

帮你学初中代数

中学生学习辅导丛书



《中学生学习报》编辑部

河南教育出版社

中学生学习辅导丛书

帮你学初中代数

《中学生学习报》编辑部

河南教育出版社

豫新登字03号

中学生学习辅导丛书

帮你学初中代数

《中学生学习报》编辑部 编

责任编辑 吴智仁

河南教育出版社出版

河南省新郑县印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 8.625印张 178千字

1992年5月第1版 1992年5月第1次印刷

印数1—16,455册

ISBN7-5347-1107-X/G·921

定价： 2.45元

前 言

《中学生学习报》是以中学生为主要读者对象的知识性报纸。多年来，本报开设了一批有特色的栏目，刊载了优秀教师、专家、学者撰写的许多好文章。在1987年本报创刊5周年时，我们曾根据读者要求，将本报刊登的文章加以精选，汇编成《中学生学习辅导丛书》11本，受到广大读者的欢迎。现在，我们又将近年来刊登的文章加以精选，续编《中学生学习辅导丛书》16本，在本报创刊10周年之际，奉献给读者。

这套续编的《中学生学习辅导丛书》中的6种理科用书，即：《帮你学初中代数》、《初中物理解题指导》、《初中化学解题思路和方法》、《高中数学疑难问题解答》、《高中物理解题指导》、《高中化学解题思路和方法》等，由河南教育出版社出版。

《帮你学初中代数》一书，汇集了本报近年来有关初中代数方面的优秀文章百余篇，解答了课本中的许多疑难问题，介绍了常用的一些解题方法和技巧，并对有关竞赛的内容作了通俗易懂的辅导。对学生学好课本知识、中招应试、参加竞赛都大有帮助，对初中数学教师也是一本很有实用价值的教学参考书。

在编辑这套丛书时，我们广泛征求了各方面的意见，对

文章做了进一步的修改和补充。尽管如此，缺点错误仍在所难免，欢迎广大读者给以批评指正。

《中学生学习报》编辑部

目 录

初 中 一 年 级

怎样认识负数	(1)
漫谈“绝对值”	(3)
有理数加减运算的技巧	(5)
运算法则与思想方法	(7)
关于“用字母表示数”的几个问题	(9)
如何列代数式	(11)
整式的加减	(13)
去括号的技巧	(16)
“恒等变形”与“同解变形”	(17)
有关方程“解”的问题	(19)
对方程的解的理解及其应用	(22)
解一元一次方程的技巧	(25)
一元一次方程的巧解	(27)
列方程解应用题(一)	(29)
列方程解应用题(二)	(32)
用整数的多项式表示法解題	(34)
数字问题的分析解法	(36)
多方思考效果好	(38)
浓度应用题的统一方程	(40)
不等式的一种解法	(42)

一元一次不等式的应用	(43)
一元一次不等式解集的检验	(45)
方程与元的关系	(47)
学会活用消元法	(49)
用设而不求的方法解应用题	(51)
使用乘法公式的技巧	(53)
乘法公式的应用	(55)
正确运用幂的运算法则	(57)
逆用幂的运算法则解题	(59)
用拆项法分解因式	(61)
分组分解法的思路	(63)
二次三项式因式分解又一法	(65)
一类特殊多项式的因式分解	(67)
要注意分式的分母不能为零	(69)
分式有意义和分式的值为零	(71)
分式变形巧求值	(74)
分式方程的特殊解法	(76)
分式问题中的整体观念	(78)
多项式除法运算的应用	(81)
巧用比例列方程解应用题	(84)
常值换元法解题举例	(86)
求代数式的值的几个技巧	(87)
怎样求条件比值	(90)

初 中 二 年 级

平方根与算术平方根	(93)
-----------------	--------

$(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的区别和联系	(95)
算术平方根的非负性	(96)
同类二次根式和最简二次根式	(98)
分母有理化的若干技巧	(100)
比较无理数大小的常用方法	(103)
无理数的整数部分与小数部分	(106)
注意根式变形中的隐含条件	(108)
根式计算的巧解	(110)
用间接法解一元二次方程	(113)
一元二次方程的公共根	(114)
用求根法巧解竞赛题	(116)
一道习题的推广及应用	(118)
方程 $ax^2 + b x + c = 0$ 的求解	(120)
一元二次方程各项系数和为零定理	(123)
用“解”的定义解题	(125)
慎用判别式	(127)
应用韦达定理的前提	(129)
慎解含字母系数的二次方程	(132)
不容忽视的几个问题	(134)
一元二次方程根的符号	(137)
用换元法讨论一元二次方程的实根分布问题	(140)
二次方程的整数解	(142)
设间接未知数解应用题	(145)
高次方程的换元解法	(147)
高次方程的几种特殊解法	(150)
解分式方程时去分母的技巧	(152)

正确认识和使用分式方程的增根	(155)
反面求解一例	(157)
用换元法解无理方程	(158)
无理方程的又一种换元解法	(160)
谈谈验根的技巧	(162)
含无理数的不定方程的一种解法	(165)
二元二次方程组的特殊解法	(167)
零指数与负整指数的运算	(170)
为什么规定分数指数幂的底数大于零	(172)
指数式的变换	(174)
司马光破缸救人的思考	(176)
曹冲称象的启示	(177)
“田忌赛马”中的数学方法	(180)

初中 三年 级

学习对数概念应注意的几个问题	(183)
为有源头活水来	(184)
常用对数的一个重要应用	(187)
对数运算小技	(189)
对数运算的顺序	(191)
数轴上任意两点间的距离	(193)
求自变量取值范围时的几点注意	(195)
正反比例函数和一次函数	(198)
图象选择题例说	(200)
二次函数解析式的确定	(203)
二次问题间的联系	(205)

$ x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{A}}{ a }$ 的应用	(207)
抛物线中三角形的面积	(209)
三角函数式的计算	(211)
求三角函数式的值的几种技巧	(214)
解直角三角形	(217)
要会灵活应用余弦定理	(219)
余弦定理的妙用	(222)
统一程序 避开讨论	(224)
比例性质与解三角形	(226)
一个求物体高度的公式	(228)
鲁班发明锯子与联想	(231)
《统计初步》中的几个概念	(233)
平均值换元法	(235)
判别式的应用	(237)
用“范围法”解“整数解”问题	(241)
注意巧解 不宜硬拼	(243)
注意零的特殊性	(245)
漫谈解题策略	(247)
怎样提高运算正确率	
——初中代数总复习漫谈(一)	(251)
“化归”与解方程	
——初中代数总复习漫谈(二)	(254)
知识的联系和概括	
——初中代数总复习漫谈(三)	(256)

分类法

——初中代数总复习漫谈（四）（258）

换元法在解方程中的应用

——初中代数总复习漫谈（五）（261）

初中一年级

怎样认识负数

杨裕前

正确地认识负数，对学好初中代数有着十分重要的作用，怎样才能正确认识负数呢？

首先，同学们不能以为一个数的前面带有负号，这个数就是负数。例如 -2 这个数前面再添一个负号，就得到 $-(-2) = +2$ ，是正数，所以，我们只能说：正数前面带有负号就成为负数。

其次，应借助“零”这个数认识负数，在小学数学里， 0 是最小的数，它可以看作计数的“起点”。有了负数以后， 0 这个数不再是“起点”，而是正数与负数的“分界点”，它把两种不同性质的数分隔开了。

第三，从数轴上看，小学数学里只用到原点右边的半条数轴。有了负数以后我们就要用到整条数轴，原点右边的点表示正数，左边的点表示负数。这样，我们可以利用数轴研究一些新问题。例如，如果数轴上原点两旁有两个点，且它们与原点的距离一样远，那么我们就把这两个点表示的两个数叫做互为相反数。其中“这两点与原点距离一样远”的特征，就是“这两个数的绝对值相等”。

第四，从数的分类看，小学里通常把数分为整数（正整

数、零)、分数(正分数)。学习了负数以后,当然仍可以把有理数分为整数(正整数、零、负整数)、分数(正分数、负分数)。另外,还可以把有理数分为正有理数、负有理数和零。这种分类的方法在以后的学习中会经常使用。

第五,有了负数以后,同学们原来熟悉的某些结论可能不再成立,因此认识上要相应地改变,不能停留在旧习惯的框框中。

比如,有了负数以后,2加上一个有理数所得的和不一定比2大,2减去一个有理数所得的差不一定比2小——这说明,“加”不再是“增加”、“减”也不再是“拿去”的意思,相反的,可能出现越加越小,越减越大的情况。

又如,有了负数以后,一个数的2倍不一定比这个数的3倍小,一个数的 $\frac{1}{2}$ 不一定比这个数的 $\frac{1}{3}$ 大等等。

这种变化都是由负数引起的,同学们常常一时无法适应,但又必须尽快适应。其实,大家在小学里已经有过类似的经验:刚开始学习除法,如 $40 \div 8 = 5$,是等分的意思,于是,慢慢形成一种观念——“除”就是“分”,越分越少,即商要比被除数小。但是,有了分数以后,情况就发生了变

化,如 $40 \div \frac{1}{2} = 80$,出现了商比被除数大的情况,这时,我

们就要改变认识,即“除”不再是“等分”的意思了。由此可见,数学中,随着一种新的数的出现,会引起一系列新的变化,只有尽快地改变原来的某些思考习惯,以适应新的情况,才能顺利地学好新的知识。

漫谈“绝对值”

杨裕前

绝对值，是初中代数中又一个十分重要的基础知识。理解并掌握绝对值的意义，应当搞清以下几个问题。

1. 为什么要学习“绝对值”

一个有理数（如 $+5$ ， -3 …等）有两个特征，一是它的符号——反映它是正数，还是负数的性质；二是除符号后的数值（如 5 ， 3 …等）——反映了在数轴上表示这个数的点与原点离得有多远。有理数的这第二个特征，不仅对研究有理数的有关问题，如大小比较、计算等有着重要的作用，而且在实践中也有比较广泛的应用。例如，乘车到某地去参观，我们只关心该地离出发点多远，不管该地在什么方向；又如，检验产品是否合格，只关心有关数据是否超过一定的范围，而不管这些数据比标准数据大还是小，这些所谓“相差多少”的问题都与绝对值有关。

2. 为什么绝对值的意义要分三种情况规定

要搞清这一点，必须借助数轴，从数轴上看，一个数的绝对值，就是数轴上表示这个数的点与原点的距离。因为数轴上的点与原点的位罝有三种关系，所以确定一个数的绝对值要分为三种不同的情形：

（1）若点在原点的右边，这时该点与原点的距离=该点表示的数。所以，正数的绝对值等于它本身；

（2）若点在原点的左边，这时该点与原点的距离=该点

表示的数的相反数，所以，负数的绝对值是它的相反数；

(3) 若点恰好在原点，这时该点与原点的距离为零。所以，零的绝对值是零。

3. 怎样正确地求一个数的绝对值

根据绝对值的意义，求一个数的绝对值，首先要判断这个数是正数？负数？零？其次，根据判定数的性质，选用相应的法则（如果无法判定数的性质，则要分别情况加以讨论）；最后才是根据选定的法则求出绝对值。

例如，求 $|-5|$ 的值时，应该有如下的思考过程：

$|-5|$ （绝对值符号里的数是负数）

$= -(-5)$ （负数的绝对值是它的相反数）

$= 5$ 。（根据符号法则，化简求值）

同学们千万不要以为：求一个数的绝对值，只要把这个数前面的符号去掉就可以了，这种想法是错误的，而且是十分有害的。如果有了这种想法，那么今后求 $|a|$ 的值时，就会出现 $|a| = a$ 的严重错误。只有在求绝对值时形成“判断——选择法则——求值”的思考习惯，才能较好地解决 $|a| = ?$ 的问题。

4. 要学会从正、逆两方面研究绝对值

我们看如下两个问题：

问题1. $+3$ 的绝对值等于几？即 $|+3| = ?$ ； -3 的绝对值等于几？即 $|-3| = ?$

问题2. 什么数的绝对值等于3？即 $|?| = 3$ 。

显然，问题1与问题2是互逆的问题。其中，问题1中两小题的答案都是3，问题2的答案有两个—— $+3$ 或 -3 。

在初中代数里，出现了一个问题的答案不是唯一确定的

情况，这与小学数学里解答问题时，答案通常是唯一确定的情况，有着本质的区别，这也是同学们往往不习惯的，也应当努力改变旧习惯，以适应新情况，即如果 $|x| = 3$ ，那么 $x = 3$ 或 $x = -3$ 。

有理数加减运算的技巧

陆志昌

对有理数的加减运算，课本中介绍了两种解题技巧：正数和负数分开计算，互为相反的数结合起来计算。本文再向同学们介绍几种技巧，供学习时参考。

一、把分母之间有倍数关系的分数结合起来计算

例 1 计算： $2\frac{3}{4} - (-\frac{1}{2}) + (-\frac{5}{6}) - (-\frac{3}{8}) - 4\frac{2}{3}$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= 2\frac{3}{4} + (+\frac{1}{2}) + (-\frac{5}{6}) + (+\frac{3}{8}) + (-4\frac{2}{3}) \\ &= [2\frac{3}{4} + (+\frac{1}{2}) + (+\frac{3}{8})] + [(-\frac{5}{6}) + (-4\frac{2}{3})] \\ &= 3\frac{5}{8} + (-5\frac{1}{2}) = -1\frac{7}{8}.\end{aligned}$$

二、互化后进行计算

如果算式里既有小数又有分数，要灵活考虑把小数化成

分数或把分数化成小数后再进行计算。

例 2 计算： $(-0.125) + (+3\frac{1}{4}) + (+2.75) + (-5\frac{7}{8})$ 。

解：原式 $= (-\frac{1}{8}) + (+3.25) + (+2.75) + (-5\frac{7}{8})$

$$= [(-\frac{1}{8}) + (-5\frac{7}{8})] + [(+3.25) + (+2.75)]$$
$$= -6 + 6 = 0.$$

三、去括号后再算

对于有括号的算式，通常是先算括号内，再去括号，但有时先去括号后再算会较为简捷。

例 3 计算： $(-\frac{12}{48} - \frac{31}{80}) + (\frac{7}{24} + \frac{9}{40})$ 。

解：原式 $= -\frac{12}{48} - \frac{31}{80} + \frac{7}{24} + \frac{9}{40}$

$$= (-\frac{12}{48} + \frac{7}{24}) + (\frac{9}{40} - \frac{31}{80})$$
$$= \frac{2}{48} - \frac{13}{80} = -\frac{29}{240}.$$

四、添括号后再算

例 4 计算： $1000 - 1 - 2 - 3 - \cdots - 98 - 99 - 100$ 。

解：原式 $= 1000 - (1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100)$

$$= 1000 - (101 \times 50)$$
$$= 1000 - 5050 = -4050.$$