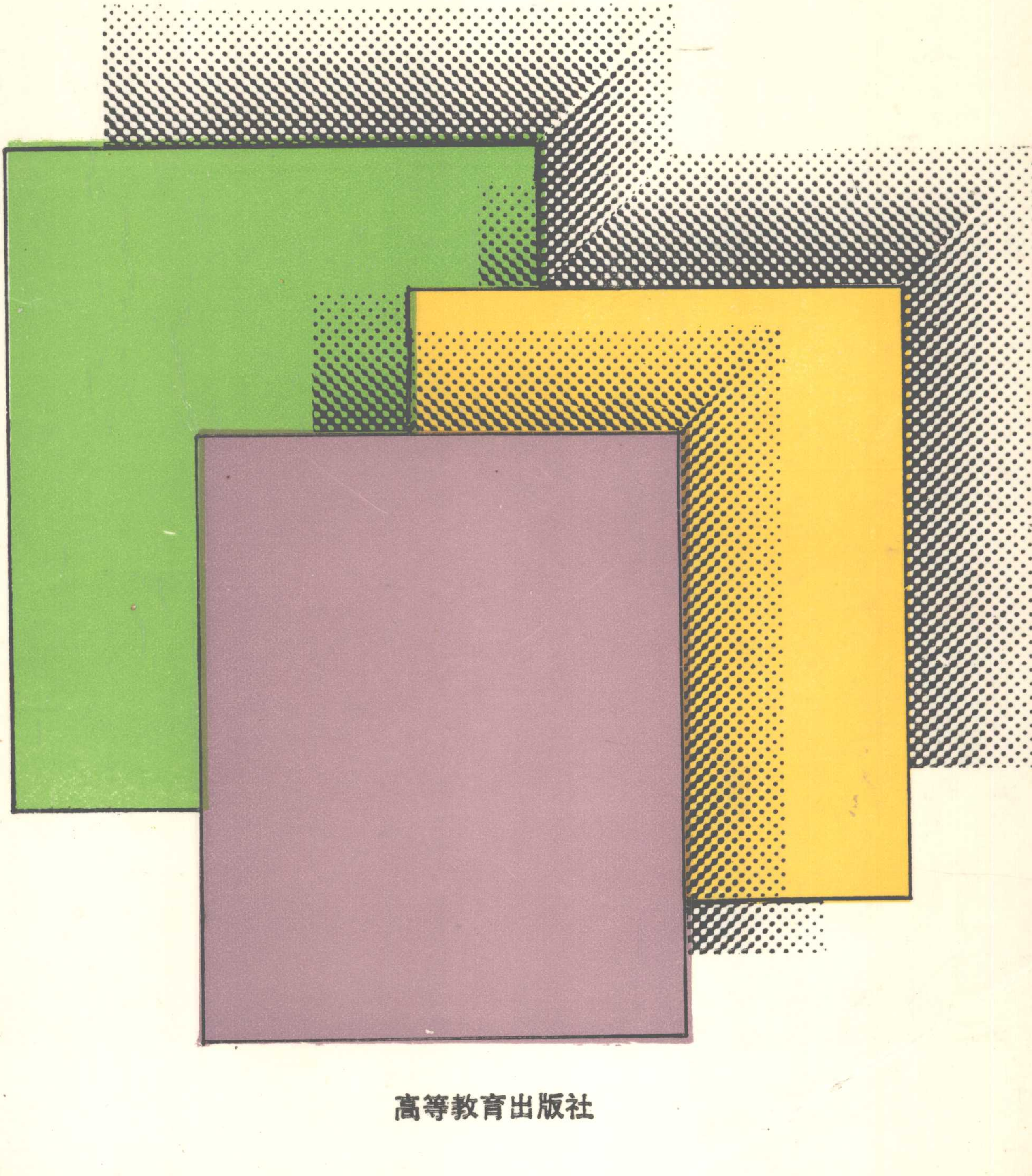
各类成人高考复习指导丛书(第六版)

# 数学 理工农医类用 附解题指导

孙成基 主编



高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书（第六版）

# 数　学 ·附解题指导

（理工农医类用）

孙成基　主编

高等教育出版社

(京) 112号

图书在版编目(CIP)数据

数学：附题解指导/孙成基主编. —6版. —北京：高等教育出版社，1994.7(1995.5重印)
(各类成人高考复习指导丛书)
理工农医类用
ISBN 7-04-005025-0

Ⅰ.数… Ⅱ.孙… Ⅲ.①数学-入学考试-解题-解②成人教育：中等教育-丛书 Ⅳ.①G633.6 ②G632.479-51

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第02115号

*
高等教育出版社 出版
新华书店总店北京发行所发行
中国青年出版社印刷厂印装
*
开本787×1092 1/16 印张21 字数520 000
1995年4月第6版 1995年4月第4次印刷
印数99 307—189 362
定价13.60元

# 前　言

本丛书自1986年问世以来，深受广大读者欢迎。为了更加符合国家教委对各科目成人高考所提出的基本要求，充分体现便于成人自学的特点，本丛书曾多次修订，并自第三版起编辑、出版了与各科目复习教材相配套的解题指导，以加强对考生掌握基本理论、运用基础知识进行解题的指导，帮助考生提高应考能力。

1994年，国家教委颁布了新的成人高考复习考试大纲。为此，我们根据审订后的新大纲及制订新大纲的基本精神和要求，对本丛书进行了修订，以求在知识范围、能力层次要求、题型结构各方面适应和满足新大纲的要求，并从科学性、知识性、文字叙述等方面消除疏漏，进一步提高质量。根据新大纲的修订情况，丛书中有些科目进行了重新编写，其余也均有较大幅度的修改或增补、调整。

本次修订，为了便于考生复习使用，我们对丛书的开本和分册进行了调整，将原来的32开本，变为16开本；原来的每一科目分复习教材和解题指导若干册，变为复习教材附解题指导全一册，解题指导有关内容全部附在每一章之后。原丛书每次重印时均附有近三年的全国成人高等学校招生统一考试各科目的试题及参考答案，本次修订改为附近二年的试题及参考答案。考虑到新的大纲和考试标准，已由我社和人民教育出版社共同出版，本次修订时不再附新大纲。

修订后的本丛书(第六版)包括如下9种9册：

《政治》附解题指导

《语文》附解题指导

《数学》附解题指导(文史财经类用)

《数学》附解题指导(理工农医类用)

《物理》附解题指导

《化学》附解题指导

《历史》附解题指导

《地理》附解题指导

《英语》附解题指导

本丛书此次重印时又对各科目某些内容和题型结构等作了不同程度的修改和增删，并增添了《全国各类成人高等学校招生统一考试试题解答与分析(文史财经类)1986—1994》、《全国各类成人高等学校招生统一考试试题解答与分析(理工农医类)1986—1994》二书，以更适应复习考试的要求和提高应试能力。

本书主编为孙成基(《1986年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人)，参加编写的还有刘宗华、王燕生、煙学敏。

高等教育出版社

1995年1月

# 目　　录

# 代 数 (I)

## 第一章 数、式、方程和方程组

**【本章要求】**

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关计算。

2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则。

3. 掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题。

4. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元法可以消去某个未知数的，可以消去二次项的，以及至少有一个方程可以分解成一次方程的）。

**【内容提要】**

**1. 实数系统表**

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(即自然数)}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数(有限小数或无限循环小数)}\end{cases}\\\text{无理数(即无限不循环小数)}\end{cases}$$

**2. 数轴** 规定了原点、方向和长度单位的直线，叫做**数轴**。如图 1-1。

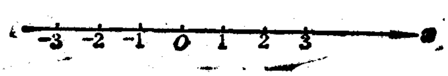


图 1-1

实数与数轴上的点存在一一对应的关系，即任意一个实数都对应着数轴上一个点，而数轴上任意一个点都对应着一个实数。

**3. 相反数与倒数**

只有符号不同的两个数，称其中一个是另一个的**相反数**。规定零的相反数是零。

1 除以某数的商称作这个数的**倒数**，零无倒数。

**4. 实数的绝对值**

实数 $a$ 的绝对值，用符号 $|a|$ 表示，其定义如下：一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，即

$$|a|=\begin{cases}a, 当\ a\geqslant 0\ 时,\\ -a, 当\ a<0\ 时.\end{cases}$$

**注意** $|a|\geqslant 0$，即$|a|$是非负数。

**5. 平方根与算术平方根**

(1) **平方根** 如果 $x^2=a(a>0)$，那么 $x$ 就叫做 $a$ 的**平方根**。

正数 $a$ 的平方根有两个，它们互为相反的数，记作$\pm\sqrt{a}$.

(2) **算术平方根** 正数 $a$ 的正的平方根 $\sqrt{a}$，也叫做**算术平方根**(简称**算术根**)。

规定零的算术根是零，即 $\sqrt{0}=0$。

**注意** (i) 若 $a\geqslant 0$，则 $\sqrt{a}\geqslant 0$，即 $\sqrt{a}$ 是非负数。

(ii) 对于任意实数 $a$，有 $\sqrt{a^2}=|a|$。

(iii) 在实数范围内，负数没有平方根。

**6. 代数式系统表**

$$代数式\begin{cases}有理式\begin{cases}整式\begin{cases}单项式\\ 多项式\end{cases}\\ 分式\end{cases}\\ 无理式\end{cases}$$

(1) 整式及其加、减法

**整式** 单项式和多项式统称为**整式**。

**同类项** 在多项式的各项中，如果一些项所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同，这些项就叫做**同类项**。

**合并同类项** 把多项式中的同类项合并成一项，即把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变，叫做**合并同类项**。

整式的加、减运算就是合并同类项。

(2) 整式的乘法、乘方

**单项式乘多项式** 用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

**多项式乘多项式** 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。

**乘法公式**

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$
$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$$
$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3.$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3.$$

(3) 整式的除法

多项式除以多项式的方法，见本章例题。

(4) 分式及其运算

**分式** 形如 $\frac{A}{B}$ 的式子叫做**分式**，其中 $A,B$ 为整式且 $B$ 含有字母。

在本书中，如果没有特别说明，均指分式中的分母的值不为零。

分式也有与分数类似的通分、约分、四则运算。

(i) 约分 $\frac{ma}{mb}=\frac{a}{b}$，$(m\neq 0)$。

(ii) 分式的加、减法

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c};\ \frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}.$$

(iii) 分式的乘、除法

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc};\ \frac{a}{b}\div\frac{d}{c}=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.$$

(iv) 分式的乘方

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (n\text{ 为正整数}).$$

**7. 二次根式** 式子 $\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$ 叫做**二次根式**。

**注意** (i) 当 $a<0$ 时，$\sqrt{a}$ 没有意义。

(ii) 当 $a\geqslant 0$ 时，$(\sqrt{a})^2=a$。

(1) 二次根式的性质

(i) 当 $a\geqslant 0$ 且 $b\geqslant 0$ 时，

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}.$$

(ii) 当 $a\geqslant 0$ 且 $b>0$ 时，

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

(2) 最简二次根式 满足下列条件的二次根式叫做**最简二次根式**：

(i) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2；

(ii) 被开方数不含分母。

(3) 二次根式的运算

(i) 加、减法 先把各个根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的根式分别合并。

(ii) 乘法 把被开方数相乘，根指数不变。

(iii) 除法 把被开方数相除，根指数不变。

**8. 一元二次方程**

(1) 一般形式及求根公式

方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a,b,c$ 是常数，且 $a\neq 0)$，叫做**一元二次方程的一般形式**。

求根公式

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

(2) 一元二次方程根的判别式

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式，用符号 $\Delta$ 表示，$\Delta=b^2-4ac$。

(i) 当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实根。

(ii) 当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实根。

(iii) 当 $\Delta < 0$ 时，方程没有实根。

(3) 一元二次方程根与系数的关系

如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1, x_2$，则

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

**9. 二元、三元一次方程组**

(1) 二元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

(2) 三元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

(3) 二元、三元一次方程组的基本解法

(i) 代入"消元"法。

(ii) 加、减"消元"法。

通过"消元"将解二元、三元一次方程组，转化为解一元一次方程。

**【例题与解题指导】**

**例 1** 填空：

(1) $-x$ 的相反数是____。

(2) 两个互为相反数的和是____。

(3) 不为零的两个互为相反数的商是____。

(4) $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$ ____。

(5) $\sqrt{0.04 \times 0.25} =$ ____。

(6) $\sqrt{26^2 - 10^2} =$ ____。

**解** (1) 填 $x$。

(2) 填 $\underline{0}$。因为 $a + (-a) = 0$。

(3) 填 $\underline{-1}$。因为 $\frac{a}{-a} = -1$。

(4) 填 $\underline{-\sqrt{3}}$。因为原式 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$。

(5) 填 $\underline{0.1}$。因为原式 $= \sqrt{0.04} \cdot \sqrt{0.25}$。

(6) 填 $\underline{24}$。因为原式 $= \sqrt{(26 + 10)(26 - 10)}$

$= \sqrt{36} \cdot \sqrt{16}$。

**例 2** 填空：

(1) 计算：当 $x > 0$ 时，$\frac{|x|}{x} =$ ______。当 $x < 0$ 时，$\frac{|x|}{x} =$ ______。

(2) 当______时，$|a - b| + a - b = 0$。

(3) 比较大小：$2 - |x - 1|$ ______ $2$。

**解** (1) 填 $\underline{1}, \underline{-1}$。因为当 $x > 0$ 时，$|x| = x$。所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{x} = 1$。而当 $x < 0$ 时，$|x| = -x$，所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{-x}{x} = -1$。

(2) 填 $\underline{a \leqslant b}$. 要使 $|a-b|+a-b=0$，即 $|a-b|=-(a-b)$。所以当 $a-b\leqslant 0$，即 $a\leqslant b$ 时上式成立。

(3) 填≤. 因为 $|x-1|\geqslant 0$，所以 $2-|x-1|\leqslant 2$.

**说明** 计算题中，如果含有绝对值的符号，应根据绝对值的定义将绝对值的符号去掉，再计算。如本例(1)。

**例 3** 选择①：

(1) $a, b$ 是实数，下列等式中成立的是

(A) $|a+b|=|a|+|b|$。 (B) $|a-b|=|a|-|b|$。

(C) $|a-b|=|b-a|$。 (D) $|ab|=a|b|$。

[答]( )。

(2) 正确的计算是

(A) $\sqrt{3^2+4^2}=3+4=7$。 (B) $\sqrt{41^2-40^2}=41-40=1$。

(C) $\sqrt{(x+1)(x+2)}=\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}$。 (D) $\sqrt{(-3)\times(-27)}=9$。

[答]( )。

**解** (1) 方法一。当 $a, b$ 异号时 (A),(B) 不成立。当 $a<0$ 时，(D) 不成立。因为只有一个结论是正确的，故 (C) 成立。

方法二。因为 $a-b$ 与 $b-a$ 互为相反的数，所以 $|a-b|=|b-a|$，因此 (C) 成立。

(2) 答 (D). 因为 $\sqrt{(-3)\times(-27)}=\sqrt{81}=9$.

**例 4** 已知 $2a-4\leqslant 0$，化简 $2\sqrt{a^2-4a+4}-|6-3a|$。

**解** 原式 $=2\sqrt{(a-2)^2}-3|2-a|$

$=2|a-2|-3|a-2|=-|a-2|$。

由已知，$2a-4\leqslant 0$，所以 $a-2\leqslant 0$，则

原式 $=-[-(a-2)]=a-2$.

**说明** 对于含有二次根式的化简或计算题，如果被开方式是二次三项式，则可考虑将它配成完全平方式，以便进行计算，开方时要注意算术根的概念。

**例 5** 填空：

(1) 当 $a\geqslant b$ 时，$\sqrt{(a-b)^2}=$ ______。当 $a<b$ 时，$\sqrt{(a-b)^2}=$ ______。

(2) $a$ 是实数 $a^2$ 的平方根是______。 $a^2$ 的算术根是______。

**解** (1) $\underline{a-b}$。 $\underline{b-a}$。

(2) $\underline{\pm a}$。 $\underline{|a|}$。

**例 6** 计算 $(a+b-c)(a-b+c)$。

**解** 原式 $=[a+(b-c)]\cdot[a-(b-c)]=a^2-(b-c)^2=a^2-b^2+2bc-c^2$。

**说明** 两个多项式相乘，如果能经适当变形以应用乘法公式，可使计算简便。

**例 7** 计算 $\frac{2}{3}\sqrt{81a}+6\sqrt{\frac{a}{9}}-3a\sqrt{\frac{1}{a}}$。

**解** 原式 $=6\sqrt{a}+2\sqrt{a}-3\sqrt{a}=5\sqrt{a}$。

---

① 本书中的选择题，都是单项选择题，即每个题中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

**说明** 先将各个根式化为最简二次根式，再计算。

**例 8** 解方程组

$$\begin{cases}2x+5y=-21, & ①\\ x+3y=8. & ②\end{cases}$$

**解法一** 由②，得

$$x=8-3y. \quad ③$$

把③代入①，得

$$2(8-3y)+5y=-21, \quad 16-6y+5y=-21.$$

所以

$$y=37$$

把 $y=37$ 代入③，得

$$x=8-3\times 37=-103.$$

所以方程组的解为

$$\begin{cases}x=-103,\\ y=37.\end{cases}$$

**解法二** $2\times$②，得

$$2x+6y=16. \quad ④$$

④－①，得

$$y=37.$$

将它代入②得 $x=-103$，与解法一结果一样。

**说明** 解法一、二分别叫做代入"消元"法和加、减"消元"法。"消元"法可将解二元一次方程组转化为解一元一次方程。

**例 9** 解方程组

$$\begin{cases}x-y+z=5, & ①\\ 4x-2y+z=4, & ②\\ 9x-3y+z=5. & ③\end{cases}$$

**解** ②－①，得

$$3x-y=-1. \quad ④$$

③－①，得

$$8x-2y=0,$$

$$4x-y=0. \quad ⑤$$

⑤－④，得 $x=1$。 把它代入⑤，得 $y=4$。 把 $x=1, y=4$ 代入①，得 $z=8$。

所以方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\ y=4,\\ z=8.\end{cases}$

**说明** 解三元一次方程组，可先在方程组中的三个方程中"消去"同一个未知数，从而转化为解二元一次方程组。

**例 10** 解方程组

$$\begin{cases}2x-y-4=0, & ①\\ y^2=8x. & ②\end{cases}$$

**解** 由①,得

$$y=2(x-2). \quad ③$$

把③代入②,得 $4(x-2)^2=8x, x^2-4x+4=2x, x^2-6x+4=0,$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{20}}{2}=3\pm\sqrt{5}.$$

把 $x_1=3+\sqrt{5}$, $x_2=3-\sqrt{5}$ 分别代入③,得

$$y_1=2+2\sqrt{5},\quad y_2=2-2\sqrt{5}.$$

所以方程组的解为

$$\begin{cases}x_1=3+\sqrt{5},\\ y_1=2+2\sqrt{5}\end{cases} \text{或} \begin{cases}x_2=3-\sqrt{5},\\ y_2=2-2\sqrt{5}.\end{cases}$$

**说明** 在二元二次方程组中,如果有一个方程是二元一次方程,可通过代入"消元"转化为解一元二次方程,如本例

**例11** 解方程组

$$\begin{cases}(a-2)^2+(b-2)^2=2, & ①\\ (a-4)^2+(b-4)^2=2. & ②\end{cases}$$

**解** 原方程可化为

$$\begin{cases}a^2+b^2-4a-4b+6=0, & ③\\ a^2+b^2-8a-8b+30=0. & ④\end{cases}$$

③－④,得

$$4a+4b-24=0,$$

$$a=6-b. \quad ⑤$$

把⑤代入③,得

$$(6-b)^2+b^2-4(6-b)-4b+6=0,$$

$$2b^2-12b+18=0,\quad b^2-6b+9=0,$$

$$(b-3)^2=0.$$

所以 $b=3$. 把它代入⑤,得 $a=3$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}a=3,\\ b=3.\end{cases}$

**说明** 由两个二元二次方程组成的方程组,如果能"消去"二次项,得到一个二元一次方程(如方程⑤),再解二元二次方程与二元一次方程组成的方程组(如方程⑤与③或⑤与④).

**例12** 解方程组

$$\begin{cases}x^2+y^2=20, & ①\\ x^2-5xy+6y^2=0. & ②\end{cases}$$

**解** 由②得 $(x-2y)(x-3y)=0$. 所以 $x-2y=0$ 或 $x-3y=0$. 因此原方程组可化为

$$\begin{cases}x^2+y^2=20,\\x-2y=0\end{cases} \text{或} \begin{cases}x^2+y^2=20,\\x-3y=0.\end{cases}$$

分别解这两个方程组，得原方程组的解为

$$\begin{cases}x_1=4,\\y_1=2;\end{cases} \begin{cases}x_2=-4,\\y_2=-2;\end{cases} \begin{cases}x_3=3\sqrt{2},\\y_3=\sqrt{2};\end{cases} \begin{cases}x_4=-3\sqrt{2}\\y_4=-\sqrt{2}.\end{cases}$$

**说明** 由两个二元二次方程组成的方程组，如果其中一个方程可分解因式(如方程②)，从而可转化为解二元二次方程与二元一次方程组成的方程组。

**例13** $k$ 取什么值时，方程 $2x^2-(4k+1)x+2k^2-1=0$

(1) 有两个不相等的实根；(2)有两个相等的实根；(3)有实根。

**解** $\Delta=[-(4k+1)]^2-4\times 2(2k^2-1)=8k+9$。

(1) 当 $8k+9>0$ 即 $k>-\frac{9}{8}$ 时，方程有两个不相等的实根；

(2) 当 $8k+9=0$，即 $k=-\frac{9}{8}$ 时，方程有两个相等的实根；

(3) 当 $8k+9\geqslant 0$，即 $k\geqslant-\frac{9}{8}$ 时，方程有实根。

**说明** 一元二次方程有实根，即有两个不相等的实根或有两个相等的实根。

**例14** 填空：

(1) 若方程 $ax^2-(2a+1)x-(a-1)=0$ 的两根之积是5，则 $a=$______。

(2) 若方程 $ax^2-(a+2)x+(a+1)=0$ 的两根之和是3，则 $a=$______。

(3) 若方程 $5x^2+kx-6=0$ 的一个根是2，则它的另一个根是______，$k$ 的值是______。

**解** (1) 填 $\frac{1}{6}$。 (2) 填 1。 (3) 填 $-\frac{3}{5}$，$-7$。

(1) 由 $\frac{-(a-1)}{a}=5$ 得 $a=\frac{1}{6}$。这里注意 $a\neq 0$。

(2) 由 $-\frac{-(a+2)}{a}=3$ 得 $a=1$。

(3) **解法一** 设方程 $5x^2+kx-6=0$ 的另一个根为 $x_1$，那么

$$2\cdot x_1=-\frac{6}{5},\quad x_1=-\frac{3}{5}.$$

又

$$\left(-\frac{3}{5}\right)+2=-\frac{k}{5}.$$

解得

$$k=-7.$$

**解法二** 因为2是方程 $5x^2+kx-6=0$ 的一个根，由方程的根的定义，得

$$5\times 2^2+k\times 2-6=0.$$

解得

$$k=-7.$$

另一根的求法与解法一同。

**例15** 设 $a,b$ 为方程 $x^2+mx+m^2+a=0$ 的两根，求证 $a^2+ab+b^2+a=0$。

**证法一** 由已知及一元二次方程根与系数的关系，得

$$\begin{cases}a+b=-m, & ①\\ a\cdot b=m^2+a. & ②\end{cases}$$

由①，得

$$(a+b)^2=m^2. \qquad ③$$

把③代入②，得

$$ab=(a+b)^2+a,$$

$$ab=a^2+2ab+b^2+a.$$

所以

$$a^2+ab+b^2+a=0.$$

**证法二**

$$a+b=-m,$$

$$m=-(a+b). \qquad ④$$

因为 $a$ 是方程的根，于是有

$$a^2+ma+m^2+a=0. \qquad ⑤$$

把④代入⑤，得

$$a^2-a(a+b)+(a+b)^2+a=0,$$

$$a^2-a^2-ab+a^2+2ab+b^2+a=0.$$

所以

$$a^2+ab+b^2+a=0.$$

**说明** 以上两种证法的关键都是"消去" $m$，找出 $a,b$ 的关系式，进而整理即得。

**例16** 已知 $a^2-3a-1=0$，$b^2-3b-1=0$，且 $a\neq b$，求：

(1) $a^2+b^2$； (2) $(a-b)^2$； (3) $a^3+b^3$。

**解** 由已知及方程的根的定义可知，$a$、$b$ 是方程 $x^2-3x-1=0$ 的两根。因此

$$a+b=3 \text{ 且 } ab=-1.$$

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\cdot(-1)=11$。

(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-4\cdot(-1)=13$。

(3) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=3\cdot[11-(-1)]=36$。

**说明** 本例解法是由已知 $a$、$b$ 为一元二次方程 $x^2-3x-1=0$ 的两个根，从而可以确定 $a+b$ 和 $ab$ 的值。再利用所求式子与 $a+b,ab$ 有关的恒等式求解。

## 练习一

### A 组

**1. 填空：**

(1) 若 $x<0$, $|x|$ 的相反数是______。

(2) 若 $x<y$, $|x-y|$ 的相反数是______。

(3) 方程 $|x|-3=0$ 的解为 $x=$ ______。

(4) 已知 $a+b\leqslant 0$, 化简 $|a+b|+a=$ ______。

(5) 当____时, $a+|a-b|=b$。

2. 解下列方程:

(1) $|1-2x|-5=0$;　　　(2) $|1-2x|+5=0$。

3. 已知 $|1-2x|+|2-3y|=0$, 求实数 $x,y$。

4. 填空:

(1) $\dfrac{1}{25}$ 的平方根是____。　　$\dfrac{1}{25}$ 的算术平方根是____。

(2) 已知 $x^2=144$, 则 $x=$ ____, $\sqrt{144}=$ ____。

(3) 当____时, $\sqrt{(1-x)^2}=1-x$。当____时, $\sqrt{(1-x)^2}=x-1$。

(4) 已知 $x<2$, 化简 $\sqrt{(x-2)^2}+|2-x|=$ ______。

5. 已知 $\sqrt{1-x}+|1+y|=0$, 求实数 $x,y$。

6. 不解方程,判断下列方程是否有解:

(1) $\sqrt{x-4}+2=0$;　　(2) $|x+1|+\sqrt{(x+2)^2}=0$。

7. 求方程 $(x+y-2)^2+\sqrt{x^2-2x+1}=0$ 的实数解。

8. 如果 $|x-4|+|x+1|=5$, 求实数 $x$ 的范围。

9. 如果 $a,b,c$ 是实数,且 $a^2+b^2+c^2+26=2a+6b+8c$。求 $a,b,c$。

10. 分式 $\dfrac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)}$, 当 $x$ 为何值时为零? 当 $x$ 为何值时没有意义?

11. 计算 $\left(\dfrac{x+2}{x^2-2x}-\dfrac{x-1}{x^2-4x+4}\right)\div\dfrac{x-4}{x}$。

12. 把下列各式化为最简二次根式:

(1) $\sqrt{1\frac{4}{5}}$;　　(2) $\sqrt{\left(3\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}$。

13. 选择:

下列等式成立的是

(A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$。　　　(B) $3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$。

(C) $a\sqrt{x}-b\sqrt{x}=(a-b)\sqrt{x}$。　(D) $\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{18}}{2}=\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$。

【答】(　　)

14. 计算 $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})\div\sqrt{3}$。

15. 把下列各式的分母有理化:

(1) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$;　(2) $\dfrac{1}{x-\sqrt{1+x^2}}$;　(3) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$。

16. 用配方法解下列方程:

(1) $x^2-x-1=0$;　　(2) $(2x-3)(x+1)=1$。

17. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases}2D+3E-F=-6,\\D+2E+F=-1,\\3D-E+2F=9;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}y=\dfrac{1}{x}\\y=x;\end{cases}$　(3) $\begin{cases}y=\sqrt{x},\\y=x;\end{cases}$

(4) $\begin{cases}y=2x,\\y=-x^2+3;\end{cases}$　(5) $\begin{cases}x^2-2y=0,\\x^2+y^2=8.\end{cases}$

18. 填空:

(1) 已知方程 $2x^2-5x+m=0$ 的一根为 0，则 $m=$______;

(2) 已知方程 $2x^2-5x+m=0$ 的两根互为倒数，则 $m=$______;

(3) 已知一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根互为相反数，则$b=$______。

19. 选择:

若方程 $x^2+px-6=0$ 和 $x^2+5x-(p+1)=0$ 仅有一个相同的根，则它们相同的根及 $p$ 的值分别为

(A) $-1,5$。　(B) $1,5$。　(C) $-1,-5$。　(D) $1,-5$。

[答](　　)

20. 已知方程 $mx^2+mx+5=m$ 有两个相等的实根，试解这个方程。

21. 已知方程 $x^2+3x+m=0$ 的两根之差是 5，求$m$的值。

## 练习一解题指导

### A　组

**1. 解**　(1) 填 $x$。因为当 $x<0$ 时 $|x|=-x$。

(2) 填 $\underline{x-y}$。因为当 $x<y$ 时，$|x-y|=y-x$，它的相反数为$-(y-x)=x-y$。

(3) 原方程可化为$|x|=3$，所以 $x=\pm 3$，故填$\underline{\pm 3}$。

(4) 因为 $a+b\leqslant 0$，所以$|a+b|=-(a+b)$。因此 $|a+b|+a=-(a+b)+a=-b$，故填$\underline{-b}$。

(5) 要使 $a+|a-b|=b$，即$|a-b|=b-a$，必须 $a-b\leqslant 0$，即 $a\leqslant b$。因此填 $\underline{a\leqslant b}$。

**2. 解**　(1) 原方程可化为$|1-2x|=5$，$1-2x=\pm 5$。

由 $1-2x=5$ 解得 $x_1=-2$。

由 $1-2x=-5$ 解得 $x_2=3$。

所以原方程的解为 $x_1=-2, x_2=3$。

(2) 原方程可化为$|1-2x|=-5$。因为无论 $x$ 为任何实数$|1-2x|\geqslant 0$，所以原方程无解。

**3. 解**　因为$|1-2x|\geqslant 0, |2-3y|\geqslant 0$，所以仅当 $|1-2x|=0$ 且 $|2-3y|=0$ 时 $|1-2x|+|2-3y|=0$。因此已知条件归结为解方程 $1-2x=0$ 及 $2-3y=0$。由此得

$$x=\frac{1}{2},\quad y=\frac{2}{3}.$$

**4. 解** 填空如下：(1) $\underline{\pm\frac{1}{5}}$，$\underline{\frac{1}{5}}$。(2) $\underline{\pm 12}$，$\underline{12}$。(3) $\underline{x\leqslant 1}$。$\underline{x\geqslant 1}$。(4) $\underline{4-2x}$。

**5. 解** 因为 $\sqrt{1-x}\geqslant 0, |1+y|\geqslant 0$。要使$\sqrt{1-x}+|1+y|=0$,必须$\sqrt{1-x}=0$ 且$|1+y|=0$ 所以 $x=1, y=-1$。

**6. 解** (1) 原方程可化为 $\sqrt{x-4}=-2$。因为 $\sqrt{x-4}\geqslant 0$，所以原方程无解。

(2) 原方程可化为$|x+1|+|x+2|=0$。因为$|x+1|\geqslant 0, |x+2|\geqslant 0$。所以仅当$|x+1|=0$ 且$|x+2|=0$ 时$|x+1|+|x+2|=0$。

但是$|x+1|$与$|x+2|$不能同时为零,所以原方程无解。

**7. 解** 原方程可化为 $(x+y-2)^2+\sqrt{(x-1)^2}=0$，即

$$(x+y-2)^2+|x-1|=0.$$

因为 $(x+y-2)^2\geqslant 0, |x-1|\geqslant 0$，所以

$$\begin{cases}x+y-2=0, & ①\\ x-1=0. & ②\end{cases}$$

由②得 $x=1$。将它代入①得 $y=1$。

所以原方程的解为 $x=1, y=1$。

**说明** 一般地说,一个方程含有两个未知数,需根据所给条件或其它性质化为含有两个未知数的方程组来求解。

**8. 解** 因为

$$|x-4|=\begin{cases}x-4, & 当\ x\geqslant 4,\\ 4-x, & 当\ x\leqslant 4.\end{cases}$$

$$|x+1|=\begin{cases}x+1, & 当\ x\geqslant -1,\\ -x-1, & 当\ x\leqslant -1.\end{cases}$$

又因为当 $x\leqslant 4$ 时$|x-4|=4-x$，当 $x\geqslant -1$ 时$|x+1|=x+1$。这时恰有 $4-x+x+1=5$，所以当$-1\leqslant x\leqslant 4$ 时，$|x-4|+|x+1|=5$。

**说明** 当 $x=4$ 时，$|x-4|$等于 $x-4$，$|x-4|$也等于 $4-x$。

**9. 解** 由已知得 $a^2-2a+b^2-6b+c^2-8c+26=0$，

$$(a^2-2a+1)+(b^2-2\cdot 3b+9)+(c^2-2\cdot 4c+16)=0,$$

$$(a-1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=0.$$

因为 $a,b,c$ 是实数,所以 $(a-1)^2\geqslant 0, (b-3)^2\geqslant 0$，$(c-4)^2\geqslant 0$。又 $(a-1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=0$。所以 $a-1=0, b-3=0, c-4=0$。因此 $a=1$，$b=3$，$c=4$。

**10. 解** 当 $(x+1)(x+2)=0$ 且 $(x+1)(x-1)\neq 0$，即 $x=-2$ 时,分式的值为零。

当 $(x+1)(x-1)=0$，即 $x=\pm 1$ 时,分式没有意义。