



高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高等职业教育电子信息类专业系列教材

计算机数学基础

国家教育科学“十五”规划国家级课题

“IT领域高职课程结构改革与教材改革的研究与试验”研究成果

主 编 王 忠



科学出版社

www.sciencep.com

TP301.6
W472:1

●高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高等职业教育电子信息类专业系列教材

计算机数学基础

(国家教育科学“十五”规划国家级课题“IT 领域高职课程结构改革与教材改革的研究与试验”研究成果)

主 编	王 忠				
副主编	张运玲	李元占			
	贾俊礼	顾爱华			
编 委	王 忠	张运玲	李元占	王永军	
	田治刚	徐文蔚	李玉坤		

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是根据教育部制定的《高职高专高等数学课程教学基本要求》，结合编者长期的教学实践经验，在总结、吸收了其他数学教材的优点的基础上编写而成的。全书共分13章。内容包括：集合、微分学、积分学、行列式与矩阵、线性方程组、二进制数和布尔代数、随机事件与概率、随机变量及其分布、参数估计与假设检验、图论基础、初等数论、数据结构基础和数学实验。

本书除可作为高职高专计算机类各专业数学课程的教材外，还可作为高职院校其他专业的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

计算机数学基础/王忠主编. —北京:科学出版社, 2004
高等职业教育人才培养创新教材出版工程·高等职业教育电子信息类专业系列教材
ISBN 7-03-014327-2

I. 计… II. 王… III. 电子计算机-数学基础-高等学校:技术学校-教材
IV. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 091270 号

责任编辑:许 远 / 责任校对:宋玲玲
责任印制:安春生 / 封面设计:王壮波

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年9月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004年9月第一次印刷 印张:11 1/4

印数:1—5 000 字数:235 000

定价:15.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

国家教育科学“十五”规划国家级课题“IT领域高职
课程结构改革与教材改革的研究与试验”研究成果

“高等职业教育电子信息类专业系列教材” 出版说明

目前,我国的高等职业教育正面临着新的形势——即以“就业导向、产学结合、推行双证、改革学制、订单培养、打造银领”为主要特点,以培养高技能的技术应用型人才为根本目的。专业建设和课程开发历来是教育改革的核心和突破口。经过十来年的发展,高职教育虽然取得很大进展,但从整体上看课程模式、教学内容等还没有摆脱学科系统化的本科压缩型展迹。尽管从国外引进了许多先进的课程模式和教育思想,但因为国情的不同并且缺少中国特色的课程开发方法,目前尚难于推广应用。

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”(同时也是中国高等职业技术教育研究会、科学出版社共同启动的“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”的一部分)就是在这种形势下应运而生的。该系列教材由中国高等职业技术教育研究会IT类专业协作委员会、全国计算机基础教育研究会高职高专委员会、科学出版社共同组织出版。教育部计算机科学与技术课程教学指导委员会委员、教育部高职高专院校评估委员会副主任、中国高等职业技术教育研究会副会长、全国高等学校计算机基础教育研究会副会长、北京联合大学副校长高林教授为系列教材的总主编。

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”贯彻“理念创新、方法创新、特色创新、内容创新”四大原则,是当前高等职业教育教学改革与创新思想的集中体现。以下作简要介绍:

一、以 VOCSCUM 课程开发方法为指导^①

以高林教授为组长的课题组在教育部重点课题“高职高专教育课程设置与教学内容体系原则的研究与实践”中提出的就业导向的职业能力系统化课程及其开发方法(VOCSCUM, Vocational Competency Systematized Curriculum)集中反映了高等职业教育课程的基本特征。该方法指出在高等职业教育突破学科系统

^① VOCSCUM 课程方法已经收入“银领工程系列”丛书的《点击核心——高等职业教育专业设置与课程开发导引》中,教育部高等教育司、全国高职高专校长联席会组编,高林、鲍洁、王洪、陶秋燕、许远等人编写,高等教育出版社2004年出版,28.00元,书号ISBN 7-04-015385-8。

化课程模式后, 应实施以职业能力为系统化的课程, 在课程模式和开发方法中强调就业导向, 产学结合和双证书教育等。VOCSCUM 是在高等职业教育课程理论研究的基础上, 借鉴国际上先进的职业教育课程模式, 尤其是澳大利亚和德国的经验, 并结合中国国情研制和开发的一套具有自主知识产权的课程模式和开发方法, 它适用于两、三年制的高等职业教育。该方法的基本思想已得到教育部领导的肯定, 并在教育部组织的高等职业教育两年制四类紧缺人才培养方案制定中试用。

二、“依据‘方案’、兼容双证”的专业教材建设思路

在 VOCSCUM 方法的指导下, “国家教育科学‘十五’规划国家级课题‘IT 领域高职课程结构改革与教材改革的研究与试验’课题组”(也是高林教授任组长)创造性的把职业资格证书或技术等级证书的标准嵌入专业课程中, 使高等职业教育课程同时突出了职业性和学历性, 成为“双证教育”思想的真正体现。课题组动员了 30 余所高职高专院校的 IT 类专业负责人共同参加该课题的研究, 通过历时一年多的深入研究, 形成了初步成果, 开发出了针对高等职业教育两年学制的 IT 类课程解决方案, 共 22 个。

上述的研究成果被汇集成《高等职业教育电子信息类专业“双证课程”解决方案(两、三年制适用)》^①(以下简称“解决方案”)一书。“解决方案”的出版得到教育部高等教育司、信息产业部信息化推进司、劳动和社会保障部职业技能鉴定中心领导的极大关注和大力支持; 中国职业技术教育学会刘来泉常务副会长、中国高等职业技术研究会李宗尧会长、教育部高等教育司高职高专处李志宏处长等领导听取了“解决方案”部分编撰人员的工作汇报, 并对本书的出版给予了具体的指导。

“解决方案”是我们组织编写“高等职业教育电子信息类专业系列教材”的直接依据。它运用 VOCSCUM 课程开发方法, 对每个电子信息类的专业均进行了以下几方面系统的研究:

- 职业分析
- 培养目标
- 核心能力(任务)描述
- 核心能力-课程体系框架

^① 《高等职业教育电子信息类专业“双证课程”解决方案(两、三年制适用)》, 教育部重点课题“高职高专教育课程设置与教学内容体系原则的研究与实践”研究成果; 全国教育科学“十五”规划国家级课题“IT 领域高职课程结构改革与教材改革的研究与实验”研究成果。科学出版社 2004 年 8 月出版, 高林, 许远等主编, 80.00 元, 书号 ISBN 7-03-014053-2。

- 职业资格证书培训考试及其与专业课程的衔接
- 专业培养方案
- 单元课程规划与整合

三、“多种范型、纵向为主、横向相关”单元教材建设思路

根据“解决方案”，我们将组织编写一系列的教材，主要的教材有：

- (1) 通识、学历课程教材（支持整个电子信息类专业的单元课程体系）
- (2) 通用技术平台课程教材（支持几个相关专业的单元课程体系）
- (3) 认证培训课程教材（和有关认证机构合作开展教材编写）
- (4) 专业任务课程教材（以完成某项具体任务、项目为目的的实践指导教材）

由于高等职业教育中的每一门课程原则上不是按学科系统化组织教学内容的，因此 VOCSCUM 不称其为科目课程，而称为单元课程。在单元课程教材的编写过程中，我们改革教材编写思路，以适应不同范型课程要求。

除了构造多种范型的单元课程教材以外，我们将按照 VOCSCUM 方法论的要求，编写纵向为主、横向相关的系列化链路课程（Chain Curriculum）教材，并在程序设计、数据开发、网络应用等典型链路上按照国家精品课程配套教材的建设思路，研发立体化教学支持手段。

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”将覆盖计算机办公应用、软件开发技术、网络技术等常规认证课程，还包括了硬件技术、微电子应用、通信技术、数字制造技术、集成电路设计、应用电子技术、信息管理等专业领域的主要课程，可供高等职业教育电子信息类两、三年制各专业使用。

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”于 2004 年开始安排出版，当年先出版 10 种，其余品种力争 2006 年全部完成。为了调动广大高等职业学校的优秀教师参加该系列教材编写的积极性，相关教材的出版采取“滚动机制”，除了按规划组织示范性链路课程的配套教材的出版外，我们还接受有关教师按照“解决方案”并结合自身教学实践编写的教材的投稿，经过审查合格后，作为“国家教育科学‘十五’规划国家级课题‘IT 领域高职课程结构改革与教材改革的研究与实验’”的研究成果，列入出版规划。热忱欢迎广大高等职业院校电子信息类教师和我们更加深入地研究、引进、摸索、总结基于两年制的专业开发方法论，通过推广开发的课程，树立高职教育品牌，把高职教育课程改革引向深入，共同推动 IT 领域高职课程结构改革与教材改革。

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”编委会秘书处设在北京联合大学高等职业教育课程研发推广中心，联系方式如下：

电邮 xuxyzl23@263.net

电话 010-64900126

“高等职业教育电子信息类专业系列教材”的出版得到教育部高等教育司、信息产业部信息化推进司等单位的大力支持，在信息产业部信息化推进司的领导下，“CEAC 信息化培训认证管理办公室”专门配套了与课程体系相关的“大学生 IT 类职业证书体系”标准，可供高职学校在选择 IT 认证培训证书时选用。当然，我们热忱欢迎其他的职业资格证书和培训证书的管理机构与我们积极合作，设计出更多的证书体系与课程体系的接口方案。

系列教材是集体的智慧，集体的著作，参加本书编撰工作的人员对社会各界的支持表示感谢。

由于时间仓促，本书难免存在不足，甚至由于学识水平所限，虽竭智尽力，仍难免谬误，希望专家、同行、学者给予批评指正。

中国高等职业技术教育研究会 IT 专业协作委员会
“高等职业教育电子信息类专业系列教材”编委会

2004 年 8 月

教材使用说明

——给教师、学生的一些建议

《计算机数学基础》作为《高等职业教育电子信息类专业系列教材》之一，是国家教育科学“十五”规划国家级课题“IT 领域高职课程结构改革与教材改革的研究与实验”的研究成果。该教材是根据《高等职业教育电子信息类专业“双证课程”解决方案（两、三年制适用）》（以下简称“解决方案”）中有关课程说明进行编写的。

“解决方案”采用了“就业导向的职业能力系统化课程及其开发方法（VOCSCUM, Vocational Competency Systematized Curriculum）”（教育部重点课题“高职高专教育课程设置与教学内容体系原则的研究与实践”的研究成果之一）。该方法集中反映了高等职业教育课程的基本特征。

根据 VOCSCUM 开发方法，高等职业教育在突破学科系统化课程模式后，应实施以职业能力为系统化的课程，在课程模式和开发方法中强调就业导向，产学结合和双证书教育等。

《计算机数学基础》是在 VOCSCUM 理论指导下开发的一门通识课程，适用于两、三年制高等职业教育电子信息大类中的计算机应用、计算机软件、计算机网络、计算机信息管理、计算机安全等专业的使用。

根据课程需要，我们制定了参考性教学计划，如下表所列。

《计算机数学基础》建议教学计划

章	内 容	学 时
第一章 集合 (2 学时)	集合	2
第二章 微分学 (12 学时)	2.1 极限	4
	2.2 函数的连续性	2
	2.3 导数与微分	5
	小结	1
第三章 积分学 (10 学时)	3.1 不定积分的概念与性质	1
	3.2 不定积分的计算	4
	3.3 定积分的概念与性质	2
	3.4 定积分的计算	2
	小结	1

续表

章	内 容	学 时
第四章 行列式与矩阵 (6 学时)	4.1 行列式的概念	1
	4.2 行列式的性质及计算	2
	4.3 克拉默法则	
	4.4 矩阵以及矩阵的运算	2
	4.5 方阵的逆阵	
	小结	1
第五章 线性方程组 (2 学时)	线性方程组	2
第六章 二进制数和布尔 代数 (2 学时)	6.1 二进制数	2
	6.2 布尔代数	
第七章 随机事件与概率 (4 学时)	7.1 随机事件及其关系	1
	7.2 概率及其计算	3
第八章 随机变量及其 分布 (2 学时)	8.1 随机变量的概念	2
	8.2 随机变量的分布	
第九章 参数估计与假设 检验 (6 学时)	9.1 参数估计	3
	9.2 假设检验	2
	小结	1
第十章 图论基础 (6 学时)	10.1 图的基本概念	4
	10.2 树	
	10.3 最短路径问题	1
	10.4 有向图	1
第十一章 初等数论 (4 学时)	11.1 整除	1
	11.2 带余除法	2
	11.3 同余	1
第十二章 数据结构基础 (6 学时)	12.1 数据结构的概述	1
	12.2 线性数据结构	1
	12.3 树和图	2
	12.4 排序和查找	2
第十三章 数学实验 (4 学时)	13.1 实验工具	1
	13.2 Mathematica 的预备知识	
	13.3 实验	2
	上机实验	1
合 计	共 72 学时, 课程 65 学时, 实验 1 学时, 机动 2 学时, 总复习 2 学时, 考试 2 学时	

前 言

随着我国高职高专教育的蓬勃发展和不断完善,对高职高专学生实践能力的培养越来越受到社会的关注,为了适应高职高专教育发展的需要,科学出版社组织编写了本教材。本书是根据教育部制定的《高职高专高等数学课程教学基本要求》,结合编者长期的教学实践经验,在总结、吸收了其他数学教材的优点的基础上编写而成的。

本教材的特点是:遵循“以应用为目的,以必须、够用为度”的原则,语言通俗易懂;注重实用性,减少了纯理论的内容和繁琐的证明;注重学生利用计算机实际问题能力的培养。

本教材的内容包括:集合、微分学、积分学、行列式与矩阵、线性方程组、二进制数和布尔代数、随机事件与概率、随机变量及其分布、参数估计与假设检验、图论基础、初等数论、数据结构基础和数学实验。内容范围较广,基本涵盖了计算机类各专业所需的数学基础知识。教学时数应不少于 72 学时,各学校可根据实际情况,也可对部分内容作适当删减。

本教材共分 13 章,分别由王忠(第 1、3 章)、张运玲(第 2 章)、田治刚(第 4、5 章)、徐文燕(第 6 章)、李元占(第 7、8、9 章)、王永军(第 10、11、13 章)、李玉坤(第 12 章)编写。全书由王忠统稿。

在教材的编写过程中,得到了编委会成员所在院校的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于水平所限,加上时间仓促,本教材中不妥之处实属难免,敬请读者提出批评和建议,使教材在以后能够得到进一步的完善。

编 者

2004 年 8 月

目 录

第一章 集合	1
习题一	6
第二章 微分学	7
2.1 极限	7
2.2 函数的连续性	15
2.3 导数与微分	19
习题二	33
第三章 积分学	37
3.1 不定积分的概念与性质	37
3.2 不定积分的计算	39
3.3 定积分的概念与性质	46
3.4 定积分的计算	50
习题三	53
第四章 行列式与矩阵	57
4.1 行列式的概念	57
4.2 行列式的性质及计算	59
4.3 克拉默法则	63
4.4 矩阵以及矩阵的运算	63
4.5 方阵的逆阵	68
习题四	70
第五章 线性方程组	71
习题五	75
第六章 二进制数和布尔代数	76
6.1 二进制数	76
6.2 布尔代数	80
习题六	82
第七章 随机事件与概率	83
7.1 随机事件及其关系	83
7.2 概率及其计算	85

习题七	93
第八章 随机变量及其分布	96
8.1 随机变量的概念	96
8.2 随机变量的分布	97
习题八	102
第九章 参数估计与假设检验	104
9.1 参数估计	104
9.2 假设检验	108
习题九	110
第十章 图论基础	112
10.1 图的基本概念	112
10.2 树	119
10.3 最短路径问题	119
10.4 有向图	121
习题十	122
第十一章 初等数论	124
11.1 整除	124
11.2 带余除法	125
11.3 同余	129
习题十一	132
第十二章 数据结构基础	133
12.1 数据结构的概述	133
12.2 线性数据结构	136
12.3 树和图	138
12.4 排序和查找	144
习题十二	149
第十三章 数学实验	151
13.1 实验工具	151
13.2 Mathematica 的预备知识	151
13.3 实验	153
参考答案	160

第一章

集 合

集合是数学中一个重要的概念,它在现代数学中起着非常重要的作用.本章主要讨论集合的概念及集合的表示法、集合的关系及运算和区间与邻域的概念.

一、集合的概念及表示法

1. 集合

我们经常研究某些事物组成的总体,例如,某校全体学生、全体自然数、某方程的实数解等等,这些事物组成的总体就称为集合.

一般来说,所谓集合,就是指具有某种共同属性的一些对象的总体.构成集合的对象称为集合的元素.

下面举几个集合的例子:

例 1 某班级的全体学生.

例 2 全体有理数.

例 3 抛物线 $y = x^2$ 上所有的点.

例 4 所有的直角三角形.

由有限个元素构成的集合,称为有限集合,如例 1;由无限多个元素构成的集合,称为无限集合,如例 2,3,4.

习惯上,我们通常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,而用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素.如果 a 是集合 A 的元素,则记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”或“ a 在 A 中”;如果 a 不是集合 A 的元素,则记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”或“ a 不在 A 中”.例如,我们常用 N 表示全体自然数构成的集合;用 Z 表示全体整数构成的集合;用 Q 表示全体有理数构成的集合;用 R 表示全体实数构成的集合.显然, $3 \in N$, $3 \in Z$, $3 \in Q$, $3 \in R$, $\frac{1}{2} \in Q$, $\frac{1}{2} \in R$, 但 $\frac{1}{2} \notin N$, $\frac{1}{2} \notin Z$.

把不含任何元素的集合称为空集,记作 $\emptyset$;而把由所研究的所有对象构成的集合称为全集,记为 Ω .

例如,方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数根构成的集合就是空集.

全集是一个相对的概念,一个集合在所研究的一个问题中是全集,在另一个问题中就可能不是全集.例如,我们所讨论的问题仅限于整数,那么全体整数构成的集合就是全集;如果我们所讨论的问题是在有理数范围内,则全体整数构成的集合

就不是全集.

2. 集合的表示法

(1) 列举法:把集合中的所有元素一一列举出来,并写在花括号 $\{\}$ 内.

例 5 由 1,3,4 组成的集合 A ,可表示为 $A=\{1,3,4\}$.

(2) 描述法:把集合中元素所具有的共同属性描述出来,并写在花括号内.

例 6 设 A 是由所有偶数组成的集合,则 A 可表示为 $A=\{\text{偶数}\}$ 或 $A=\{x|x=2n,n\in\mathbb{Z}\}$.

注意 集合具有以下三个性质:

(1) 互异性,即集合中的任意两个元素都是不相同的,相同的元素只能算一个.

(2) 无序性,即集合与它的元素顺序无关.

(3) 确定性,即集合中的元素必须是确定的,不能模棱两可.例如,某班所有的高个子同学就不能组成集合.

二、集合之间的关系及运算

1. 集合之间的关系

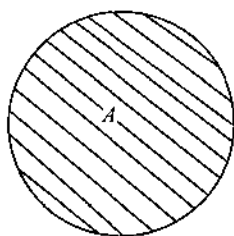


图 1-1

集合及集合之间的关系可以用图形直观地表示,称为文氏图.文氏图是用一个平面区域代表一个集合,区域内的点代表集合的元素如图 1-1.

定义 1.1 设有两个集合 A 和 B ,如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫作集合 B 的子集.记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”,如图 1-2.

例如 $\mathbb{R}$ 是全体实数的集合, $\mathbb{Q}$ 是全体有理数的集合, $\mathbb{Q}$ 是 $\mathbb{R}$ 的子集,即

$$\mathbb{Q}\subseteq\mathbb{R}.$$

例 7 设 $A=\{3,6,9,12,15\}$, $B=\{3,9,15\}$,则 $B\subseteq A$.

子集有下面的性质:

- (1) 任意集合都是其自身的子集;
- (2) 空集是任意集合的子集;
- (3) 如果 $A\subseteq B$, $B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

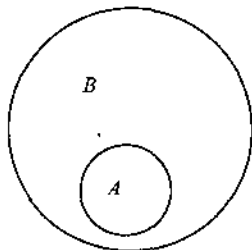


图 1-2

定义 1.2 设有两个集合 A 和 B ,如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,则称 A 与 B 相等,记为 $A=B$,即两个集合 A 和 B 相等,指集合 A 与 B 含有相同的元素.

例 8 设 $A=\{x|x^2-1=0\}$, $B=\{x||x|=1\}$,因为集合 A 中含有 1, -1 两个

数, B 中也只含有 1, -1 两个数, 所以 $A=B$.

2. 集合的运算

定义 1.3 设有集合 A 和 B , 由 A 和 B 的所有元素构成的集合, 称为集合 A 与 B 的并, 记为 $A \cup B$, 如图 1-3, 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

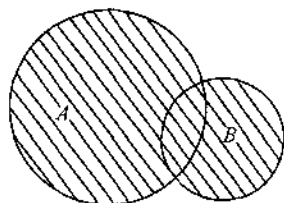


图 1-3

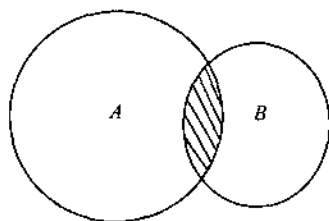


图 1-4

定义 1.4 设有集合 A 和 B , 由既属于 A 又属于 B 的所有元素构成的集合, 称为集合 A 与 B 的交, 记为 $A \cap B$, 如图 1-4, 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

例 9 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}, A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

例 10 设 $A = \{x \mid 1 < x \leq 10\}$, $B = \{x \mid 3 \leq x < 15\}$, 则

$$A \cup B = \{x \mid 1 < x < 15\}, A \cap B = \{x \mid 3 \leq x \leq 10\}$$

集合的交, 并有如下性质:

$$(1) \quad A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$$

(2) 对任何集合 A , 有

$$A \cup \emptyset = A, A \cup A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap A = A$$

(3) 如果 $A \subseteq B$, 则有

$$A \cup B = B, A \cap B = A$$

定义 1.5 设有集合 A 和 B , 由属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合, 称为集合 A 与 B 的差, 记为 $A - B$, 如图 1-5, 即

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

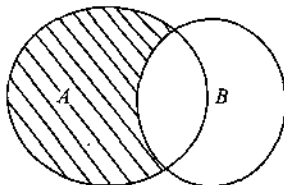


图 1-5

例 11 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则 $A - B = \{1, 3, 5\}$.

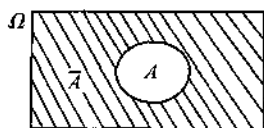


图 1-6

定义 1.6 设集合 A 是全集 Ω 的子集, 由全集 Ω 中所有不属于 A 的元素构成的集合, 称为 A 的补集, 记为 $\bar{A}$, 如图 1-6, 即

$$\bar{A} = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$$

补集有下列性质:

$$A \cup \bar{A} = U, A \cap \bar{A} = \emptyset$$

例 12 设全集 U 表示全体整数构成的集合, A 表示全体偶数构成的集合, 则

$\bar{A}$ 表示全体奇数构成的集合.

例 13 设全集 $U = \{x | 0 < x \leq 10\}$, $A = \{x | 3 \leq x < 6\}$, 则

$$\bar{A} = \{x | 0 < x < 3 \text{ 或 } 6 \leq x \leq 10\}$$

3. 集合的运算律

(1) 交换律:

$$(I) A \cup B = B \cup A; \quad (II) A \cap B = B \cap A.$$

(2) 结合律:

$$(I) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C; \quad (II) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C.$$

(3) 分配律:

$$(I) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C); \quad (II) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

(4) 对偶律:

$$(I) \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}; \quad (II) \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}.$$

三、区间与邻域

1. 区间

设 a, b 为实数, 且 $a < b$:

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的开区间, 记为 (a, b) , 见图 1-7, 即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}$$

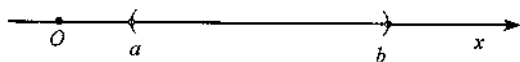


图 1-7

(2) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的闭区间, 记为 $[a, b]$, 见图 1-8, 即

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

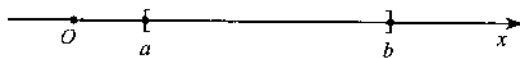


图 1-8

(3) 满足不等式 $a \leq x < b$ (或 $a < x \leq b$) 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的半开区间, 记为 $[a, b)$ (或 $(a, b]$), 见图 1-9, 即

$$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}, \quad (a, b] = \{x | a < x \leq b\}$$

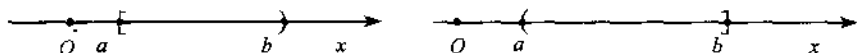


图 1-9

上述区间称为有限区间. 在有限区间中, 把区间的右端点与左端点的差 $b-a$, 称为区间的长. 除了有限区间外, 还有下面几种无限区间:

- (1) $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$;
- (2) $[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$;
- (3) $(-\infty, b) = \{x | x < b\}$;
- (4) $(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$;
- (5) $(-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\}$.

注意 符号“ $+\infty$ ”(读作正无穷大)、“ $-\infty$ ”(读作负无穷大), 仅表示正向或负向无限增大, 不能当做数字看待.

2. 邻域

设 x_0 和 δ 为两个实数, 且 $\delta > 0$, 则把集合 $\{x | |x - x_0| < \delta\}$ 称为点 x_0 的 δ 邻域. 点 x_0 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径. 它表示以 x_0 为中心, 长度为 2δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 如图 1-10.

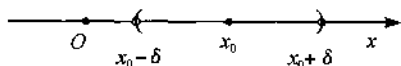


图 1-10

例如集合 $\{x | |x - 2| < \frac{1}{2}\}$ 即为以点 $x_0 = 2$ 为中心, 以 $\frac{1}{2}$ 为半径的邻域, 也就是区间 $(1.5, 2.5)$.

在微积分中还常常用到集合 $\{x | 0 < |x - x_0| < \delta\}$, 它是从点 x_0 的 δ 邻域内去掉点 x_0 后, 所成的集合, 称为以 x_0 为中心, 半径为 δ 的空心邻域, 它表示区间 $(x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$, 如图 1-11.

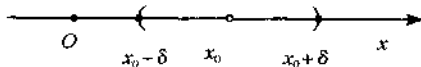


图 1-11

思考题

1. 是否所有的集合都既可以用列举法表示, 又可以用描述法表示?
2. 集合 $\emptyset$ 与集合 $\{0\}$, $\{\emptyset\}$ 意义是否一样.