



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

全国统计教材编审委员会“十一五”规划教材



概率论与数理统计

第三版

★ 茆诗松 周纪芃 编著



中国统计出版社
China Statistics Press



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

全国统计教材编审委员会“十一五”规划教材



号 140 字 登錄 (京)

概率论与数理统计

中国图书馆CIP数据 185380

第三版

★ 茆诗松 周纪芄 编著



中国统计出版社
China Statistics Press

China Statistics Press

林慧敏 张继安 周“五一十”育慧等 高敏 普

林慧敏 张继安 “五一十” 会员委 审读 林慧敏 张继安 全

(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/茆诗松,周纪芑编著. —3版.

—北京:中国统计出版社,2007.

ISBN 978-7-5037-5332-9

I. 概…

II. ①茆… ②周…

III. ①概率论 ②数理统计

IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 185289 号

概率论与数理统计

作 者/茆诗松 周纪芑

责任编辑/梁 超

装帧设计/艺编广告

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市西城区月坛南街 57 号 邮政编码/100826

办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号

网 址/www.stats.gov.cn/tjshujia

电 话/邮购(010)63376907 书店(010)68783172

印 刷/河北天普润印刷厂

经 销/新华书店

开 本/787×1092mm 1/18

字 数/620 千字

印 张/31

印 数/1—3000 册

版 别/2007 年 12 月第 3 版

版 次/2007 年 12 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-5037-5332-9/O·61

定 价/42.00 元

中国统计版图书,版权所有。侵权必究。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。

出版说明

“十一五”时期是继续深化教育改革,加强素质教育,努力建设有利于创新型科技人才生长的教育培训体系的关键时期。为了更好地培育统计创新型科技人才,适应统计教育培训的新形势,全国统计教材编审委员会制定了《“十一五”全国统计教材建设规划》(以下简称规划)。规划坚持“以人为本”的科学发展观,坚持统计教育与实践相结合,坚持统计教育同国际接轨,坚持培养创新型的统计人才的指导思想,编写符合国民经济发展需要和统计事业发展需要的统计教材。

这批教材是在深入分析统计教育形势和统计教材建设发展状况,总结多年来统计教材建设经验的基础上,本着以建设本科统计教材为主的方针,积极探索研究生层次的统计教材,力争使规划统计教材的编写做到层次分明,有针对性和实用性。建设精品教材,是编委会自成立以来就孜孜以求的目标。考虑到统计教材建设的实际情况,“十一五”期间,本科教材主要以修订为主,对以往规划统计教材中使用面广,得到广大教师和学生普遍认可的教材组织了修订。修订后的教材,淘汰了过时的内容和例子,增加了计算机操作和大量的案例,编写手法也做了一定的调整,在实用性、可操作性等方面有了较大的改进。

近年来,我国现代化建设快速发展,高等教育规模持续扩大,尤其是研究生教育规模的扩大,使得高等学校研究生统计教学工作面临着许多新情况、新问题,任务艰巨。因此,必须坚持科学发展观,在规模持续发展的同时,把提

高研究生统计教学质量放在突出的位置,培养全面发展的创新型的统计人才。教材是统计教学的载体,建设高质量的研究生层次的统计教材是统计教育发展的需要。因此,编委会在“十一五”期间对研究生的统计基础课教材做了些有益的探索。根据《规划》的要求,这批教材主要采取招标和邀请的方式组织有关院校的专家、学者编写。

值得特别提出的是,在这批教材中,有《非参数统计》、《概率论与数理统计》、《经济计量学教程》、《医学统计》、《应用时间序列分析》、《多元统计分析》、《统计学》7种教材入选国家教育部组织编写的“普通高等教育‘十一五’国家规划教材”,更加充实和完善了“十一五”期间统计教材的建设。

为了便于教学和学习,这批教材里面包含了与之相配套的《学习指导与习题》,使得这批教材在编辑出版上形成比较完整的体系。我们相信,这批教材的出版和发行,

对于推动我国统计教育改革,加快我国统计教材体系和教材内容更新、改造的步伐,打造精品教材,都将起到积极的促进作用。

限于水平和经验,这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足,诚恳欢迎教材的使用单位、广大教师和学生提出批评和建议。

全国统计教材编审委员会
2006年6月

第三版序言

我们正在修订《概率论与数理统计(第二版)》时,得知本书被教育部列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材,这使我们信心倍增,同时也感到责任重大,定要同心协力修订好这本书,使其能反映近几年这门课在教学改革和课程建设上的新气象,以适应祖国日益发展的经济形势的需要。

这次修订我们的精力主要用于以下两个方面:一是概念和结论的解释和叙述上,二是收集富于启发性的生动活泼的例子。我们觉得这两方面有很大的改进余地。

陈希孺院士生前曾建议“要重视分位数的教学”,这一点在以往教材和教学中是容易被忽视的,这次我们在总体分位数和样本分位数上都作了较详尽的叙述。在假设检验部分,我们把注意力放在建立拒绝域上,特别是建立显著性水平为 α 的拒绝域上。另外在偏度与峰度、联合分布函数、协方差、抽样分布、方差齐性检验、成对数据比较等方面的叙述上也作了一些新的尝试。其目的就是要引起学生学习概率统计的兴趣,使这门课不仅有数学味,还有概率味和统计味,而后者正是当前教学中较为缺乏的。

这次修订仍保留第二版教材的框架,只删去了“广义似然比检验”,增加了“样本量的确定”与“成对数据的比较”。另外,在第二版中,教材与习题是分册出版的,如今《习题与解答》经修订后仍分册出版,但从中选出一部分习题附在每节之后,其中部分习题的答案集中在书末,这样安排可方便教学。但新版《习题与解答》还是值得一读的,它是教材的延续。它不仅可以回答学习中产生的一些问

题,还可以从有关习题的注释和讨论中得到新的启发。

本书的前三章由茆诗松修订,后四章由周纪芾修订,全书由茆诗松统稿。这本书的出版得到华东师范大学统计系广大教师的支持,得到国家统计局统计教育中心的关心,也和中国统计出版社同志的努力是分不开的,在此一并致谢。最后还希望听到广大师生的批评和建议,使本书在不断改进中继续前进。

茆诗松 周纪芾

2007年1月

第二版序言

本书是按经济类统计专业本科生教科书的要求编写的,出版后反映尚可,肯定了我们在与经济、管理相结合上所做的努力,意见主要集中在内容深浅和多少上,说深的也有,说浅的也有,但都认为内容过多。内容深浅确难于掌握,为适应将来的应用和研究生入学考试的需要,内容不宜过浅,为使多数学生能达到基本要求,通过合格考试,内容又不宜过深。根据教师 and 学生的这些意见,我们对全书作了较大的变动。

首先是减少内容,突出基础部分,把原来的十章压缩为七章。把极限定理一章压缩为一节($\S 3.5$),把方差分析和回归分析压缩成为一章,把贝叶斯统计初步压缩为一节($\S 5.7$),然后在每章中或多或少地删去一些内容,或把一些内容转入习题。估计讲完全书可能需要72~80节课。为了适应不同的课时计划,我们又在一些章节打上“*”号,以示可以不讲或少讲。假如把这些打上“*”号的章节都不讲授的话,那么本书还可以作为经济类和管理类各专业使用的《概率论与数理统计》课程的教材。

其次,我们力图通过例子和习题把概率论与数理统计的基本内容渗透到经济和管理各专业中去,为此我们把自己已经受过的实例和看到的国内外例子经过改写大量地引入本书,目的是使学生认识到手中有无概率统计工具对自己今后学习、工作和发展将会有重要影响,掌握了这个工具至少对先进的成果你能听懂或看懂,不至于“坐飞机”。

最后一个大的变动就是把习题分节设置,另立成册,并附答案,部分题目给提示或详细解答,这样习题的针对性强了,习题数量也明显增多,几乎增加了40%左右,但增

加的习题大多为基本题,大多能为学生做出,以期引起学生动手的兴趣,提高学生学好这一门课的信心。

原书中的一些特色仍被保留,用学生熟知的一些事实来引进每个基本概念,启发和培养概率统计的思维方式,在推理和演算上仍坚持严谨,能证则证。此外,对零概率事件(几乎处处)、渐近分布、描述性统计、检验的 p 值等基本概念也加重了笔墨,力图把基本思想讲清楚,今后敢于去使用它们。

以上这些想法,我们努力去做,做得如何还要广大教师和同学评议,欢迎批评,我们将进一步改进。趁此机会,我们对批评过第一版书的教师和同学表示深深的感谢,没有他们的意见,我们不会下决心改成这个样子。同时还要感谢仔细审阅新版手稿的北京大学陈家鼎教授、耿直教授和中国人民大学倪加勋教授,由于采纳了他们的改进意见,使本书质量提高了一步。最后对国家统计局教育中心教材处和统计出版社表示感谢,没有他们的热心指导和出色的组织工作不可能使本书新版迅速问世。

茆诗松 周纪芃

1999年12月26日

第一版序言

本书是按照全国统计教材编审委员会制定的《概率论与数理统计教学大纲》编写的,是供全国高等学校统计专业本科生学习用的教科书。全书十章分二部分,前四章是概率论部分,主要讲述概率论的基本概念和基本结论,其中心内容是随机变量及其分布,后六章是数理统计部分,主要讲述数理统计基本概念和常用统计方法,其中心内容是统计推断的三个内容:抽样分布、参数估计和假设检验。

学习这门课的读者主要是着眼于社会、经济管理领域中的应用,因此我们尽量用社会、经济、管理方面的例子讲述各种基本概念、基本理论和基本方法,努力说明其丰富的实际背景、特有的思维方式、广泛的应用范围。虽然全书有 200 个例子,为数不少,但毕竟有限,为了今后能很好应用统计方法,现在要把学习重点放在对概念、定理和方法的直观理解和数学表达上,只有理解了的东西才能更深刻地感觉它,从而才能正确地使用它,准确的数学表达是检验你是否理解了,基于这个考虑,我们在叙述上尽量启发你的思维,推理和演算上坚持严谨,能证则证,这一种严格训练对进一步学习后继的统计课程和今后的应用是十分必须的。书中部分节与段打 * 号,在教学中可以删去,因为这都是扩大和加深知识面的内容。

本书各章后都附有大量习题,其中大部分是练习性的,以巩固本书内容为主要目的,真正有难度的题目只占少部分,独立地完成这些题目对掌握这门课程是必不可少的。如果在做习题上不肯花功夫,有畏难情绪,那今后在应用中遇到困难时,怎能有攻关的勇气和能力呢?

本书的编写自始至终得到国家统计局统计干部培训

中心的关心和帮助,中国人民大学倪加勋教授耐心细致地审阅全书也使本书增色不少,中国统计出版社副总编谢鸿光先生为编辑出版此书花了很多心血,尤进红亦为本书提供大量习题,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,错谬之处在所难免,恳请国内同行和广大读者批评指正。

茆诗松 周纪芻
1996年2月6日

第一章 随机事件及其概率

目 录

06	§ 1.1 随机事件及其运算	1
80	1.1.1 随机现象	1
00	1.1.2 基本空间(样本空间)	2
	1.1.3 随机事件	3
00	1.1.4 必然事件与不可能事件	5
00	1.1.5 事件间的关系	5
17	1.1.6 事件的运算	7
07	习题 1.1	9
08	§ 1.2 事件的概率	11
08	1.2.1 事件的概率	11
	1.2.2 排列与组合概要	12
08	1.2.3 古典方法	14
08	1.2.4 频率方法	20
00	1.2.5 主观方法	22
00	习题 1.2	24
001	§ 1.3 概率的性质	26
101	习题 1.3	32
101	§ 1.4 独立性	32
111	1.4.1 两个事件的独立性	32
	1.4.2 多个事件的独立性	35
	1.4.3 试验的独立性	37
111	1.4.4 n 重贝努里试验	38
101	习题 1.4	40
101	§ 1.5 条件概率	42
101	1.5.1 条件概率	42
101	1.5.2 条件概率的性质	46
	1.5.3 全概率公式	49
101	1.5.4 贝叶斯公式	53
101	习题 1.5	57
101	附录 A	58

第二章 随机变量及其概率分布

§ 2.1 随机变量 60

2.1.1 随机变量 60

2.1.2 随机变量的分布函数 63

2.1.3 概率的可列可加性公理 66

习题 2.1 67

§ 2.2 离散随机变量 69

2.2.1 离散随机变量的分布列 69

2.2.2 离散随机变量的数学期望 71

2.2.3 二项分布 76

2.2.4 泊松分布 80

* 2.2.5 超几何分布 85

习题 2.2 87

§ 2.3 连续随机变量 89

2.3.1 连续随机变量的概率密度函数 89

2.3.2 连续随机变量的分布函数 93

2.3.3 随机变量函数的分布 96

2.3.4 连续随机变量的数学期望 100

2.3.5 正态分布 101

2.3.6 伽玛分布 107

2.3.7 贝塔分布 110

习题 2.3 113

§ 2.4 方差 115

2.4.1 随机变量函数的数学期望 115

2.4.2 方差 120

2.4.3 方差的性质 123

2.4.4 切比晓夫不等式 125

2.4.5 贝努里大数定律 128

习题 2.4 129

§ 2.5 随机变量的其它特征数 130

2.5.1 矩 131

2.5.2 变异系数 132

目 录

* 2.5.3 偏度 132

* 2.5.4 峰度 134

2.5.5 中位数 136

2.5.6 分位数 137

* 2.5.7 众数 142

习题 2.5 143

第三章 多维随机变量

§ 3.1 多维随机变量及其联合分布 145

3.1.1 多维随机变量 145

3.1.2 联合分布函数 146

3.1.3 多维离散随机变量 149

3.1.4 多维连续随机变量 153

习题 3.1 159

§ 3.2 随机变量的独立性 162

3.2.1 随机变量的独立性 162

3.2.2 随机变量函数的独立性 165

3.2.3 最大值与最小值的分布 166

3.2.4 卷积公式 169

习题 3.2 176

§ 3.3 多维随机变量的特征数 178

3.3.1 多维随机变量函数的数学期望 178

3.3.2 数学期望与方差的运算性质 180

3.3.3 协方差 182

3.3.4 相关系数 187

习题 3.3 192

* § 3.4 条件分布与条件期望 194

3.4.1 条件分布的概念 194

3.4.2 离散随机变量的条件分布 196

3.4.3 连续随机变量的条件分布 198

3.4.4 构造联合分布 200

3.4.5 条件期望 202

习题 3.4 207

目 录

§ 3.5	中心极限定理	209
3.5.1	一个重要现象	209
3.5.2	独立同分布下的中心极限定理	213
3.5.3	二项分布的正态近似	214
* 3.5.4	独立不同分布下的中心极限定理	220
习题 3.5		224

第四章 统计量及其分布

§ 4.1	总体与样本	227
4.1.1	总体与个体	227
4.1.2	样本	229
4.1.3	从样本去认识总体	232
4.1.4	正态概率纸	240
习题 4.1		247
§ 4.2	统计量与抽样分布	250
4.2.1	统计量及其分布	250
4.2.2	样本均值及其分布	251
4.2.3	样本方差与样本标准差	254
* 4.2.4	样本的高阶矩	260
习题 4.2		262
§ 4.3	次序统计量及其分布	264
4.3.1	次序统计量的概念	264
4.3.2	次序统计量的抽样分布	266
4.3.3	样本极差	269
4.3.4	样本中位数与 p 分位数	272
4.3.5	箱线图	275
* 4.3.6	用随机模拟方法寻找统计量的近似分布	276
习题 4.3		279

第五章 参数估计

§ 5.1	矩法估计	283
5.1.1	矩法估计	283

目 录

5.1.2	分布中未知参数的矩法估计	284
习题 5.1		286
§ 5.2	点估计优劣的评价标准	287
5.2.1	无偏性	287
5.2.2	有效性	291
5.2.3	均方误差准则	291
5.2.4	相合性	293
习题 5.2		295
§ 5.3	极大似然估计	296
5.3.1	极大似然估计的思想与概念	296
5.3.2	求极大似然估计的方法	298
5.3.3	极大似然估计的不变原则	302
5.3.4	极大似然估计的渐近正态性	303
习题 5.3		305
§ 5.4	区间估计	306
5.4.1	置信区间的概念	306
5.4.2	枢轴量法	307
5.4.3	正态均值 μ 的置信区间 (σ 已知)	309
5.4.4	正态均值 μ 的置信区间 (σ 未知)	311
* 5.4.5	样本量的确定	314
5.4.6	正态方差 σ^2 与标准差 σ 的 置信区间	316
5.4.7	两个正态均值差的置信区间	318
5.4.8	两个正态方差比的置信区间	321
习题 5.4		324
§ 5.5	单侧置信限	327
5.5.1	单侧置信限的概念	327
5.5.2	基于连续分布函数构造置信限	329
5.5.3	基于阶梯分布函数构造置信限	332
习题 5.5		337
§ 5.6	比率 p 的置信区间	338
5.6.1	小样本场合下 p 的置信区间	338

目 录

5.6.2	大样本场合下 p 的近似置信区间	341
习题 5.6		343
* § 5.7	贝叶斯估计	344
5.7.1	统计推断中的三种信息	344
5.7.2	贝叶斯公式的密度函数形式	347
5.7.3	共轭先验分布	349
5.7.4	贝叶斯点估计	353
5.7.5	贝叶斯区间估计	358
习题 5.7		360
第六章	假设检验	
§ 6.1	假设检验的概念与步骤	363
6.1.1	假设检验问题	363
6.1.2	假设检验的基本步骤	364
6.1.3	检验函数与势函数	370
习题 6.1		371
§ 6.2	正态总体参数的假设检验	372
6.2.1	关于正态均值的 u 检验(σ 已知)	372
6.2.2	关于正态均值的 t 检验(σ 未知)	376
6.2.3	样本量的确定	378
6.2.4	关于正态方差的检验	380
6.2.5	关于两个正态方差比的检验	382
6.2.6	关于两个正态均值差的检验	384
6.2.7	成对数据的比较	389
习题 6.2		391
§ 6.3	比率 p 的检验	394
6.3.1	关于比率 p 的检验	395
6.3.2	两个比率的比较	399
习题 6.3		400
* § 6.4	泊松分布参数 λ 的检验	401
习题 6.4		404
§ 6.5	检验的 p 值	404
习题 6.5		407