



高等学校教材经典同步辅导丛书数学基础类(二)
配高教社《微积分》(第二版)下册 同济大学应用数学系 编

微积分

第二版 下册

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编 清华大学 何联毅
本书主编 清华大学 严奇荣

◆紧扣教材 ◆知识精讲 ◆习题全解
◆应试必备 ◆联系考研 ◆网络增值

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

微 积 分

(第二版) 下册

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编 清华大学 何联毅
本书主编 清华大学 严奇荣

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书是高等教育出版社出版,同济大学应用数学系编的《微积分》(第二版)教材的配套辅导书。全书由课程学习指南、学习导引、知识点归纳、典型例题与解题技巧、历年考研真题评析、课后习题全解及备忘录等部分组成,旨在帮助读者掌握知识要点,学会分析问题和解决问题的方法技巧,并且提高学习能力及应试能力。

本书可供高等院校微积分课程的同步辅导使用,也可作为研究生入学考试的复习资料,同时可供本专业教师及相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

微积分(下册)同步辅导及习题全解/严奇荣主编.

徐州:中国矿业大学出版社,2006.8

(高等学校教材经典同步辅导丛书)

ISBN 7 - 81107 - 396 - X

I. 微… II. 严… III. 微积分—高等学校—教学参考资料 IV. O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第086916号

- 书 名 微积分(下册)同步辅导及习题全解
主 编 严奇荣
责任编辑 罗 浩
选题策划 孙怀东
特约编辑 李南木
出版发行 中国矿业大学出版社
印 刷 北京市昌平百善印刷厂
经 销 新华书店
开 本 787×1092 1/16 本册印张 24.25 本册字数 652千字
印 次 2007年8月第1版第2次印刷
总 定 价 110.40元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

高等学校教材

经典同步辅导丛书编委会

主任：清华大学 王 飞
副主任：清华大学 夏应龙
清华大学 倪铭辰
中国矿业大学 李瑞华

编 委 (按姓氏笔画排序):

于志慧	王丽娜	王 焯	甘 露
师文玉	吕现杰	朱凤琴	刘胜志
刘淑红	孙怀东	严奇荣	杨 涛
李 丰	李凤军	李 冰	李 波
李南木	李炳颖	李 娜	李晓光
李晓炜	李 娟	李雅平	李燕平
时虎平	何联毅	邹绍荣	宋 波
张旭东	张守臣	张鹏林	张 慧
陈晓东	范亮宇	孟庆芬	涂兰敬

前 言

《微积分》是高等院校理工科专业的一门重要的基础课程,也是全国硕士研究生理工专业入学考试的统考课。

同济大学数学系编的《微积分》(第二版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出出的特点成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。

为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《微积分同步辅导及习题全解》(第二版)。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性,启发性,指导性和补充性的特点。考虑到《微积分》这门课程的特点,我们在内容上作了以下安排:

1. 课程学习指南 从该课程的知识体系出发,对各个章节在全书中的位置,以及与其他章节的联系作了简明扼要的阐述,使学习更有重点。
2. 学习导引 说明该章包括的主要内容,学习的侧重点,以及要掌握的知识点。
3. 知识点归纳 串讲概念,总结性质和定理,使知识全面系统,便于掌握。
4. 典型例题与解题技巧 对本章所涉及的知识点进行分类,给出典型例题,并进行深入、详细地讨论和分析,引导学生思考问题,拓展思路。
5. 历年考研真题评析 精选近年名校考研真题并进行深入地讲解。
6. 课后习题全解 给出了同济大学数学系编的《微积分》(第二版)各章习题的答案。我们给出了详细的解题过程,而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结,从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。
7. 备忘录 给出本章考点和易错点,便于复习和深入学习。
8. 2007年考研真题 本书在最后附有2007年研究生统考数学试题,并给出了相应的答案,便于学生对自己的学习效果进行最后的考核。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此,谨向有关作者和所选考试、考研试题的命题人以及对本书的出版给予帮助和指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,本书难免出现不妥之处,恳请广大读者批评指正。

联系我们

华腾教育网:

<http://www.huatengedu.com.cn>

电子邮件:

huateng@huatengedu.com

主编 王明全 副主编 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全

副主编 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全 王明全

! 编辑部

读者反馈表

尊敬的读者：

感谢您对华腾教育高等学校教材经典同步辅导丛书的支持。本丛书自出版以来,以其编写实用、质量优异得到了广大读者的一致好评。为了能在今后提供更加优秀的图书,我们希望通过此表能得到您宝贵的意见和建议。请您认真填写此表并寄回,您的36元学习卡将增值至68元,使您能够获得更多的学习资料和信息。

书名：微积分同步辅导及习题全解(下册) 购买日期：

姓名： 年龄： 年级：

学校： 专业：

通讯地址：

邮编： E-mail： 联系电话：

注册会员名： 充值卡号： 充值密码：

赠书活动中您希望获赠的图书书名：

1. 您是如何得知本书的？

书店 华腾教育网站 网页搜索 同学推荐 其他：

2. 您购买过几本华腾教育理工科辅导书？

一本 二本 三本 三本以上

3. 您身边会购买辅导书的同学的比例大约为：

10%以下 10%至20% 20%至40% 40%以上

4. 您购买此书的目的是：

辅导大学课程学习 应付作业及考试 考研 其他：

5. 本书最令您满意的是：

封面设计 很好 较好 一般 差 很差

印刷装订 很好 较好 一般 差 很差

版式设计 很好 较好 一般 差 很差

模块设置 很好 较好 一般 差 很差

内文质量 很好 较好 一般 差 很差

价格 很好 较好 一般 差 很差

整体 很好 较好 一般 差 很差

6. 本书吸引您的因素是(可多选)：

封面设计 版式设计 内容介绍 内容结构 印刷质量

目录 印刷 良好口碑 价格 其他：

7. 本书有无错误或不足？如有，请指正：

.....

.....

8. 您还有哪些课程在市场上买不到相关辅导书，或者市面上现有的辅导书不能满足您的要求？您希望其辅导书包括哪些重点内容？

.....

.....

9. 您对我们现在的网站有何改进意见？希望它还能具有或者觉得它应该强化哪些功能？

.....

注：若此表不够，请另附纸张。



回 馈 学 子 赠 书 活 动

华腾教育高等学校教材经典同步辅导丛书全新改版了！本丛书自推出以来，得到了各大院校和广大读者的关注与支持，读者的宝贵意见和建议使我们得到了不断的完善和进步。我们希望丛书的每一次改版都能更好地、最大限度地帮助读者取得进步。又值一个收获的季节，为了“答谢读者，回馈学子”，我中心特举办大型赠书活动，希望通过此次活动能够更加紧密地联系你我，加强与您的直接沟通。

从现在开始至2007年10月22日，您只需累计购买一定量的华腾教育辅导书，并将相应图书的读者反馈表认真填写后连同学习卡回寄给我们，即可获赠您需要的华腾教育辅导书一本。请在“高等学校教材经典同步辅导丛书”中选取一本您需要的、符合赠书条件的图书，我们将把赠送的图书免费邮寄给您。赠送条件如下：

所购图书累计定价	赠送图书的定价
50元以上(含50元)	18元以内(含18元)
60元以上(含60元)	23元以内(含23元)
70元以上(含70元)	任选一本

活动截止日期：2007年10月22日(以邮戳时间为准)。

更多详情请登陆：www.huatengedu.com.cn

华腾教育教学与研究中心

通信地址：北京100080-067

华腾教育教学与研究中心经典同步辅导丛书编写组(收)

邮编：100080 电话：010-62571288

高等学校教材经典同步辅导丛书

数学基础类(一)

序号	书名	定价	配套教材
1	高等数学同步辅导及习题全解(上)(第六版)	14.80	同济大学应用数学系 编 第六版
2	高等数学同步辅导及习题全解(下)(第六版)	14.80	同济大学应用数学系 编 第六版
3	高等数学同步辅导(上)(第六版)	9.80	同济大学应用数学系 编 第六版
4	高等数学同步辅导(下)(第六版)	9.80	同济大学应用数学系 编 第六版
5	高等数学(上、下册合订本)同步辅导及习题全解(第六版)	26.80	同济大学应用数学系 编 第六版
6	高等数学(上、下册合订本)习题全解(第六版)	22.00	同济大学应用数学系 编 第六版
7	线性代数同步辅导及习题全解(第五版)	16.00	高教社《线性代数》(工程数学)(第五版) 同济大学应用数学系 编

数学基础类(二)

8	概率论与数理统计同步辅导(第三版)	17.00	浙大第三版 谢式千等 编写
9	概率论与数理统计同步辅导及习题全解(第三版)	7.00	浙大第三版 谢式千等 编写
10	微积分同步辅导及习题全解(上册)(第二版)	23.00	高教社《微积分》(第二版)上册 同济大学应用数学系 编
11	微积分同步辅导及习题全解(下册)(第二版)	23.00	高教社《微积分》(第二版)上册 同济大学应用数学系 编
12	微积分同步辅导及习题全解(修订本)	12.80	人大版《微积分》(修订本) 赵树嫄 主编
13	线性代数同步辅导及习题全解(第三版)	14.80	人大版《线性代数》(第三版) 赵树嫄 主编
14	概率论与数理统计同步辅导及习题全解(修订本)	12.80	人大版《概率论与数理统计》(修订本) 袁荫棠 编

数学专业类

15	数学分析同步辅导及习题全解(上册)(第三版)	17.50	高教社《数学分析》上册(第三版) 华东师范大学数学系 编
16	数学分析同步辅导及习题全解(下册)(第三版)	17.50	高教社《数学分析》下册(第三版) 华东师范大学数学系 编
17	高等代数同步辅导及习题全解(第三版)	13.80	《高等代数》(第三版) 北京大学数学系几何与代数教研室前代数小组 编
18	离散数学同步辅导及习题全解	16.00	上海科技文献版 左孝凌等 编
19	数值分析同步辅导及习题全解(第四版)	9.00	清华版 施普林格版《数值分析》(第四版) 李庆扬等 编
20	复变函数同步辅导及习题全解(第四版)	9.80	高教社《工程数学(复变函数)》(第四版) 西安交大高等数学教研室 编

物理类

21	普通物理学同步辅导及习题全解(第六版)	16.50	高教社《普通物理学》(第六版) 程守洙等 编写
22	大学物理学同步辅导及习题全解	25.00	高教社《大学物理学》 吴百诗 罗春荣等 编
23	物理学同步辅导及习题全解(第五版)	20.00	高教社《物理学》(第五版) 东南大学等七所工科院校编 马文蔚等 改编
24	大学基础物理学同步辅导及习题全解(第二版上下册)	19.80	清华社《大学基础物理学》(第二版上下册) 张三慧 编著

力学机械类

序号	书名	定价	配套教材
25	机械原理同步辅导及习题全解(第七版)	19.80	高教社《机械原理》(第七版) 西北工大机械原理及机械零件教研室 编
26	机械设计同步辅导及习题全解(第八版)	19.80	高教社《机械设计》(第八版) 西北工大机械原理及机械零件教研室 编
27	理论力学(I)同步辅导及习题全解(第六版)	22.50	哈尔滨工业大学理论力学教研室编 第六版
28	理论力学(II)同步辅导及习题全解(第六版)	6.50	哈尔滨工业大学理论力学教研室编 第六版
29	材料力学(I)同步辅导及习题全解(第四版)	20.50	刘鸿文 主编 浙大第四版
30	材料力学(II)同步辅导及习题全解(第四版)	9.50	刘鸿文 主编 浙大第四版
31	结构力学(I)同步辅导及习题全解(第二版)	23.80	高教社《结构力学I——基础教程》(第二版) 龙驭球等 编
32	结构力学(II)同步辅导及习题全解(第二版)	10.80	高教社《结构力学II——专题教程》(第二版) 龙驭球等 编
33	流体力学同步辅导及习题全解(第二版)	9.80	高教社《流体力学》(第二版) 张也影 编著

化学类

34	无机化学同步辅导及习题全解(第五版)	20.00	高教社《无机化学》(第五版) 大连理工大学无机化学教研室 编
35	分析化学同步辅导及习题全解(第五版)	14.80	高教社《分析化学》(第五版) 华东理工 四川大学 编
36	物理化学同步辅导及习题全解(第四版)	20.00	高教社《物理化学》(第四版) 天津大学物理化学教研室 编
37	物理化学同步辅导及习题全解(第五版)	22.80	高教社《物理化学》(第五版) 南京大学化学化工学院 傅献彩等 编
38	有机化学同步辅导及习题全解(第四版)	22.00	高教社《无机化学》(第四版) 高鸿宾 主编
39	生物化学同步辅导及习题全解(第三版)	19.80	高教社《生物化学》(第三版) 王镜言 主编

电子类

40	电路同步辅导及习题全解(第五版)	20.00	电路(第五版) 邱关源 主编 罗先觉 修订
41	模拟电子技术基础同步辅导及习题全解(第四版)	23.00	清华第四版 华成英 童诗白 主编
42	数字电子技术基础同步辅导及习题全解(第五版)	22.00	清华第五版 阎石 主编
43	电子技术基础(模拟部分)同步辅导及习题全解(第五版)	20.00	华中科技第五版 康华光 主编
44	电子技术基础(数字部分)同步辅导及习题全解(第五版)	20.00	华中科技第五版 康华光 主编
45	信号与系统同步辅导及习题全解(上)(第二版)	18.00	高教社《信号与系统》(第二版)上册 郑君里等 编
46	信号与系统同步辅导及习题全解(下)(第二版)	18.00	高教社《信号与系统》(第二版)下册 郑君里等 编
47	信号与线性系统分析同步辅导及习题全解(第四版)	27.00	高教社《信号与线性系统分析》(第四版) 吴大正等 编
48	通信原理同步辅导及习题全解(第六版)	17.80	国防工业出版社《通信原理》(第六版) 樊昌信等 编
49	自动控制原理同步辅导及习题全解(第四版)	25.80	科学出版社《自动控制原理》(第四版) 胡寿松 主编
50	电工学(上)电工技术同步辅导及习题全解(第六版)	20.00	电工学(上)电工技术第六版 秦曾煌 主编
51	电工学(下)电子技术同步辅导及习题全解(第六版)	20.00	电工学(下)电子技术第六版 秦曾煌 主编

经管类

序号	书名	定价	配套教材
52	西方经济学同步辅导及习题全解(微观部分)(第四版)	15.00	人大版《西方经济学》(微观部分)(第四版) 高鸿业 主编
53	西方经济学同步辅导及习题全解(宏观部分)(第四版)	13.00	人大版《西方经济学》(宏观部分)(第四版) 高鸿业 主编
54	管理学同步辅导及习题全解(第二版)	20.00	高教社《管理学》(第二版) 周三多 主编
55	运筹学同步辅导及习题全解(第三版)	22.80	清华版《运筹学》(第三版) 《运筹学》教材编写组 编
56	现代西方经济学辅导及习题集(第三版)微观经济学	20.00	复旦大学出版社 宋承先 许强 著(第三版)微观经济学
57	现代西方经济学辅导及习题集(第三版)宏观经济学	20.00	复旦大学出版社 宋承先 许强 著(第三版)宏观经济学

文科类

58	古代汉语学习及考研辅导(第一册)	15.00	中华书局 《古代汉语》(校订重排本) 王力 主编
59	古代汉语学习及考研辅导(第二册)	12.00	中华书局 《古代汉语》(校订重排本) 王力 主编
60	古代汉语学习及考研辅导(第三册)	12.00	中华书局 《古代汉语》(校订重排本) 王力 主编
61	古代汉语学习及考研辅导(第四册)	10.00	中华书局 《古代汉语》(校订重排本) 王力 主编
62	文学理论学习及考研辅导	27.00	高教社 《文学理论教程》(修订二版) 童庆炳 主编
63	普通心理学学习及考研辅导	28.00	北京师范大学出版社 《普通心理学》(修订版) 彭聃龄 主编
64	教育学学习及考研辅导	18.00	人民教育出版社 《教育学》(新编本) 王道俊 王汉澜 主编

上述图书邮购、团购支持电话:010-62574988

类千串

00.08	《第五卷》精编版区及学解史同学学学学学	04
00.63	《第四卷》精编版区及学解史同学学学学学学学	11
00.52	《第五卷》精编版区及学解史同学学学学学学学	22
00.02	《第五卷》精编版区及学解史同(公编建期)学学学学学学	23
00.31	《第二卷》(下)精编版区及学解史同学学学学学学	24
00.31	《第二卷》(下)精编版区及学解史同学学学学学学	25
00.75	《第四卷》精编版区及学解史同学学学学学学学	74
00.31	《第六卷》精编版区及学解史同学学学学学学学	84
00.25	《第四卷》精编版区及学解史同学学学学学学学	24
00.05	《第六卷》精编版区及学解史同学学学学学学学(下)学学学	02
00.02	《第六卷》精编版区及学解史同学学学学学学学(下)学学学	12

121	第一章	1
131	第二章	3
131	第三章	10
171	第四章	15
181	第五章	20
181	第六章	29
181	第七章	38
181	第八章	48
181	第九章	49
181	第十章	55
181	第十一章	61
181	第十二章	68
181	第十三章	73
181	第十四章	82
181	第十五章	89
181	第十六章	99
181	第十七章	110
181	第十八章	122
181	第十九章	125
181	第二十章	126
181	第二十一章	126
181	第二十二章	126
181	第二十三章	126
181	第二十四章	126
181	第二十五章	126
181	第二十六章	126
181	第二十七章	126
181	第二十八章	126
181	第二十九章	126
181	第三十章	126
181	第三十一章	126
181	第三十二章	126
181	第三十三章	126
181	第三十四章	126
181	第三十五章	126
181	第三十六章	126
181	第三十七章	126
181	第三十八章	126
181	第三十九章	126
181	第四十章	126
181	第四十一章	126
181	第四十二章	126
181	第四十三章	126
181	第四十四章	126
181	第四十五章	126
181	第四十六章	126
181	第四十七章	126
181	第四十八章	126
181	第四十九章	126
181	第五十章	126
181	第五十一章	126
181	第五十二章	126
181	第五十三章	126
181	第五十四章	126
181	第五十五章	126
181	第五十六章	126
181	第五十七章	126
181	第五十八章	126
181	第五十九章	126
181	第六十章	126
181	第六十一章	126
181	第六十二章	126
181	第六十三章	126
181	第六十四章	126
181	第六十五章	126
181	第六十六章	126
181	第六十七章	126
181	第六十八章	126
181	第六十九章	126
181	第七十章	126
181	第七十一章	126
181	第七十二章	126
181	第七十三章	126
181	第七十四章	126
181	第七十五章	126
181	第七十六章	126
181	第七十七章	126
181	第七十八章	126
181	第七十九章	126
181	第八十章	126
181	第八十一章	126
181	第八十二章	126
181	第八十三章	126
181	第八十四章	126
181	第八十五章	126
181	第八十六章	126
181	第八十七章	126
181	第八十八章	126
181	第八十九章	126
181	第九十章	126
181	第九十一章	126
181	第九十二章	126
181	第九十三章	126
181	第九十四章	126
181	第九十五章	126
181	第九十六章	126
181	第九十七章	126
181	第九十八章	126
181	第九十九章	126
181	第一百章	126

第一节	重积分的概念与性质	126
第二节	二重积分的计算	133
第三节	三重积分的计算	153
第四节	重积分的应用举例	162
	课后习题全解	177
	历年考研真题评析	185
	备忘录	188
第八章	曲线积分与曲面积分	189
	学习导引	189
第一节	数量值函数的曲线积分(第一类曲线积分)	189
第二节	数量值函数的曲面积分(第一类曲面积分)	199
第三节	向量值函数在定向曲线上的积分(第二类曲线积分)	211
第四节	格林公式	223
第五节	向量值函数在定向曲面上的积分(第二类曲面积分)	235
第六节、第七节	斯托克斯公式与旋度	252
	课后习题全解	276
	历年考研真题评析	287
	备忘录	290
第九章	无穷级数	291
	学习导引	291
	第一节、第二节、第三节	291
	第四节 幂级数	309
	第五节、第六节、第七节	317
	第八节 一般周期函数的傅里叶级数	339
	课后习题全解	350
	历年考研真题评析	360
	备忘录	363
	2007 考研数学一试题	364

课程学习指南

微积分是理工类、经济管理类等各专业必修的一门重要的理论基础课,又是学习后续技术基础课程和专业课程的重要基础,也是有关各专业研究生入学考试的必考科目。

学习微积分的目的是要掌握微积分的基本概念、基本定理以及重要公式,进而提高分析问题与解决问题的能力,同时也为后续各专业课的学习打下基础。

微积分具有很强的理论性和逻辑性,需要一定的初等数学基础。同时,微积分具有很广泛的基础性和适用性,是电学、力学、化学、经济管理类等许多专业最重要的先修课程。电学中电路理论、数字信号处理等课程中都广泛运用了微积分、傅里叶级数等相关知识。化学中物理化学、分析化学等课程都用到了微积分中的微积分、导数等相关知识。力学中理论力学、材料力学等课程都用到了微积分、无穷级数等相关知识。同样在经济管理类学科中,微积分也得到了广泛运用。

微积分共分为五个部分。第一部分函数与极限,主要讲述了函数与极限的基本概念、性质及定理;第二部分为一元微积分,主要讲述了导数与微分、微分中值定理、不定积分、定积分、微分方程及其应用;第三部分为空间解析几何与向量代数,主要讲述了向量的运算及曲线曲面方程;第四部分为多元微积分,主要讲述了多元函数微分法、重积分、曲线曲面积分;第五部分为无穷级数,主要讲述了常用级数的概念、性质以及判定方法。

为了加强读者对微积分相关知识的掌握,进而帮助读者学好这门基础课程,建议在学习过程中按以下方法学习:

1. 掌握基本概念、理解基本定理、熟记重要公式。
2. 要注意前后联系,融会贯通,保持知识的连贯性。
3. 培养自己分析和解决问题的能力。
4. 培养自己抽象思考和逻辑推理的能力。
5. 要养成认真思考、细心推导的良好学习习惯。

此外,为了帮助学生在期末、考研等考试中取得好成绩,我们提出以下建议:

1. 爱思考、勤分析。准确判断问题所蕴含的数学知识,并能够建立对应的模型,想出解决方法。

2. 能抽象、会推导。把具体的、复杂的问题化为抽象的、简单的数学问题,并能合理运用相关公式进行推理、演绎。

3. 多做题、善归纳。要解答大量的相关题目,并归纳总结解题思路及技巧,做到举一反三。

... 课程学习目标... 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...

... 课程学习目标... 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...

... 课程学习目标... 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...

1. 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...
2. 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...
3. 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...
4. 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...
5. 能够理解... 能够应用... 能够解决... 能够证明...

在平面直角坐标系中，点 $P(x, y, z)$ 的坐标表示为 (x, y, z) ，其中 x, y, z 分别表示点 P 到三个坐标轴的距离。

向量的模 $|\mathbf{a}|$ 表示向量的大小，记作 $|\mathbf{a}|$ 。

向量的坐标表示：若向量 \mathbf{a} 的坐标表示为 $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ，则 $|\mathbf{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

向量的点积 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta$ ，其中 θ 为两向量的夹角。

向量的叉积 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 表示两向量的外积，其方向垂直于两向量所在的平面。



第五章

向量代数与空间解析几何

（向量的点积 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta$ ）

$$1 = \cos^2\gamma + \cos^2\beta + \cos^2\alpha$$

学习导引

在向量代数部分学习向量的概念、向量之间的各种运算及其应用，对于每一个有关向量的结论，都有等价的几何表示形式和坐标表示形式，要学会从问题的几何意义、几何关系入手分析问题，在空间解析几何部分学习空间的平面和直线方程、平面与直线的关系以及空间曲面、曲线方程，学会从向量的角度去理解平面和直线，掌握平面的法向量和直线的方向向量。

第一节、第二节 向量及其运算

知识点归纳

1. 向量的基本概念

(1) 向量：既有大小又有方向的量，又称矢量。

(2) 向量的模：向量 \mathbf{a} 的大小，记作 $|\mathbf{a}|$ 。

(3) 向量的坐标表示：若向量用坐标表示 $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = \{x, y, z\}$ ，则 $|\mathbf{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。以 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 为起点， $M(x, y, z)$ 为终点的向量 $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$ 。

2. 向量的运算

(1) 向量的加法

① 交换律： $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$ ；

② 结合律： $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$ ；

(2) 向量的数乘运算

① 结合律： $\lambda(\mu\mathbf{a}) = \mu(\lambda\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a}$

② 分配律： $(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}$ ； $\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$ 。

定理 设向量 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$ ，则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R}$ ，使得 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$ ；

或 设 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z) \neq \mathbf{0}$ ， $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$ ，则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \Leftrightarrow \frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$ 。