩*大春作物被淹没。随着全球气候变暖,引发的各种极端气候事件比较频繁,近年来强对流天气造成的灾害呈增多的趋势。如:2002 年云南全省共出现降雨 1009 站次,暴雨 240 站次,大暴雨 21 站次,并引发泥石流、滑坡灾害,共造成 790 万人受灾,因灾死亡 263 人,农作物受灾 31.8 万 hm^2 ,成灾 20.7 万 hm^2 ,绝收 5.1 万 hm^2 ,民房倒塌 32141 间,损坏 86351 间,直接经济损失 22.1 亿元人民币。

由于云南地处低纬高原,其复杂的地形环境和天气系统综合影响,造成了各地降水的极不均匀。将云南分为 1 区(滇东北,包括 20 个气象站),2 区(滇东南,包括 21 个气象

* 1 亩=0.067hm²。

站), 3 区 (滇中, 包括 29 个气象站), 4 区 (滇西北, 包括 24 个气象站), 5 区 (滇西南, 包括 33 个气象站), 对云南 1961~1995 年雨季 (5~10 月)、干季 (11 月至次年 4 月) 区域出现大雨、暴雨平均站次进行统计。

对雨季分析表明 (见图 1.1), 每年滇西南是大雨、暴雨出现最多的地区, 整个雨季平均发生 440.2 站次, 其次是滇东南, 整个雨季平均发生 233.3 站次, 滇中平均发生 229.9 站次, 滇东北和滇西北在 161~170 站次之间。从雨季区域出现大雨、暴雨站次率还表明 (图略), 滇西南、滇东南等迎风坡地区为大雨、暴雨出现最多的区域, 平均每年每站出现大雨暴雨分别为 13.34 次和 11.1 次。

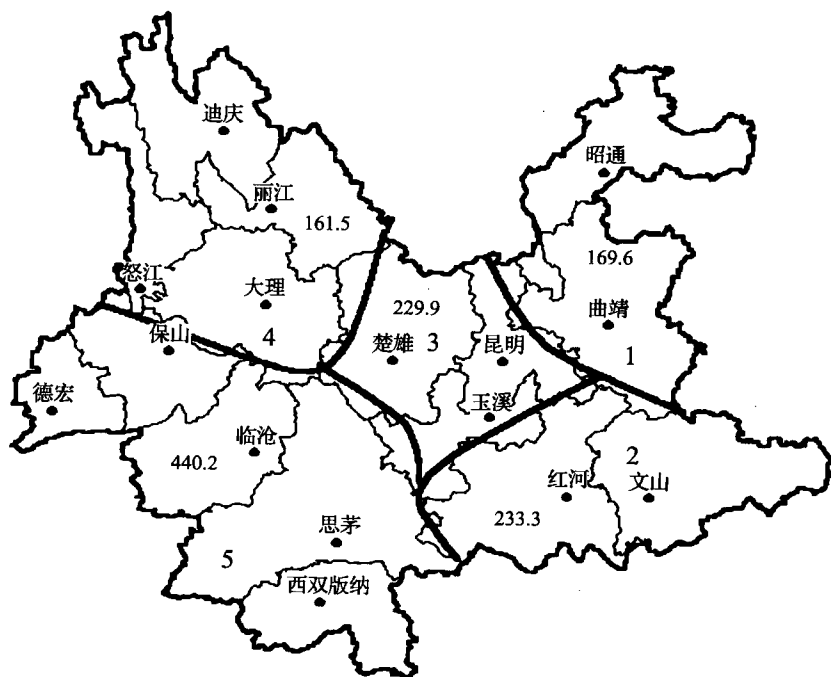


图 1.1 雨季云南区域大雨、暴雨平均站次

图 1.2 是干季云南区域大雨、暴雨平均站次。干季与雨季相比, 发生次数较少, 每年滇西南大雨、暴雨出现 44.8 站次, 其次是滇东南, 整个干季平均发生 31.24 站次, 其次是滇西北有 28.63 站次, 滇中、滇东北共出现 6~15 站次。这表明干季云南区域大雨、暴雨整体发生较少, 但分布差异大, 南部区域仍是大雨、暴雨最多的地区。

据 1951~1992 的资料统计, 最多的大雨以上降雨日主要分布在低纬高原南部的江城, 每年平均有 29 天, 其次是金平有 28.1 天, 最大的暴雨是 1987 年 6 月 2 日江城的特大暴雨, 日降雨量为 250.1mm, 昆明市的最大暴雨是 1986 年 6 月 7 日, 日降雨量为 165.4mm。分析还表明, 滇南迎风坡是暴雨频数高值中心, 每年平均约 3.4 次暴雨。另外, 滇东北、滇东南、滇西南、滇西北都有多暴雨区, 云南的暴雨频数分布是从周边向中部减少。

综上所述, 中尺度天气引发的灾害已成为云南经济可持续发展的主要制约因素之一。如何对突发性强烈灾害天气做出及时准确地预警预报, 已成为迫切需要解决的重大科学问题。

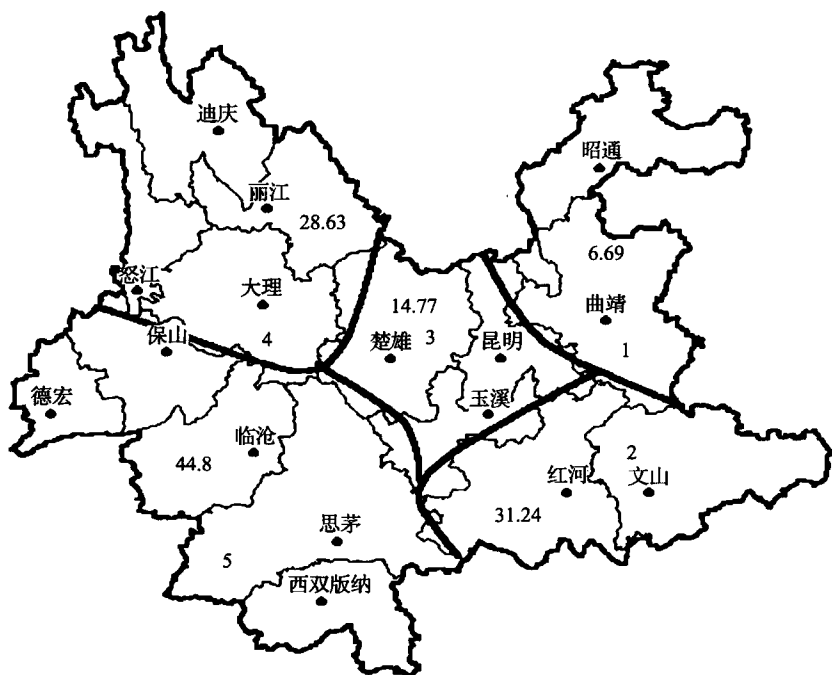


图 1.2 干季云南区域大雨、暴雨平均站次

“十五”期间，云南省气象局在中国气象局和省政府的支持下，将通过自动气象站、多普勒雷达网等大气自动化探测系统的建设，加快对中尺度天气系统的监测能力。2000年12月昆明C波段多普勒天气雷达系统建设工作已完成安装、调试，并通过了中国气象局组织的安装验收，至2001年11月30日已投入业务试运行近一年时间；“十五”结束后，云南将有6部雷达投入对中尺度天气系统的监测。加快以国家气象中心数值预报为基础，依托天气雷达、气象卫星、自动站监测系统，开发中尺度有限区域数值天气预报系统，适时提供空间间隔更细、时间间隔更密、预报准确率更高的精细天气预报，为人民小康生活提供优质、细致的气象服务产品，已成为云南气象部门奋斗的目标。

第二节 中尺度数值模式的发展现状

数值预报的历史很短，真正意义上的数值预报开始于20世纪初期，英国气象学家路易斯·弗莱·里查森利用物理定理的数学表达式试图计算一次24h的天气预测，花费了一年的时间，结果是天气以声速移动而告失败。在1922年，里查森出版了《用数值方法预测天气》一书。从此，开辟了数值预报天气的新纪元。随着计算机的出现，数值模式预报成为可能。在1950年美国气象学家朱利斯·查尼和诺尔曼·菲利普在里查森的基础上，利用计算机作了首次计算机化的24h预测，而这时天气变化不再以声速后移，而且在假设了正压、地转和绝热情况下，成功地预测出了500hPa的环流变化，揭开了数值预报的新篇章，这就是正压模式。几年之后，考虑温度变化的斜压模式也出现并得以应用。

20世纪70年代中后期到80年代，原始方程模式得到进一步完善改进，并根据不同需

要出现了不同类型的模式,如:气候模式、天气尺度的模式等等。数值模式的时效和准确率迅速接近业务的需要,数值预报模式开始走入业务,数值模式的产品被广泛应用于天气预报,如欧洲中心提供的数值预报产品已较为准确。20世纪80年代美国组织实施了“中尺度外场观测试验 STORM 计划”,中尺度模式迅猛发展,先后研制成功了 MM 系列、ARPS 和 RAMS 等中尺度数值预报模式,并利用这些模式对一系列强对流系统进行了模式试验,极大地丰富了人们对强对流灾害天气形成机理的了解,也提高了对其监测和预报的能力。目前,中尺度模式已发展到非静力阶段,并且模式开始加入大气化学、电能变化等。同时在资料处理方面,新的资料处理和客观分析方法得到应用,资料分析质量明显改善。随着计算能力的提高,各种数值模式发展和运用日益成为科研和业务的基础和目标,数值模拟试验已成为研究大气过程的主要方法,同时也是天气预报技术发展的主流,数值预报产品在中尺度天气预报中占有越来越重要的地位。

我国 20 世纪 60 年代起开始在一些地区开展了小规模的中尺度天气试验研究。通过这些外场试验加深了对我国中尺度系统的发生、发展机理的认识,研制和发展了相关的中尺度数值模式。但由于当时技术条件的限制,对中尺度强暴雨系统的监测技术基本上仅仅建立在常规观测站网加密和常规仪器的基础上,缺乏对中尺度系统结构的科学探测和分析,难以对它做出较准确的模拟和预报。自 1986 年起,我国开始在京津冀地区、长江三角洲、珠江三角洲以及三峡地区建立中尺度灾害性天气监测的 0~12h 预报系统和国家中尺度监测基地。“九五”期间,国家已经启动大气自动化探测计划,气象、水利等业务部门将投入大量的资金筹建多普勒雷达监测网、发射新一代气象卫星,这为我国开展中尺度气象学研究提供了前所未有的有利条件。尤其是 1998 年我国同时实施的四大气象外场科学试验,为中尺度灾害性天气的深入研究提供了十分必要的资料条件。这些都为开展中尺度灾害性天气的数值模拟研究提供了必要的基本条件。

中尺度天气系统的数值模拟是一个复杂的问题,尚有诸多关键性、基础性的理论问题有待突破。中尺度灾害性天气的研究要取得突破,前提是捕捉中尺度强对流系统真实的三维结构和演变过程的资料,解决这一问题的关键技术之一是发展新的中尺度探测技术和探测理论,发展综合探测系统,并重点解决特种观测手段获取的中尺度信息和常规资料的同化技术,解决多种观测资料的融合、集成技术问题,研究能生成包含中尺度三维结构的气象数据库的技术和方法。

近年来,我国在中尺度数值预报系统的研究和建设方面取得了一些令人瞩目的成果。1997 年,国家气象中心和北京市气象局合作,在 IBM SP2 并行计算机上建设北京地区的中尺度数值预报业务试验系统。该系统以北京为中心,采用两层双向嵌套网格技术,内层区域的水平分辨率为 15km,外层 45km,到 1999 年系统初步建成了业务试验系统,其产品在北京市气象局和河北省气象局的气象预报业务中得到了较好的应用。实践已证明,数值天气预报是提高天气预报质量的有效途径。2000 年国家气象中心开展了 5km 分辨率的中尺度数值预报试验。“十五”期间,中国气象局专门成立数值预报研究中心,研究开发我国自主知识产权的数值预报模式和同化系统,目前,Grapes 同化系统和数值模式已经在业务中得到初步的应用。

第二章 数值天气预报基础知识

中尺度数值模式已经成为天气预报中的重要工具，同时数值模拟试验也是研究天气过程的主要方法，掌握数值预报最基本的知识，对于利用模式开展科研业务工作，能达到事半功倍的效果。本章主要介绍数值天气预报最常用的基本概念、原理和处理方法等基础知识，目的是为台站业务人员运用数值模式进行天气预报勾画一个简明的数值模式概念路线图。对于深入细致严谨的推演，请查阅相关的参考文献。

第一节 大气运动基本方程组

一、基本方程组

大气是一个极为复杂并且时时都在变化运动的开放系统。大气的运动导致了成风致雨、阴晴交替、寒暖更迭。所有的天气现象都是大气运动的表现。广义上大气运动包含物理运动和化学变化（化学变化不在本书讨论范围内）等等，狭义上大气运动特指其物理运动。本节及随后的绝大部分讨论是建立在狭义大气运动上，其遵守动量守恒定律、质量守恒定律、热力学第一定律、水汽守恒定律以及气体实验定律等物理定律。当这些定律被表示为描述大气运动的数学表达式就形成了支配大气运动的方程组，习惯上称为基本方程组。然而任何方程组都只可能是近似地表达大气状态而不是完备描述。

大气运动基本方程组是进行数值天气预报的基础，通常的基本方程包括运动方程、连续性方程、状态方程、热力学方程和水汽质量方程。习惯上称为大气模式。由于现在得到的大气运动观测数据都是相对于地球表面的运动描述，所以大气运动基本方程组是采用固定在地球上的旋转坐标系。其具体表达式如下：

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \vec{g} + \vec{F} \\ \frac{dp}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ c_p \frac{dT}{dt} = (ART - \delta LF) \frac{1}{p} \frac{dp}{dt} \\ \frac{dq}{dt} = \frac{\delta F}{p} \frac{dp}{dt} \\ p = (1 + 0.608q) \rho R_d T \end{array}\right. \quad (2.1)$$

其中，因变量：

$\vec{V}$ ——三维风速矢量， ρ ——大气密度，

p ——气压， T ——温度， q ——比湿；

其他参数：

c_p ——比定压热容, $\vec{g}$ ——重力加速度, $\vec{F}$ ——摩擦力,

A ——热功当量常数, $A=1/J=0.23885\text{cal}\cdot\text{J}^{-1}$,

R ——气体常数, $R=(1+0.608q)R_d$,

R_d ——干空气气体常数, $R_d=2.870\times 10^{-1}\text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,

R_v ——水汽气体常数, $R_v=4.615\times 10^{-1}\text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,

F ——凝结函数, $F=q_sT\left(\frac{LR-c_pR_vT}{c_pR_vT^2+L^2q_s}\right)$,

q_s ——饱和比湿, L ——相变潜热,

δ ——分段函数, 定义为:

$$\begin{cases} \delta = 1, \text{当 } dp/dt < 0 \text{ 且 } q \geq q_s \\ \delta = 0, \text{当 } dp/dt > 0 \text{ 且 } q < q_s \end{cases}$$

如果将(2.1)式写为关于标量 u, v, w 的运动方程就可以得到 7 个方程(略), 显而易见该方程组是完全闭合的。

当简化考虑空气为干空气时, 基本方程组如下:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \vec{g} + \vec{F} \\ \frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ c_p \frac{dT}{dt} - \frac{ART}{p} \frac{dp}{dt} = Q \\ p = \rho RT \end{cases} \quad (2.2)$$

其中: Q ——绝热加热率。

二、几种坐标系的介绍

对于不同的研究目的、研究对象, 采用不同的坐标系对解决特殊问题(地形, 物理量守恒表达)有着事半功倍的效果。这里介绍几种常见的坐标系及其简要的特性。介绍球坐标系、局地直角坐标系以及以物理量为垂直坐标的坐标系。

(一) 球坐标系

球坐标系主要基于考虑直接应用现行的观测系统而建立, 任意气象观测数据的空间点都可以直接用以地心为原点的球坐标系精练地表达出来。如图 2.1 所示, 坐标 λ, φ, r 分别是点 P 的经度、纬度和地心指向 P 点向径; 单位矢量 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别与纬圈相切指向东, 与经圈相切指向北和垂直地球表面指向天顶。单位矢量 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 的方向随 P 点位置不同而不同。对球坐标的详细推导请查阅相关数值模式书籍。下面给出球坐标下方程组中的部分算子和变量的定义:

$$u = r \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt}, v = r \frac{d\varphi}{dt}, w = \frac{dr}{dt} \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + w \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \quad (2.4)$$

$$\nabla = \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \vec{i} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial r} \vec{k} \quad (2.5)$$

$$-2\vec{\Omega} \times \vec{V} = -2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \Omega \cos \varphi & \Omega \sin \varphi \\ u & v & w \end{vmatrix} = (fv - \vec{j}w)\vec{i} - fu\vec{j} + \vec{j}u\vec{k} \quad (2.6)$$