国际奥赛金牌教练+
国家奥赛命题研究专家
联袂编写

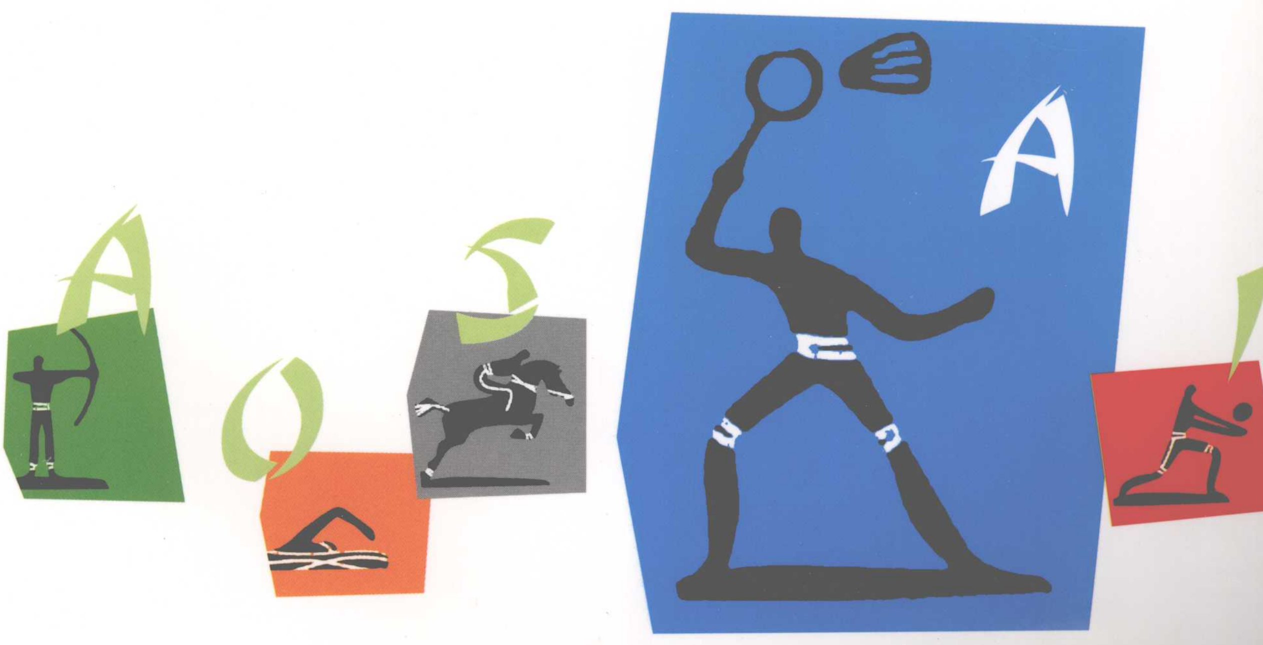
科学技术文献出版社

JINPAI AOSAI CONGSHU
金牌奥赛丛书

金牌奥赛高级教程

高一数学

·修订版·



金牌奥赛高级教程

高一数学

（修订版）

总主编：耿立志　全国中学奥林匹克竞赛金牌教练
中科国际奥赛研究中心执行主任
国家首批骨干教师、全国特级教师

总审定：王永胜　中学奥林匹克竞赛研究专家
教育部新课程标准研制专家
重点大学教授、博士生导师

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
北　京

图书在版编目(CIP)数据

金牌奥赛高级教程. 高一数学(修订版)/石丽杰主编. -北京:科学技术文献出版社,2008.2

(金牌奥赛)

ISBN 978-7-5023-4780-2

Ⅰ. 金… Ⅱ. 石… Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 093906 号

出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)51501739
图书发行部电话 (010)51501720,(010)51501722(传真)
邮购部电话 (010)51501729
网 址 http://www.stdph.com
E-mail:stdph@istic.ac.cn
策划编辑 科 文
责任编辑 马永红
责任校对 赵文珍
责任出版 王杰馨
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京国马印刷厂
版(印)次 2008 年 2 月第 2 版第 1 次印刷
开 本 787×1092 16 开
字 数 460 千
印 张 20
印 数 1~8000 册
定 价 26.00 元

(京)新登字130号

《金牌奥赛——高级教程》编委会

高考引擎

高考热点物理总复习	15.00
高考热点政治总复习	15.00
高考热点化学总复习	15.00
高考热点历史总复习	15.00
高考热点生物总复习	15.00
高考热点数学总复习	15.00
高考热点语文总复习	15.00
高考热点英语总复习	15.00
高考热点地理总复习	15.00

注:邮费按书款总价另加 20%

《金牌奥赛——高级教程》

前　言

为了满足广大师生对中学奥林匹克竞赛培训教材的迫切需求，充分体现国家新课程改革的精神，由著名奥赛研究专家耿立志老师精心策划、组织编著了《金牌奥赛——高级教程》丛书。高中部分包括数学、物理、化学、生物4个学科，共7个分册，涵盖高考和奥赛的全部重点内容。

本丛书特点是

权威性

丛书作者由来自全国奥赛名校的国际奥赛金牌教练；参加奥赛命题研究的全国重点大学知名教授、博士生导师；从事奥赛一线辅导的国家高级教练及主持高考命题研究的特级教师组成。

科学性

根据国家“十五规划”教育科研课题《研究性学习与奥林匹克竞赛的有效整合》的研究成果，参考全国奥林匹克竞赛规程，对最新考试内容进行标准解读与科学诠释，是全国第一部将奥赛与高考有效整合，并经实践证明既适合奥赛又适合高考的培优宝典。

高效性

丛书注重实战,特聘请来自教学一线的骨干教练执笔各分册的编写工作。关注全国奥赛动向,力求所选试题具有代表性、时代性和实用性。鼎力打造完全实战性丛书,迅速提升学生的竞赛成绩。

谨以此书,献给在求学路上奋力拼搏的莘莘学子们!

《金牌奥赛——高级教程》丛书编委会

2007年12月于清华园

目　录

第一章　集合与简易逻辑

目标菜单

【基础目标】

1. 理解集合的定义、集合的运算、集合与集合之间的关系.
2. 掌握集合术语与集合符号的用法.
3. 理解逻辑连接词的含义，理解四种命题及其相互关系，掌握充要条件的含义.
4. 掌握含绝对值的不等式和一元二次不等式的解法.
5. 能够解决一元二次方程根分布问题.

【拓展目标】

1. 掌握集合中的计数问题，特别是容斥原理.
2. 了解子集族的性质，掌握集合的分拆.

备考链接

【高考点击】

1. 集合的概念

(1) 集合：所谓集合，就是指具有某一共同性质的对象的总体.

组成集合的对象称为该集合的元素.

(2) 集合元素的特性：确定性、互异性、无序性.

(3) 集合中元素可以是有限的，也可以是无限的. 我们分别称为有限集和无限集. 不含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$. 集合中元素的个数记作 card$A$ 或 $|A|$.

2. 集合与集合的关系

若 A 中元素都是 B 中元素，则称 A 为 B 的子集，记作 $A \subseteq B$，若 $A \subseteq B$，且 B 中至少有一个元素 $b \notin A$，则称 A 为 B 的真子集，记作 $A \subset B$.

若 $A \subseteq B$，且 $B \subseteq A$，则 $A = B$.

集合与集合的关系，有如下性质：

(1)$\varnothing \subseteq A$，特别的，若 $A \neq \varnothing$，则 $\varnothing \subset A$.

(2)$A \subseteq B, B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$.

(3)$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$；$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$.

3. 集合的运算

$A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$；

$A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$；

$\complement_S A = \{x \mid x \in A$ 且 $x \notin S\}$.

关于集合运算有以下常用结论：

(1) 等幂律：$A \cap A = A, A \cup A = A$.

(2) 同一律：$A \cap U = A, A \cup U = U, A \cap \varnothing = \varnothing, A \cup \varnothing = A$.（$U$ 为全集）

(3) 交换律：$A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$.

(4) 结合律：$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$,

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

(5) 分配律：$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

(6) 德·谟干法则：$\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$,

$\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$.

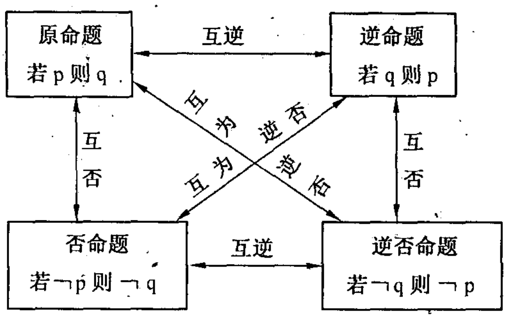
4. 逆命题、否命题、逆否命题的概念

(1) 交换原命题的条件和结论，所得命题是原命题的逆命题.

(2) 同时否定原命题的条件和结论，所得命题是原命题的否命题.

(3) 交换原命题的条件和结论，并且同时否定，所得命题是原命题的逆否命题.

5. 四种命题之间的关系



特别注意：互为逆否关系的两个命题（即原命题与逆否命题、否命题与逆命题）是等价的（同真同假）.

6. 充要条件的概念

如果 $p \Rightarrow q$，那么就说 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；如果 $p \Leftrightarrow q$，那么就说 p 是 q 的充分必要条件，简称充要条件.

7. 含绝对值的不等式的解法

(1) $|x|<a(a>0)$ 可化为 $-a<x<a$，$|x|>a(a>0)$ 可化为 $x<-a$ 或 $x>a$.

(2) 不等式 $|ax+b|<c(c>0)$ 和 $|ax+b|>c(c>0)$ 应化为 $-c<ax+b<c$ 和 $ax+b>c$ 或 $ax+b<-c$ 来解.

(3) 前两种类型是基础，带有参数的绝对值不等式的解法是难点.解决难点的关键是先把参数看成普通数字，按照基本解法求解，直到不得不讨论的时候再进行讨论.

例如，解关于 x 的不等式 $|ax-2|<1$，步骤如下：变形为 $-1<ax-2<1$，即 $1<ax<3$，此时，不得不进行讨论，分三种情况：

当 $a>0$ 时，$\frac{1}{a}<x<\frac{3}{a}$；

当 $a=0$ 时，解集为 $\varnothing$；

当 $a<0$ 时，$x>\frac{3}{a}$ 或 $x<\frac{1}{a}$.

8. 一元二次不等式的解法

理解函数与方程、不等式的关系是深入掌握一元二次不等式的解法的关键：方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解集是使函数 $y=ax^2+bx+c$ 的函数值等于 0 的 x 的取值集合，其几何意义是函数图象与 x 轴交点的横坐标；不等式 $ax^2+bx+c>0(ax^2+bx+c<0)$ 的解集是使函数 $y=ax^2+bx+c$ 的函数值为正值(负值)的 x 的取值集合；解集的端点是 $ax^2+bx+c=0$ 的解.

9. 利用韦达定理解决一元二次方程的根的分布问题

一元二次方程的根的分布问题既是高中知识的重点也是难点，一般形式是通过已知某个含有参数的一元二次方程的两根(或一根)的情况，求出参数的取值范围.

利用韦达定理解决此类问题的三个要点是：判别式、两根之和、两根之积.下面我们通过一个简单的例子来说明解法.

例　已知 $x^2+ax+a+1=0$ 的两根分别满足下列条件，求实数 a 的取值范围：

(1) 两根都大于 0

解：设两根分别为 x_1,x_2，则

$$\begin{cases}\Delta=a^2-4(a+1)\geqslant 0\\ x_1+x_2=-a>0\\ x_1x_2=a+1>0\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}a\geqslant 2+2\sqrt{2} \text{ 或 } a\leqslant 2-2\sqrt{2}\\ a<0\\ a>-1\end{cases}$

所以，$-1<a<2-2\sqrt{2}$.

(2) 两根都小于 0

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta = a^2 - 4(a+1) \geqslant 0 \\ x_1 + x_2 = -a < 0 \\ x_1x_2 = a+1 > 0\end{cases}$$

(不等式的求解过程略,下同)

(3) 一根大于 0,一根小于 0

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ x_1x_2 < 0\end{cases}$$

实际上,只需 $x_1x_2 < 0$

(对于 $ax^2 + bx + c = 0$,若 $x_1x_2 = \frac{c}{a} < 0$,则 $ac < 0$,则 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$)

(4) 两根都大于 3

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ (x_1 - 3) + (x_2 - 3) > 0 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) > 0\end{cases}$$

$$\text{注意:不等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ x_1 + x_2 > 6 \\ x_1x_2 > 9\end{cases}$$

(5) 两根都小于 $k(k \in \mathrm{R})$

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ (x_1 - k) + (x_2 - k) < 0 \\ (x_1 - k)(x_2 - k) > 0\end{cases}$$

(6) 一根大于 k,一根小于 $k(k \in \mathrm{R})$

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ (x_1 - k)(x_2 - k) < 0\end{cases}$$

实际上,只需 $(x_1 - k)(x_2 - k) < 0$(为什么?请学生自证)

(7) 一根大于 2,一根小于 1

$$\text{等价于}\begin{cases}\Delta \geqslant 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 1) < 0\end{cases}$$

但此不等式无法解出,因此我们需要新的方法解决此类问题.

10. 利用函数图象解决一元二次方程的根分布问题

利用函数图象解决此类问题的三个要点是:判别式、对称轴、特殊点. 我们仍用上部分的例子说明解法.

例 已知 $x^2 + ax + a + 1 = 0$ 的两根分别满足下列条件,求实数 a 的取值范围:

(1) 两根都大于 0

解:为叙述方便,我们令 $f(x) = x^2 + ax + a + 1$. 注意:$f(x)$ 是我们以后常用的函数符号,它代表自变量为 x 的某个函数,有了这个记号之后,我们便可以用 $f(3)$ 简单地表示

函数 $f(x)$ 当 $x=3$ 时的函数值,比如本例中 $f(3)=3^2+3a+a+1=4a+10$

若 $f(x)$ 的两根都大于 0,则 $y=f(x)$ 的图象大致如图 1-1:

则$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ -\dfrac{a}{2}>0\\ f(0)>0\end{cases}$

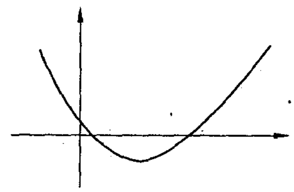


图 1-1

解得结果与 9.(1) 一致.

(2) 两根都小于 0,$y=f(x)$ 的图象大致如图 1-2:

则$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ -\dfrac{a}{2}<0\\ f(0)>0\end{cases}$

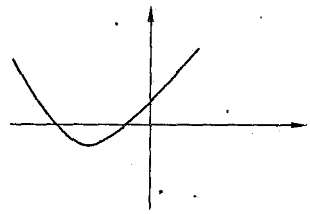


图 1-2

(3) 一根大于 0,一根小于 0

等价于$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ f(0)<0\end{cases}$

实际上,只需 $f(0)<0$.

(4) 两根都大于 $k(k\in\mathrm{R})$

等价于$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ -\dfrac{a}{2}>k\\ f(k)>0\end{cases}$

(5) 两根都小于 $k(k\in\mathrm{R})$

等价于$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ -\dfrac{a}{2}<k\\ f(k)>0\end{cases}$

(6) 一根大于 k,一根小于 $k(k\in\mathrm{R})$

等价于 $f(k)<0$

(7) 一根大于 2,一根小于 1

等价于$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ f(1)<0\\ f(2)<0\end{cases}$等价于$\begin{cases}f(1)<0\\ f(2)<0\end{cases}$

(8) 一根在(1,2)内,一根在(3,4)内

等价于$\begin{cases}f(1)>0\\ f(2)<0\\ f(3)<0\\ f(4)>0\end{cases}$

(9) 其中一根在(1,2)内

等价于$\begin{cases}f(1)>0\\f(2)<0\end{cases}$或$\begin{cases}f(1)<0\\f(2)>0\end{cases}$

即 $f(1)f(2)<0$

我们看到利用函数图象解决一元二次方程的根分布问题更具有一般性,而韦达定理的方法我们只是在形如(1)～(2)的类型的问题时才应用.

【奥赛拓展】

1. 差集的定义与性质

(1) 差集:记 A、B 是两个集合,则所有属于 A 且不属于 B 的元素构成的集合,记作 $A\backslash B$ 或 $A-B$,$A\backslash B=\{x \mid x\in A$ 且 $x\notin B\}$.

(2) 运算性质.

$A\backslash(B\backslash C)=(A\backslash B)\cup(A\backslash C)$

$A\backslash(B\cup C)=(A\backslash B)\cap(A\backslash C)$

$A\backslash(B\cap C)=(A\backslash B)\cup(A\backslash C)$

2. 子集的计数

(1) 若 $\mathrm{card}A=n$,则有限集 A 的子集个数为 2^n 个.

证明:设 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$,

则集合 $\{a_1\}$ 的所有子集为 $\varnothing$,$\{a_1\}$,共 2 个;

$\{a_1,a_2\}$ 的子集除上述两子集外,还可在上述两子集的每个子集中各添加一个元素 a_2,可得 $\{a_2\}$,$\{a_1,a_2\}$,共 4 个;

$\{a_1,a_2,a_3\}$ 的子集除上述 4 个子集外,还可在上述 4 个子集的每个子集中各添加一个元素 a_3,可得 $\{a_3\}$,$\{a_1,a_3\}$,$\{a_2,a_3\}$,$\{a_1,a_2,a_3\}$,共 8 个……

由此,我们可以看到,子集的个数是成倍增长的. 于是,归纳可知,若 $\mathrm{card}A=n$,则 A 的子集个数为 2^n 个.

上述证明并不严密,但是可以被我们接受,而且,根据这一证明,我们可以得到一个很重要的结论:含有 a_i 的子集个数为 2^{n-1}.

(2) 若 $\mathrm{card}A=n$,则它的所有子集中,有这样一族不同的子集. 它们两两的交集都是空集,那么这族子集最多有 2^{n-1} 个.

证明:A 的所有子集个数为 2^n 个,若 $a_i\in A$,记 $M=\{a_i\}$,则 $\complement_A M$ 共有除 a_i 外的 $n-1$ 个元素,所以 $\complement_A M$ 的子集有 2^{n-1} 个. 在 $\complement_A M$ 的 2^{n-1} 个子集中,每个子集添加一个元素 a_i 符合要求.

3. 集合的分拆与覆盖及容斥原理

(1) 设 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 是集合 M 的非空子集,满足条件

①$M_i\cap M_j=>(i\neq j)$;②$M=M_1\cup M_2\cup\cdots\cup M_n$;则 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 是集合 M 的一个分拆或称为一个划分;若 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 只满足条件①,则称 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 是集

合 M 的一个覆盖.

集合分拆的概念是经常用到的,当用分类思想解题时,分类的原则是:不重复不遗漏.这就是把问题所包含的对象看做一个集合,再对这个集合作一分拆,然后分别对分拆中的每个子集进行讨论.

(2) 分拆和覆盖都是反映全集和子集的关系,分拆是覆盖的特殊情形. 若 M 是有限集,$M_1,M_2,\cdots,M_n$ 是集合 M 的一个分拆,则有如下的加法原理:$|M|=\sum\limits_{i=1}^{n}|M_i|$,这里 $|M|$ 表示集合 M 的元素的个数.

若 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 是集合 M 的一个覆盖,则有容斥原理:$|M|=\sum\limits_{i=1}^{n}|M_i|-\sum\limits_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n}|M_i\cap M_j|+\sum\limits_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant k\leqslant n}|M_i\cap M_j\cap M_k|-\cdots+(-1)^{n-1}|M_1\cap M_2\cap\cdots\cap M_n|$

4. 特殊的子集族

(1)C 族

设 $\mathrm{card}A=n$,由集合 A 的所有子集构成的子集族称为 C 族.

记作:$\mathscr{A}=\{A_1,A_2,\cdots,A_n\}$

(2)R 族

设 $\mathrm{card}A=n$,$\mathscr{A}=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ 是 A 的一个子集族,若存在 $k(2\leqslant k\leqslant m-1)$,使得

①$\mathscr{A}$ 中任意 k 个 A_i 都相交;

②$\mathscr{A}$ 中任意$(k+1)$个 A_i 都不相交.

则称 $\mathscr{A}$ 为 A 的一个指数为 k 的 R 族.

定理 1:如果 $\mathscr{A}=\{A_1,A_2,\cdots,A_n\}$ 是 A 的一个指数为 k 的 R 族,$\mathrm{card}A=n$,则 $C_m^k\leqslant n$.

证明:由 ①$\mathscr{A}$ 中每个子集 $A_s(1\leqslant s\leqslant m)$ 都与 $\mathscr{A}$ 中的其余 $m-1$ 个子集中任意选出的 $k-1$ 个子集有交集,至少有一个公共元素,而这种选法共有 C_{m-1}^{k-1} 种;由 ② 得(C_{m-1}^{k-1})个元素两两不同. 这样一来,A_s 至少有 C_{m-1}^{k-1} 个元素,而 $\bigcup\limits_{i=1}^{m}A_i$ 至少有 mC_{m-1}^{k-1} 个元素(重复计算),但由 ① 知,其中每个元素重复了 k 次,因为它同时属于 k 个不同的子集,所以 $\bigcup\limits_{i=1}^{m}A_i$ 至少含有 $\frac{m}{k}C_{m-1}^{k-1}$ 个不同的元素. 但显然 $\bigcup\limits_{i=1}^{m}A_i\subseteq A$,故得 $\frac{m}{k}C_{m-1}^{k-1}\leqslant n$ 即 $C_m^k\leqslant n$.

(3)K 族

设 A 为一个 n 阶集合,$\mathscr{A}=\{A_1,A_2,\cdots,A_k\}$ 是 A 的一个子集族,若 $\mathscr{A}$ 中任何两个 A 的子集 A_i 与 A_j 互不包含,即 $A_i\not\subseteq A_j$ 且 $A_i\not\subseteq A_i$,则称 $\mathscr{A}$ 是 A 有一个 K 族.

由定义容易知 R 族也是 K 族.

定理 2:设 $\mathscr{A}$ 为 n 阶集合 A 的 K 族中阶数最高的,则 $\mathrm{card}\mathscr{A}=C_n^{[\frac{n}{2}]}$.

证明:$p=\max\{|X|:X\in\mathscr{A}\}$,$q=\min\{|X|:X\in\mathscr{A}\}$,$(|X|=\mathrm{card}X)$. 当 $p=q$ 时,即 $\mathscr{A}$ 中每个元素作为 A 的子集含有 A 中同样多的元素,显然 $|\mathscr{A}|\leqslant C_n^{[\frac{n}{2}]}$.

当 $p=q=\left[\frac{n}{2}\right]$时取得最大. 故此时结论成立.

下面只需证明 $p>q$ 的情形，记 $D(\mathscr{A})=p-q$.

若 $p\leqslant\frac{n}{2}$，命 $\mathscr{B}=\{X:A-X\in\mathscr{A}\}$，显然 $\mathscr{B}$ 仍是 A 的互不包含子集族，$|\mathscr{B}|=|\mathscr{A}|$，且 $\max\{|X|:X\in\mathscr{B}\}>\frac{n}{2}$，故可设 $p>\frac{n}{2}$，即 $n\leqslant 2p-1$.

设 $U=\{X\in\mathscr{A}:|X|=p\}$，$V=\{X-\{a\}:a\in X,X\in U\}$. 就是说 U 是 $\mathscr{A}$ 中恰有 A 中 p 个元素的那些子集构成的集合，而 V 是这样的集合，它的每一个元素也是 A 的子集，这些元素是从 U 中元素作为 A 的子集删去一个元素得到的.

任取 $X\in U,Y\in V$，若 $Y\subset X$，则称 X 与 Y 为一对相关集，称 X 与 Y 互相相关. 显然共有 $P\cdot|U|$ 对相关集.

另一方面，因 $|Y|=p-1$，与 Y 相关的集合均是把 A 中某一个不属于 Y 的元素添加到 Y 中得到的，于是，若记 $m(Y)$ 为与 Y 相关的集合个数，则

$m(Y)\leqslant n-(p-1)\leqslant 2p-1-(p-1)=p$

因有 $|V|$ 个不同的 Y，故相关集对数不超过 $p|V|$. 于是 $p|U|\leqslant p|V|$，即 $|U|\leqslant|V|$.

记 $\mathscr{A}'=\mathscr{A}\backslash U\cup V$. 因 $\mathscr{A}$ 是 A 的互不包含子集族，所以 $\mathscr{A}'$ 也是 A 的互不包含的子集族，于是 $\mathscr{A}'$ 也是 A 的 K 族，且有

$|\mathscr{A}|=|\mathscr{A}|-|U|+|V|\geqslant|\mathscr{A}|$

而 $D(\mathscr{A})=D(\mathscr{A})-1$，将 $\mathscr{A}$ 转换成 $\mathscr{A}'$，其元素个数并未减少，但 $D(\mathscr{A})=p-q$ 减少了1. 经有限这种转换即知 $|\mathscr{A}|$ 的最大值必在 $p=q$ 时取得. 此时 $\mathscr{A}$ 中最多含有 $C_n^{[\frac{n}{2}]}$ 个元素.

题型扫描

【基础示例】

例1 (2006 湖北)

若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集为$(-1,2)$，则实数 a 等于(　　)

A. 8　　B. 2　　C. -4　　D. -8

参考答案:C

思路启迪:(方法一)

$\because |ax+2|<6$,

$\therefore -6<ax+2<6,\ -8<ax<4$

当 $a>0$ 时，有 $-\frac{8}{a}<x<\frac{4}{a}$，而已知原不等式的解集为$(-1,2)$，所以有:

$\begin{cases}\dfrac{4}{a}=2\\-\dfrac{8}{a}=-1\end{cases}$ 此方程无解(舍去).

当 $a<0$ 时,有 $-\dfrac{8}{a}>x>\dfrac{4}{a}$,所以有 $\begin{cases}-\dfrac{8}{a}=2\\\dfrac{4}{a}=-1\end{cases}$

解得 $a=-4$;

当 $a=0$ 时,原不等式的解集为 R,与题设不符(舍去),故 $a=-4$.

(方法二)

由题意,$|ax+2|=6$ 的两根分别是 -1 和 2,

则 $\begin{cases}|-a+2|=6\\|2a+2|=6\end{cases}$ 解得 $a=-4$.

例 2 (2007 福建)

已知集合 $A=\{x\mid x<a\}$,$B=\{x\mid 1<x<2\}$,且 $A\cup(\complement_{R}B)=R$,则实数 a 的取值范围是(　　)

A. $a\leqslant 1$　　　　B. $a<1$

C. $a\geqslant 2$　　　　D. $a>2$

参考答案:C

思路启迪: $\complement_{R}B=\{x\mid x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant 1\}$,观察数轴可知 $a\geqslant 2$.

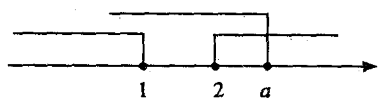


图 1-3

例 3 (2006 江苏)

满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是(　　)

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

参考答案:C

思路启迪:因为 $M\subseteq\{1,2,3\}$,因此,M 为 $\{1,2,3\}$ 的子集,且同时含元素 2,3

$\therefore M=\{2,3\}$ 或 $M=\{1,2,3\}$

例 4 (2006 陕西)

设集合 $M=\{x\mid x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},k\in Z\}$,$N=\{x\mid x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},k\in Z\}$,则(　　)

A. $M=N$　　　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　　　D. $M\cap N=\varnothing$

参考答案:B