

高等数学习题册 (下册)

同济大学应用数学系 编著

(第二版)

21 世纪网络版系列教材



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

高等数学学习题册(下册)(第二版)

同济大学应用数学系

责任编辑 孙一风 责任校对 杨江淮 封面设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路1239号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟大宏印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 9.75

印 数 1—7000

字 数 122000

版 次 2007年12月第2版 2007年12月第1次印刷

全国统一书号 7·5608·2007·2

定 价 14.00元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

第一版前言

网络教育是近年来出现的一种新的教育形式. 本书的编写意在适应这种新型教育形式的需要, 有助于它的蓬勃发展. 本书主要供接受网络教育的工科高等院校本科学生学习高等数学课程时使用. 为此, 在编写过程中, 我们注意到了如下两个方面的问题: 一方面, 在教学内容的取舍、展开的深广程度上尽可能符合现行的高等工科院校《高等数学课程教学基本要求》; 另一方面, 在教学内容的叙述、例题的选择和习题的配置等环节上, 尽可能适应网络教育的特点.

考虑到当前本课程的教学时数不可避免地被压缩的实际情况, 以及计算机的广泛应用与数学软件的日臻完善, 在本书中对某些内容作了适当的精简, 例如, 在不定积分这部分内容中, 介绍了不定积分的基本运算方法, 但是在技巧性方面不作过高要求, 控制了例题和习题的难度; 又如, 对函数的作图、方程的近似解、数值积分等内容只介绍基本原理与方法. 我们希望在条件具备的学校与教学点, 充分利用计算机来完成这些内容的教学, 取得更好的教学效果, 同时也尽量体现网络教育的特点.

在本书的编写中, 我们努力突出微积分的基本思想与基本方法, 以便学生更好地学习与掌握. 我们希望学生在本课程的学习过程中不断提高数学素质.

本书分为上、下两册, 上册包括函数与极限, 一元函数微分学, 一元函数积分学与常微分方程等内容; 下册包括无穷级数, 空间解析几何与向量代数, 多元函数微分学与多元函数积分学等内容. 本书习题配置的方式是: 每一节学习之后, 为了达到教学的基本要求, 每个学生都需要做的习题单独编制为习题册(也相应地分为上、下两册); 另外, 在每一章末编制有复习题, 其中, 大部分习题是为复习、巩固所学知识而设置的, 也有一些习题可以供学生提高数学能力之用. 我们希望习题的这种配置方式可以更好地适应网络教育的需要.

本书的编写得到同济大学网络教育学院和应用数学系的支持. 参加本书编写的有黄珏、许新福、张华隆、任学敏. 我们还感谢同济大学出版社策划部的热情帮助.

由于编者水平所限, 加之时间仓促, 书中必有不妥之处, 错误也在所难免, 希望专家、同行和广大读者批评指正.

编者

2002年4月

013/5=6A
:2
2007

第二版前言

网络版《高等数学》(第一版)教材的使用已有五个年头了,为进一步提高教材的质量,更好地适应继续教育及网络教育发展的需要,我们广泛听取了任课教师的意见和建议,参照“教学基本要求”修订编写了网络版《高等数学》(第二版)。这次参加编写的作者有黄珏,许新福,张华隆,任学敏。

本版书对原书在结构上作了少量调整,且篇幅有所压缩;保留了习题册与教材分开便于交批的特点;适当降低了理论深度,突出了实用的分析和运算方法;删去了某些要求过高的习题,突出了基本训练的题目,使之更适应使用要求。

本书分为上、下两册出版,上册分为六章,内容为函数与极限,一元函数微分学,一元函数积分学,微分方程;下册分为五章,内容为向量代数与空间解析几何,多元函数微分学,多元函数积分学,无穷级数。

为本书单独编制的习题册也分为上、下两册,在学习每一节内容之后,为了达到教学的基本要求,读者应完成习题册中相应的习题,习题的答案与提示可参见教材(上册及下册)的最后几页。

为了便于读者的学习,本书在每一章开头都写了“导读”,在每一章结尾都写了“要点解析”。此外,每一章还配置了复习题,以利于读者复习、巩固所学的知识。

本书可作为继续教育及网络教育本科和专科各专业的教材或参考书。

编者

2007年3月

目 录

习题 7-1	(1)	习题 9-1	(37)
习题 7-2	(3)	习题 9-2	(39)
习题 7-3	(5)	习题 9-3	(43)
习题 7-4	(7)	习题 9-4	(47)
习题 7-5	(9)	习题 10-1	(53)
习题 7-6	(11)	习题 10-2	(55)
习题 8-1	(13)	习题 10-3	(57)
习题 8-2	(17)	习题 11-1	(61)
习题 8-3	(21)	习题 11-2	(63)
习题 8-4	(23)	习题 11-3	(67)
习题 8-5	(27)	习题 11-4	(69)
习题 8-6	(31)	习题 11-5	(71)
习题 8-7	(35)	习题 11-6	(73)

习题 7-1

1. 试求点 $A(a, b, c)$ 到各坐标轴、坐标面的距离.

(1) $a \cdot b$; (2) $a \cdot a$; (3) $(4a-b) \cdot (a+2b)$.

2. 证明:以点 $A(4, 1, 9)$, 点 $B(10, -1, 6)$, 点 $C(2, 4, 3)$ 为顶点的三角形是等腰直角三角形.

2. 设 $a=3i-j-2k, b=i+2j-k$, 求:

(1) $a \cdot b$; (2) $a \times b$; (3) $\cos(\angle a, b)$; (4) $\sin(\angle a, b)$.

3. 求下列向量的模、方向余弦以及同方向的单位向量.

(1) $a=i+j+k, b=i-j+3k, c=i-2j$; (2) $b=2i-j+2k$.

(1) $(a \times b) \cdot c$; (2) $(a \times b) \times c$; (3) $(a+b)c - (a+c)b$.

4. 设 $a=3i+5j+8k$, $b=2i-4j-7k$, $c=5i+j-4k$, 求向量 $l=4a+3b-c$ 在 x 轴上的投影以及在 y 轴上的分向量.

5. 已知三角形的三顶点是 $A(2,5,-1)$, $B(0,3,2)$, $C(7,0,4)$, 试用向量计算 $\triangle ABC$ 的面积.

5. 设 $F_1=(2,3,-5)$, $F_2=(-5,1,3)$, $F_3=(1,-2,4)$, 这三个力作用于点 $P(1,1,1)$, 它们的合力为 $F=\overrightarrow{PQ}$, 求:

- (1) 点 Q 的坐标; (2) $\overrightarrow{PQ}$ 的大小;
(3) $\overrightarrow{PQ}$ 的方向余弦.

6. 已知 $|a|=3$, $|b|=26$, $|a \times b|=72$, 求 $a \cdot b$.

6. 点 M 的向径与 x 轴成 45° 角, 与 y 轴成 60° 角, 其长度为 6 单位. 若在 z 轴上的坐标是负值, 求点 M 的坐标. $b=2i+j+9k$, 试求 λ 的值, 使

(1) $\lambda a+b$ 与 z 轴垂直;

(2) $\lambda a+b$ 与 a 垂直, 并证明此时 $|\lambda a+b|$ 取最小值.

习题 7-2

1. 已知 $|a|=2$, $|b|=3$, $(a, b) = \frac{2}{3}\pi$, 求:

- (1) $a \cdot b$; (2) $a \cdot a$; (3) $(4a-b) \cdot (a+2b)$.

2. 设 $a=3i-j-2k$, $b=i+2j-k$, 求:

- (1) $a \cdot b$; (2) $a \times b$; (3) $\cos(\widehat{a, b})$; (4) $\text{prj}_b a$.

3. 设 $a=2i-3j+k$, $b=i-j+3k$, $c=i-2j$, 求:

- (1) $(a \times b) \cdot c$; (2) $(a \times b) \times c$; (3) $(a \cdot b)c - (a \cdot c)b$.

4. 求同时垂直于 $\mathbf{a}=2\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ 与 $\mathbf{b}=4\mathbf{i}+5\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ 的单位向量.

5. 已知三角形的三顶点是 $A(2,5,-1), B(0,3,2), C(7,0,4)$. 试用向量计算 $\triangle ABC$ 的面积.

6. 已知 $|\mathbf{a}|=3, |\mathbf{b}|=26, |\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=72$, 求 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$.

7. 设 $\mathbf{a}=3\mathbf{i}+5\mathbf{j}-2\mathbf{k}, \mathbf{b}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}+9\mathbf{k}$, 试求 λ 的值, 使

(1) $\lambda\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与 z 轴垂直;

(2) $\lambda\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a}$ 垂直, 并证明此时 $|\lambda\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ 取最小值.

习题 7-3

1. 求满足下列条件的平面方程.

(1) 过点 $(-1, 0, 3)$ 且垂直于向量 $n = (1, 2, 5)$;

(2) 平行于向量 $a = (0, 1, 2)$ 及 $b = (1, 2, -1)$ 且过点 $(1, 2, 3)$;

求满足下列条件的直线方程.

(1) 过点 $(4, -1, 3)$ 且平行于直线

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5};$$

(2) 过点 $(0, 2, 4)$ 且同时平行于平面

$$x+2y=1 \text{ 与 } y-3z=2;$$

(3) 过 y 轴, 且过点 $(1, 4, 1)$;

(4) 过点 $(4, 0, -2)$, 点 $(5, 1, 7)$ 且平行于 x 轴.

(5) 过点 $(0, 1, 2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ 垂直相交.

2. 求原点到平面 $2x+3y-z+5=0$ 的距离.

3. 求平面 Π_1 与平面 Π_2 之间的夹角.

$$\Pi_1: 4x-3y+5z-8=0;$$

$$\Pi_2: 2x+3y-z-4=0.$$

4. 求过三点 $(1,1,1), (-1,2,-1), (0,0,-3)$ 的平面方程.

5. 求过两点 $(3,-2,9), (-6,0,-4)$ 且与平面 $2x-y+4z-8=0$ 垂直的平面方程.

习题 7-4

1. 求下列直线的对称式方程及参数方程.

$$L: \begin{cases} x-2y+5z+3=0, \\ 3x-7y-2z+1=0. \end{cases}$$

2. 求满足下列条件的直线方程.

(1) 过点 $(4, -1, 3)$ 且平行于直线

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5};$$

(2) 过点 $(0, 2, 4)$ 且同时平行于平面

$$x+2z=1 \text{ 与 } y-3z=2;$$

(3) 过点 $(0, 1, 2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ 垂直相交.

3. 求直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$ 与平面 $x-y+2z=3$ 之间的夹角.

4. 求经过直线 $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ 且垂直于平面 $x+4y-3z+7=0$ 的平面方程.

5. 验证两直线共面.

$$L_1 \quad \begin{cases} x+2y=1, \\ y+z=-2; \end{cases}$$

$$L_2 \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}.$$

习题 7-5

1. 求柱面方程,使其母线平行于 x 轴,而准线为

$$\begin{cases} y^2 = 2z, \\ x = 0. \end{cases}$$

2. 指出下列各方程在空间坐标系中所表示的曲面的名称.

(1) $y^2 + z^2 - x = 0;$

(2) $x^2 + y^2 - z = 0;$

(3) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z = 0;$

(4) $x^2 - 2y = 1.$

3. 写出曲线 $\begin{cases} y^2 = 3x^2 + 5, \\ z = 0 \end{cases}$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转而成的旋转曲面方程.

4. 画出下列曲面所围立体的草图.

(1) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$;

(2) $x = 0, y = 0, z = 0, x^2 + y^2 = 1,$
 $y^2 + z^2 = 1$ (在第一卦限内);

(3) $x^2 + (y - 1)^2 = 1,$
 $z = 0, z = x^2 + y^2$;

(4) $x = 0, y = 0, z = 0, x = 1, y = 1,$
 $x + y + z = 2.$

习题 7-6

1. 方程 $z=2x^2+3y^2$ 表示什么曲面? 求这曲面与平面 $3y+z=1$ 的交线 L 在各坐标面上的投影曲线.

2. 求曲线 $\begin{cases} 4x+z^2=0, \\ y^2=4z \end{cases}$ 的参数方程.

3. 指出下列曲面与坐标面交线的名称.

(1) $x^2+4y^2+16z^2=64$;

(2) $x^2+9y^2=10z$.

4. 画出下列曲面所围成的立体的草图,并求立体在三个坐标面上的投影.

(1) $z=x^2+y^2$ 与 $z=2-x^2-y^2$;

(2) $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$ 与 $x^2+y^2=1$.