

电路分析基础

DianLuFenXiJiChu

赵鹤鸣 周旭东 金延庆 编

苏州大学出版社

电路分析基础

赵鹤鸣 周旭东 金延庆 编

苏州大学出版社

电路分析基础

赵鹤鸣 周旭东 金延庆 编

责任编辑 陈兴昌

苏州大学出版社出版发行

(地址: 苏州市十梓街1号 邮编: 215006)

丹阳市兴华印刷厂印装

(地址: 丹阳胡桥镇 邮编: 212313)

开本 787×1092 1/16 印张 13.75 字数 340 千

1998 年 12 月第 1 版 1998 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—2500 册

ISBN 7-81037-502-4/TN·1(课) 定价: 18.00 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换

前 言

本书是根据高等学校课程指导委员会制定的《电路分析课程基本要求》编写的.在选材上注重加强基础、突出重点、精选内容、自成体系的原则,注意了与后续课程,特别是《信号与线性系统》课程的分工与衔接.在内容安排与文字叙述方面,既保持理论的严密性和完整性,又尽量避免冗长的数学推导,力求深入浅出、循序渐进地阐明本课程的基本概念和基本分析方法.

全书共分6章,内容包括电路的基本概念和基本定律、网络分析方法和网络定理、正弦稳态电路分析、电路的频率特性和谐振现象、动态电路的时域分析以及双口网络.每章均配有相应的例题和习题,书末附有部分习题参考答案.根据本课程与后续课程的分工,本书仅对恒定信号源激励下的动态电路时域分析进行了详细讨论,而将电路在任意信号源激励下的分析、时域中的卷积积分、傅里叶变换以及拉普拉斯变换等内容都留给后续课程讲授.这样既保持了本课程内容的完整性和系统性,又可避免后续课程教学上的重复,便于教师教学和学生学习.

本书可作为高等院校电类、计算机类专业本专科生教材,也可供有关科技人员参考.

本教材由赵鹤鸣、周旭东、金延庆合作编写.其中第1章至第3章由周旭东编写,第4章由金延庆编写,第5章和第6章由赵鹤鸣编写.全书由赵鹤鸣统稿.

在本教材编写过程中,清华大学电子工程系教授、全国高等学校电路和信号系统教学与教材研究会负责人郑君里先生给予了热情的指导和帮助;黄贤武教授始终关心着本教材的编写,并提出了许多宝贵的意见;苏州大学冯子裘教授审阅了本书;陈雪勤、顾晓东、朱美虹等同志为本书绘制了插图;在本书的编写出版过程中也得到了苏州大学出版社领导的关心和支持,编者在此一并表示衷心感谢.

由于编者水平有限,书中难免存在欠妥之处,敬请读者批评指正.

编者

1998年7月

目 录

第 1 章 电路的基本概念和基本定律

1.1 电路和电路模型	(1)
1.2 电路的基本参数	(2)
1.3 基尔霍夫定律	(5)
1.4 电路元件	(7)
1.5 电源	(15)
1.6 受控源	(18)
1.7 一些简单的电路等效	(20)
习题一	(27)

第 2 章 网络分析方法和网络定理

2.1 电路的线图和独立的基尔霍夫定律方程	(32)
2.2 支路分析法	(35)
2.3 回路电流分析法	(37)
2.4 节点电压分析法	(41)
2.5 叠加定理	(44)
2.6 置换定理	(47)
2.7 等效电源定理	(49)
2.8 互易定理	(53)
2.9 最大功率传输定理	(56)
2.10 电路的对偶性	(58)
习题二	(58)

第 3 章 正弦稳态电路分析

3.1 正弦信号	(64)
3.2 正弦信号的相量表示法	(67)
3.3 基尔霍夫定律和电路元件伏安关系的相量形式	(70)
3.4 阻抗与导纳	(75)
3.5 正弦稳态电路的相量分析法	(81)
3.6 正弦稳态电路中的功率	(84)
3.7 含耦合电感电路的分析	(90)
3.8 理想变压器及阻抗变换特性	(95)
3.9 实际变压器的模型	(99)
3.10 三相电路	(102)
习题三	(107)

第4章 电路的频率特性和谐振现象

4.1 网络函数和频率响应	(113)
4.2 RC 电路的频率特性	(115)
4.3 LC 电路的频率特性	(117)
4.4 串联谐振回路	(121)
4.5 并联谐振回路	(129)
4.6 耦合谐振回路	(132)
习题四	(138)

第5章 动态电路的时域分析

5.1 动态过程及其初始值	(141)
5.2 一阶电路的零输入响应	(144)
5.3 一阶电路的零状态响应	(148)
5.4 一阶电路的全响应	(152)
5.5 一阶电路的三要素分析法	(154)
5.6 阶跃信号与阶跃响应	(160)
5.7 冲激信号与冲激响应	(164)
5.8 微分电路与积分电路	(168)
5.9 二阶电路的零输入响应	(172)
5.10 二阶电路在直流激励下的零状态响应与全响应	(178)
习题五	(184)

第6章 双口网络

6.1 双口网络的基本参数	(189)
6.2 双口网络的等效电路	(197)
6.3 双口网络的联接	(200)
习题六	(207)

部分习题参考答案	(210)
----------------	-------

参考文献	(214)
------------	-------

第1章 电路的基本概念和基本定律

学习电路分析课程主要是掌握电路的基本规律和分析计算方法.本章从建立电路模型的概念、认识电路变量等最基本问题出发,重点讨论基尔霍夫定律、元件的伏安特性、理想电源和受控源的模型以及电路等效等概念.本章是后续各章学习的基础.

1.1 电路和电路模型

电路是由各种电器按一定方式联接而构成的电流通道,用以实现电能或电信号的产生、传输、转换和处理.实际的电路种类繁多,在无线电技术、自动控制、电子计算机等众多技术领域,人们根据不同的需要,用不同的电路实现各自的任务.电路从功能来说,可以概括为两个方面.其一是能量的传输、分配和转换.典型的例子是电力系统中的输电电路.发电厂的发电机组将其他形式的能量(如热能、水的势能、核能等)转化为电能,通过变压器、输电线等将电能输送给用户的负载,并可在那里将电能转化为机械能(如负载是电动机)、光能(如负载是灯泡)和热能(如负载是电炉)等.其二是实现信息的传递与处理.典型的例子如收音机和电视机电路.天线接收携带声音、图像等信息的电磁波,在电路中将输入的信号转化或处理为所需要的信号,送到扬声器或显像管,还原成声音或图像.

实际应用中,电路的各部分及其周围空间伴随着各种电磁现象和能量交换,形成一个复杂的物理系统.电路理论不具体分析各种实际电路,而是系统地探讨电路中所发生的电磁现象,寻求其普遍和基本的规律.从电的观点来看,可把电器件的特性归结为电流和电压的关系,有时还要用到磁链和电荷的概念.就是说电器件的特性用其外部的电流和电压的关系来表征.实际使用的电器件种类繁多,功能各异,但从基本功能出发,把能够输出电能或电信号的器件,如电池、发电机和各种信号源等统称为电源;而把要求输入电能或电信号的器件,如电灯、发动机和各种收讯设备等统称为负载.此外,还有用来传输、变换、控制和测量电能与电信号的器件,分别如电线、变压器、开关和电表等.

电路理论是研究电路普遍规律的一门学科,包括电路分析和电路综合两方面的内容.电路分析的主要内容是在指定电路结构、元件参数的条件下,求由输入(激励)所产生的输出(响应);电路综合则是在给定输入(激励)和输出(响应)的条件下,寻求可实现的电路结构和元件参数.电路理论是建立在电路模型的基础上的,电路模型不是实际电路,而是把实际电路的本质特征抽象出来形成的理想化了的电路.电路模型中的元件也不是实际电器件,而是理想化的元件,反映实际电器件所具有的主要电磁性能.实际电路中使用的电器件虽然种类繁多,但在电磁现象方面却有许多共同的地方.譬如,电阻器、电灯、电炉等,它们主要是消耗电能,可以用一个具有两个端口的理想电阻来反映其消耗电能的特征,当电流通过时,在其内部把电能转化为其他形式的能量.理想电阻的模型符号如图 1-1(a)所示.同样,各种实际的电容器主要是储存电能的,可以用一个理想的两端电容来反映电容器储存电能的特征.理想电容的模型符号如图 1-1(b)所示.用一个理想的两端电感来反映电感器储存磁能的特征,

理想电感的模型符号如图 1-1(c)所示.这样,理想电阻、理想电容、理想电感分别是实际电路中的电阻器(或灯泡、电炉等)、电容器、电感器在一定条件下的近似化、理想化.

在使用电路模型来表示实际电器件时必须注意,任何模型只是在一定条件和一定程度上反映电路的实际性状,条件发生变化,原来的电路模型就不一定适用了,往往需要建立新的模型.举个例子来说,我们从电池、发电机和各种信号源等电器件中抽象出其输出电能或电信号的共性,建立理想电源的模型.

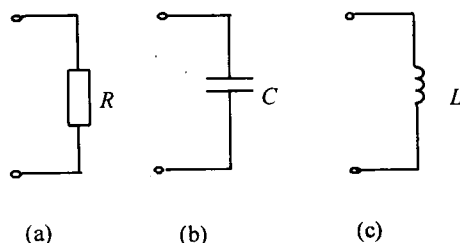


图 1-1

理想电源的输出电压或电流是恒定的,如一

节 1.5V 的电池,最简单的模型是把它看成是输出电压是 1.5V 的理想电压源,这在负载很轻、电流很小时是可以的,但电流稍大时,端电压的下降就不可忽略,这时就要用电压源串联电阻作为它的模型,它的端口电压是 $U = 1.5 - R_0 I$,式中 R_0 是电池的内阻,端口的电压随着电流 I 的增加而下降.但是这一模型也不是永远适用的,因为上述公式反映的端口电压是一下降的直线,而事实上电池端口的电压特性并不是一条直线,只是在一定的电流范围内才近似为直线,超过这一范围,便不反映真实情况了.又如实际使用的电阻器,在大部分场合都

可以用一个理想电阻表示.但电阻器中流过电流,周围就会产生磁场,就要形成磁链,因此不可避免地带有微小电感的作用;电阻器中有电压,就有微量的电荷积储,不可避免地带有微小电容的作用.这样,一个实际的电阻器模型就可用图 1-2 来表示.其中 C_p 和 L_p

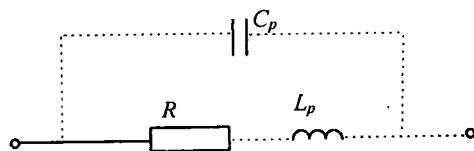


图 1-2

是寄生参数,在低频时电阻器储存的磁能和电能与其消耗的电能相比往往可以忽略不计,但在较高频率场合, C_p 和 L_p 的作用就不能不加以考虑,甚至会成为主导因素.

还应指出,实际电器件的运用都和电能的消耗现象和电磁能的存储现象有关,一般这些现象同时存在并交织发生在整个电器件中.在理想的情况下,假定这些现象可以分别研究,这些电磁过程都分别集中在各个元件中,这种元件称为集总参数元件.由集总参数元件构成的电路称作集总参数电路.用集总参数电路来近似描述实际电路是有条件的,它要求电路元件及其联接成的电路的尺寸远小于电路工作频率对应的波长,如不满足这个条件,集总参数电路模型就会失效,而要用分布参数电路模型来模拟实际电路.

本书仅限于学习电路分析方面的内容,重点讨论线性非时变电路的基本理论和分析方法.本书只讨论集总参数电路,因为工程中用到的大量的电路,都可以用集总参数电路来处理,分布参数电路的理论是建立在集总参数电路理论的基础上的.

1.2 电路的基本参数

在电路分析中,电流、电压和功率是表示电路工作的三个基本的物理量.电路分析的任务,就是要了解电路的基本参数及其随时间变化的情况.

1.2.1 电流

电流是描述电荷有序流动的物理量.电子和质子都是带电的粒子,电子带负电荷,质子带正电荷.所带电荷的多少叫做电荷量.在国际单位制中,电荷量的单位是库仑,简称库,符号是 C. 6.24×10^{18} 个电子所带的电荷量等于 1C. 电荷量用符号 q 或 Q 表示. 电荷的有序流动便形成了电流.

导线中的电流强度定义为单位时间内通过导线横截面的电荷量,用以衡量电流的大小. 电流强度常常简称为电流,用符号 i 表示,即

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

在国际单位制中,电流的单位是安培,简称安,符号是 A. 电荷量有正负,电流有流向. 习惯上把正电荷流动的方向规定为电流方向.

如果电流是恒定的,其大小和方向不随时间变化,称为直流(简写为 dc 或 DC),一般用大写字母 I 表示. 如果电流的大小和方向都随时间变化,称为交变电流,简称交流(简写为 ac 或 AC),交流应描述为时间的函数形式 $i(t)$,但往往略去函数形式,直接表示为 i .

1.2.2 电压

电荷是电能的携带者,电荷在电路中流动,必然伴随着能量的交换. 譬如,电荷在电源处获得能量,而在电阻处转化成热能散发,或在电感处转化为磁能存储. 电荷携带电能的多少反映为其电位的高低,电能可表示为电荷与电位的乘积. 电荷在与外界发生能量交换时必然伴随电位的变化,电流流过元件,与元件发生能量交换,在元件的外接端子上电位是不同的. 在电路分析中,将两点间的电位差定义为电压,用符号 u 表示. 从能量转移的角度看,电路中 a、b 两点间的电压表示单位正电荷从 a 转移到 b 时获得或失去的能量,用公式表示为

$$u(t) = \frac{dw}{dq} \quad (1-2)$$

式中 dq 为由 a 点移至 b 点的电荷量,单位为库(C); dw 为电荷 dq 移动过程中获得或失去的能量,单位为焦(J). 电位和电压的单位都是伏特,简称伏,符号是 V. 这些单位都是国际单位.

如果正电荷从 a 转移到 b,从元件中获得了能量,电位应升高,即 b 点的电位比 a 点高;相反,如果正电荷从 a 点转移到 b,电能元件中转化为其他的能量形式,电位应降低,即 b 点的电位比 a 点低. 因此,电压就有“极性”,高电位端是正极,用“+”表示;低电位端是负极,用“-”表示,如图 1-3 所示. 正电荷在电路中电能的得失表现为电位的升高或降低,即电压升或电压降. 电压的极性有时也称为方向,并用箭头标示这一方向. 一般常以从高电位端向低电位端作为电压的方向,因此电压也更明确地被称为电压降.

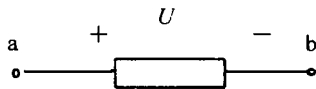


图 1-3

在电路中电流有方向,电压有极性. 在简单的直流电路中,电流的方向不难判定,它从电源的正极流出,流向电源的负极. 要在电路图中标明电流的方向和各个元件上电压的极性并不困难,但对于稍微复杂一点的电路,电路图中的电流方向和元件电压极性有时就很难直接

看出. 图 1-4 所示的电桥电路, R_5 中的电流方向就不是一看便知. R_5 中的电流可能是从 a 点流向 b 点, 也可能从 b 点流向 a 点, 也可能电流为 0; 相应地, 对于电压 U_{ab} , 可能 a 端是正极性端, 也可能 b 端是正极性端, 也可能 a、b 两端的电位相同. 电流的实际方向和电压的实际极性需要通过计算才能确定. 在交流电路中, 电流的方向在不断的改变, 电压的极性也随时间反复的变化, 因此很难在这样的电路中标明电流和电压的真实方向.

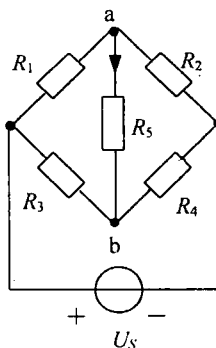


图 1-4

为了解决这一困难, 引入参考方向的概念. 参考方向可以任意选定, 在电路图中用箭头标示. 如果电流的真实方向与参考方向一致, 电流为正值; 如果电流的真实方向与参考方向相反, 电流为负值. 这样, 就可用电流的正负值结合电流的参考方向来表明电流的真实方向. 电压也有参考极性的规定, 参考极性在元件或电路的两端用“+”、“-”号表示, “+”表示高电位端, “-”表示低电位端. 如果电压的真实极性与参考极性相同, 电压值为正值; 如电压的真实极性与参考极性相反, 电压值为负值. 电压的参考极性也称为电压的参考方向. 在电路图中, 除了用“+”、“-”号表示电压的参考方向外, 还用带下标的字母表示, 如电压 U_{ab} 下标中第一个字母 a 表示假定的电压参考极性的正极性端, 第二个字母 b 表示电压参考极性的负极性端. 同电流一样, 电压的正、负只有在设定的参考极性 or 参考方向的条件才有意义.

需要再次说明的是, 电路图上电流或电压的参考方向是任意指定的, 但是参考方向一经指定并在电路图上标明, 则在整个电路的分析计算过程中, 必须以此为准, 不能变动. 否则, 计算出的电流值和电压值, 其正负便无所遵循.

同一元件上的电压和电流方向, 可以独立无关地任意指定, 但为了使用上的方便, 常常将它们参考方向取为一致, 即约定电流从元件的电压正极性流入, 从负极性端流出, 如图 1-5(a) 所示. 这样选取的参考方向称为关联的参考方向. 在关联的参考方向下, 电路图中只要标出电流的参考方向或电压的参考极性之一即可. 今后凡在电路图中未同时标明电流和电压的参考方向的, 均系采用关联的参考方向. 但这样的选取并不是必须遵循的, 例如, 对于电源, 其电压和电流的参考方向就常常取相反的方向, 如图 1-5(b) 所示. 这样选取的参考方向称为非关联的参考方向.

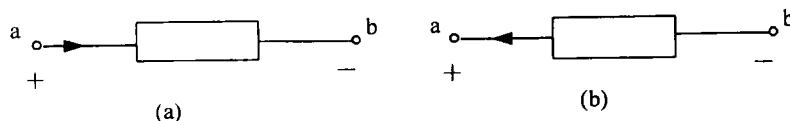


图 1-5

1.2.3 电功率

电流在电路中流动伴随着能量的变化, 如何计算电路元件产生或消耗的功率呢? 根据电流的定义(单位时间通过的电荷量), 电流与电压的乘积就是单位时间内电能的变化, 即电

功率.电功率常用 p 表示.在国际制单位制中,电功率的单位是瓦特,简称瓦,符号是 W.

$$p = u \frac{dq}{dt} = ui \quad (1-3)$$

在电流和电压取关联的参考方向条件下,一个元件所吸收的功率是流过该元件的电流与该元件两端电压的乘积. p 为正值,元件吸收功率; p 为负值,元件向外提供功率,或称为产生功率.如元件的电流、电压取非关联参考方向,则计算功率的公式应改为

$$p = -ui \quad (1-4)$$

功率为正,仍表示吸收功率;功率为负,仍表示产生功率.在计算功率时,一定要注意电流与电压的参考方向是否关联,选用适当的公式计算,否则得出的结论相反.以上公式不仅用于计算单个元件吸收或产生的功率,也同样适用于计算电源、若干元件的组合所吸收或产生的功率.

最后,介绍一下辅助单位.前面已经给出了一些量的国际制单位,如伏、安、瓦等,这些单位在实际使用时有时会感到太大或太小,需要在这些单位前加上词头以形成辅助单位,如 0.001A 常表示为 1mA(毫安),1000W 常表示为 1kW 等.部分国际制词头如表 1-1 所示.

表 1-1 部分国际制词头

符 号	因 数	词 头 名 称
G	10^9	吉(giga)
M	10^6	兆(mega)
k	10^3	千(kilo)
m	10^{-3}	毫(milli)
μ	10^{-6}	微(micro)
n	10^{-9}	纳(nano)
p	10^{-12}	皮(pico)

1.3 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律由基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律组成,是一切集总参数电路遵循的基本规律,也是分析集总参数电路的基本依据.一些重要的电路定理、有效的分析方法,都是在基尔霍夫定律的基础上总结推导出来的.在介绍基尔霍夫定律之前,先考察一下电路的基本结构.

1.3.1 电路的基本结构

如前所述,电路是各个元件用导线联接而成的.不考虑元件的电特性,所有的元件只是电流的通路.在电路的结构中,每一条电流的通路称为支路,支路与支路的联接点称为节点.图 1-6 所示的电路,具有 5 条支路和 4 个节点.从电路的任一节点出发,经过若干条支路和节点,重又回到原来的起始节点,这一首尾相连的通路称为回路.注意,在这里所有节点和支路只准通过一次.图 1-6 中元件 1、2、4,元件 3、5、4 和元件 1、2、3、5 分别

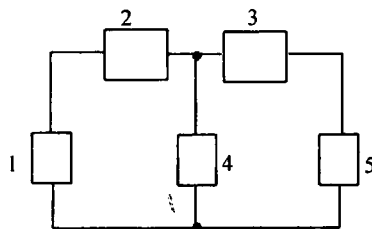


图 1-6

构成 3 个回路. 在回路内部不另含有支路的回路称为网孔. 因此, 图 1-6 中元件 1、2、4 和元件 3、5、4 组成的回路也称网孔.

电路中流经支路的电流称为支路电流, 支路两端的电压称为支路电压. 支路电流和支路电压是电路分析中的基本变量. 每一支路电流和支路电压, 均受到两类约束. 一类约束是元件特性约束, 取决于元件自身的特性, 如元件是线性电阻, 则该支路的支路电流和支路电压服从欧姆定律, 这也称为元件的伏安特性, 简记为 VAR; 另一类约束是电路的结构约束, 取决于电路的整体结构, 基尔霍夫的两个定律就是概括这种约束的基本定律.

1.3.2 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's Current Law, 简记为 KCL)表述为: 在任一时刻, 流出(或流入)集总参数电路中任一节点的电流的代数和恒等于零. 换句话说, 对于集总参数电路而言, 任一时刻流入任一节点的电流和等于流出该节点的电流和. 基尔霍夫电流定律是电荷守恒定律在电路中的运用, 它表明, 电荷既不能创造也不能消灭, 是守恒的. 基尔霍夫电流定律的数学表达式为

$$\sum i = 0 \quad (1-5)$$

图 1-7 所示是集总电路中的一个节点, 与该节点相连的各支路电流分别为 i_1 、 i_2 、 i_3 、 i_4 , 若规定流入节点的电流取正号, 流出节点的电流取负号, 则有

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

或

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

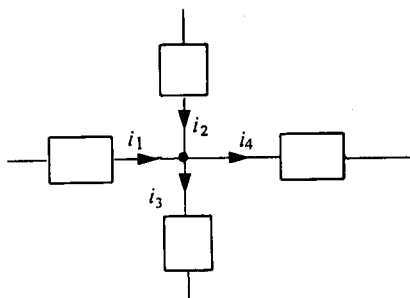


图 1-7

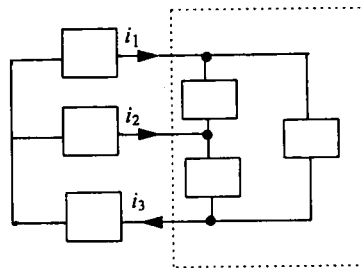


图 1-8

基尔霍夫电压定律通常用于节点, 但可以推广到电路中任一假设的闭合面. 在图 1-8 所示的电路中封闭面内包含三个元件, 有三条支路与电路的其余部分联接, 支路电流分别是 i_1 、 i_2 和 i_3 . 我们把封闭面看成是一个广义节点, 假设流入封闭面的电流定义为正, 流出封闭面的电流定义为负, 应用 KCL 有

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

即流出(或流入)集总参数电路中任一封闭面的电流的代数和恒等于零.

基尔霍夫电流定律是非常重要的定律, 它给出了电路中各支路电流间的线性约束关系, 它的重要性还体现在, 只要是集总参数电路, 不管支路的性质如何, 定律都普遍适用. 就其实质而言, 基尔霍夫电流定律是电流连续性原理在集总参数电路中的表现形式, 就是说, 在任何节点上(或封闭面内)都不能有电荷积累.

1.3.3 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's Voltage Law, 简记为 KVL)表述为:在任一时刻,环绕集总参数电路中任一回路,各支路电压的代数和恒等于零.写成数学表达式为

$$\sum u = 0 \quad (1-6)$$

需要注意,“环绕”是有一定循行方向的.取回路中各个支路电压的代数和时,支路电压的方向与环绕的方向一致者为正,反之为负.因此,在应用 KVL 时,对于所选取的回路要规定回路的绕行方向.绕行方向可以任意选取,但一旦选定,以后的计算就以此为准.这一方向也称为回路方向.

图 1-9 所示的电路中的一个回路,回路中的箭头表示回路的方向,根据该回路中的各个支路的正方向有

$$u_1 + u_2 + u_3 - u_4 - u_5 = 0$$

或 $u_1 + u_2 + u_3 = u_4 + u_5$

此式表明,任一时刻,任一回路中的所有电压降的代数和等于电压升的代数和.

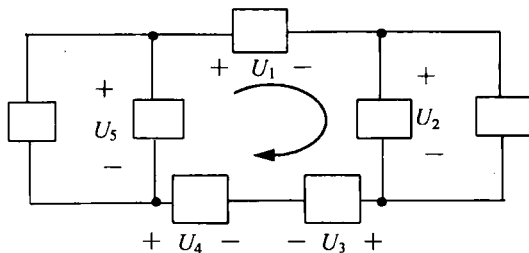


图 1-9

基尔霍夫电压定律是非常重要的定律,它给出了电路中各个支路电压的线性约束关系,只要是集总参数电路,不管支路的性质如何,基尔霍夫电压定律都普遍适用.就其实质而言,基尔霍夫电压定律是能量守恒定律在电路中的表现.根据电压的定义,电压表示电场力把单位正电荷从高电位移到低电位所作的功.单位正电荷从回路中的某一节点经任一回路仍然回到这一节点,仍然具有原来的电位,总的电位差为零,即回路的支路电压代数和为零.

1.4 电路元件

基尔霍夫定律描述了电路的整体结构对支路电流和支路电压的约束关系,这种约束关系具有普遍的效用,不受支路上具体元件的影响.对于一个实际的电路而言,整个电路的表现,不仅取决于电路的整体结构,也取决于支路上具体元件的伏安特性.下面就讨论电路元件的特性对支路电流和支路电压的约束关系.

1.4.1 电阻元件

电阻元件是一种基本电路元件,大家熟知的欧姆定律就是用来描述线性电阻的数学表达式,

$$u = Ri \quad (1-7)$$

它表示电流 i 流过电阻元件,在电阻元件上产生的电压 u 正比与电流的大小,这一比值 R 就称为电阻元件的电阻值.因此,符号 R 有两重含义,它既表示电阻元件,也表示这一电阻元件的电阻值.在国际单位制中,电阻的单位是欧姆,简称“欧”,符号是 Ω . 习惯上常把电阻元件叫做电阻.

电阻元件的特性也可以另一形式表示:

$$i = Gu \quad (1-8)$$

这里, G 是表示电阻元件的另一个参数, 称为电导. 在国际单位制中, 电导的单位是西门子, 简称“西”, 符号是 S. 对同一电阻, 显然有 $RG = 1$. 图 1-10 所示是线性电阻的电路符号及其伏安特性, 在 $u-i$ 平面上, 线性电阻的伏安特性是一条经过原点的直线, 电阻值就是直线的斜率.

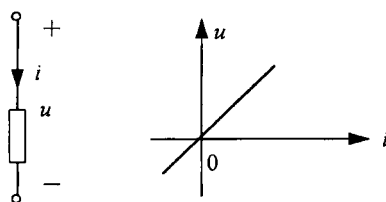


图 1-10

欧姆定律体现了电阻元件对电流呈阻力的本质. 对电流既然有阻力, 电流流过电阻就要消耗能量, 在沿电流流动的方向就有电压降. 由于电流与电压降的真实方向总是一致的, 所以, 只有在取关联参考方向的前提下, 才可以用式(1-7)和式(1-8). 大家可以想到, 如果取非关联参考方向, 应在式(1-7)和式(1-8)中加一负号, 即

$$u = - Ri \quad (1-9)$$

$$i = - Gu \quad (1-10)$$

从上面的几个式子可以看出, 在任一时刻, 线性电阻的电压(或电流)是同一时刻的电流(或电压)决定的, 这说明线性电阻的电压(或电流)不能记忆电压(或电流)在“历史”上所起过的作用, 所以说, 电阻是无记忆元件, 又称为即时元件.

线性电阻有两个特殊的情况——开路和短路. 一个二端电阻元件不论其电压 u 是多大, 电流恒等于零, 这种情况称为开路. 电阻开路时, 其电导 $G = 0$, 电阻 $R = \infty$. 短路是指电阻元件上不论电流多大, 电压恒等于零, 此时电阻 $R = 0$, 电导 $G = \infty$. 在 $u-i$ 平面上, 它们的电压、电流关系曲线分别与两个坐标轴重合.

并不是所有的电阻元件都具有欧姆定律描述的特性, 只要一个二端元件上的电压、电流有确定的函数关系, 即对应于一定的电流(电压)值, 有确定的电压(电流)值, 这一关系能由 $u-i$ 平面上的一条曲线所决定, 则此二端元件就称为电阻元件. 因此, 除实际使用的电阻器是电阻元件外, 其他一些符合电阻元件定义的二端器件也可看成是电阻元件. 欧姆定律所描述的仅仅是线性电阻.

除了线性电阻外, 还存在非线性电阻. 电子技术中常用的半导体二极管就是一种典型的非线性电阻, 它的伏安特性曲线如图 1-11 所示. 很显然, 非线性电阻的电阻值不是一个常数, 它随电流或电压的大小的变化甚至方向的变化而变化. 因此, 非线性电阻的特性要用伏安特性曲线来表征.

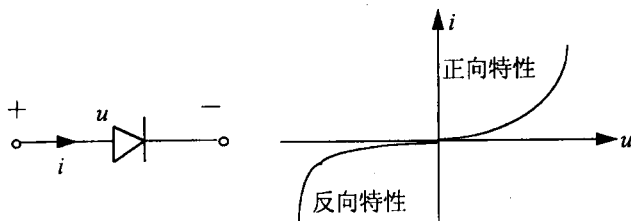


图 1-11

非线性电阻还可以分为两类. 一类的伏安特性曲线是关于原点对称的, 如图 1-12(a)所示, 当电流(或电压)改变方向时, 电压(或电流)相应地也改变方向, 说明元件对不同方向的电流或电压的表现是同样的, 这种特性称为双向性. 显然, 线性电阻都具有双向性. 双向性元

件的两个外接端子互换,不影响电路工作.另一类非线性电阻的伏安特性曲线对原点不对称,此类元件是非双向的,如图 1-12(b)所示,将元件的两个端子对换,在电路中的表现就会完全不同.因此在使用时必须认清两个端子,不能接错.图 1-11 的二极管的伏安曲线就是一例,电流正向流过

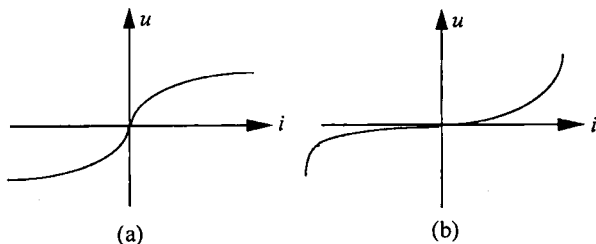


图 1-12

时电阻较小,电流反向流过时电阻很大.大多数的非线性电阻都是非双向的,使用时要区分正极和负极,在电路图中也应附有相应标记.

电阻还有时变和非时变之分.不论线性电阻或非线性电阻,只要其电压、电流关系曲线随时间变化的,即是时变电阻.如特性曲线与时间无关,则是非时变电阻.一般的电阻元件都是非时变的.

最后,再来看一下电阻元件的功率和能量.如图 1-13 的电阻元件上电流和电压取关联参考方向,故功率 $p = ui$ 是指从外电路输入功率.对于线性电阻,功率可以表示为

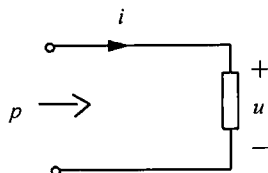


图 1-13

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2 \quad (1-11)$$

式中 R 或 G 为正值.不论 u 和 i 是正是负,总是有 $p > 0$,这说明电阻元件在任何时刻都只是从外电路输入能量,它在任何时刻都消耗电路的电能,转变成热能或其他的能量形式.这样的元件称为耗能元件.

电阻在时刻 t 累计从外界获得的能量是

$$W = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau \quad (1-12)$$

由于 p 恒大于零, W 也恒大于零,这表明电阻元件从不对外界提供电能,从这个角度讲,电阻元件又称为无源元件.如果一个二端元件不是无源的,则此元件称为有源元件.

1.4.2 电容元件

电容器是储存电能的元件.电容器的基本结构是在两层金属片中间衬垫绝缘介质(包括空气)构成.由于介质的阻隔,电容内部并不导电.在电容器的外接端口上加上电压 u_c ,电容器的两个极片上就分别充有电荷量为 q 的正负电荷[图 1-14(a)].电容元件的特性就表征为 q 与 u 的关系.一个二端元件在 $u-q$ 平面上有确定的特性曲线,这样的元件就称为电

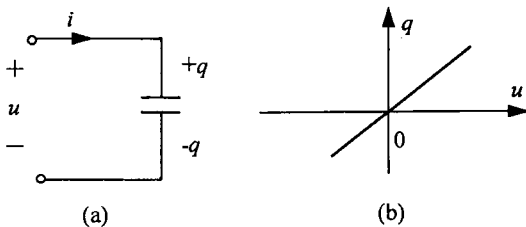


图 1-14

容元件. 如果该曲线为一条通过原点的直线, 且不随时间变化, 该电容就称为线性非时变电容. 线性非时变电容的特性曲线如图 1-14(b) 所示. 本书只讨论线性非时变电容.

在取关联参考极性的条件下, 电容的电荷量与端电压的关系是

$$q = Cu \quad (1-13)$$

式中 C 称为电容元件的电容量, 又称为电容. 单位是法拉, 简称为法, 符号是 F. 法这个单位实在是太大了, 在实用中一般用微法 (μF) 或皮法 (pF) 作单位.

在电路分析中我们关心的是元件上电流与电压的约束关系. 如果电容的端电压 u 与通过电容的电流 i 采用关联参考方向, 如图 1-14 所示, 则有

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-14)$$

该式表明, 任何时刻, 通过电容元件的电流与该时刻的电压变化率成正比. 如果电容两端加上直流电压, 则电流 $i = 0$, 因此电容有隔直作用. 当外加电压发生变化时, 电容元件的电荷量随之发生变化, 发生充电或放电, 电容的外接端口上才会有电流. 这样的元件又称为动态元件. 对应地, 电阻元件应是静态元件.

上式中电容元件的电流电压关系可以改写成积分形式

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\zeta) d\zeta \quad (1-15)$$

它表明, t 时刻的电容电压与 t 时刻以前的电流的“全部经历”有关, 要计算 t 时刻电容的电流需要追溯到遥远的过去. 也就是说, 电容有“记忆”电流的作用, 故称电容为记忆元件. 对应地, 电阻是无记忆元件.

对于线性电容来讲, 在关联参考方向下, 输入端口的功率为

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt} \quad (1-16)$$

p 值可能为正, 也可能是负的, 取决于 u 是升高还是降低. p 为正表示电容自外电路输入能量, p 为负表示它向外电路输出能量. 电容与外电路有能量的交换. 对上式积分, 得到 t 时刻电容上的储能为

$$\begin{aligned} W_C(t) &= \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = C \int_{-\infty}^t u \frac{du}{d\tau} d\tau = C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u du \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t) \end{aligned} \quad (1-17)$$

其中假设 $u(-\infty) = 0$. 上式表明, 无论 u 是正是负, 恒有 $W_C(t) \geq 0$. 从全过程来看, 电容不能对外电路提供能量, 它是无源元件. 电容在 t 时刻的总储能取决于该时刻的电压值 $u(t)$. 当此电压增大时, 储存的能量也增加, 即从外电路获得电能; 当此电压减小时, 储存的能量也减少, 即向外电路释放能量; 当电压复归于零时, 总的能量也归于零. 这说明电容把输入的电能以电场能量的形式储存在电容器中, 并没有消耗掉, 随时准备交还给外电路. 因此称电容是储能元件.

例 1-1 如图 1-15(a) 所示电路中, $u_S(t)$ 的波形如图(b)所示, 已知电容 $C = 2\text{F}$, 求电流 i 、功率 p 和储能 $W_C(t)$.

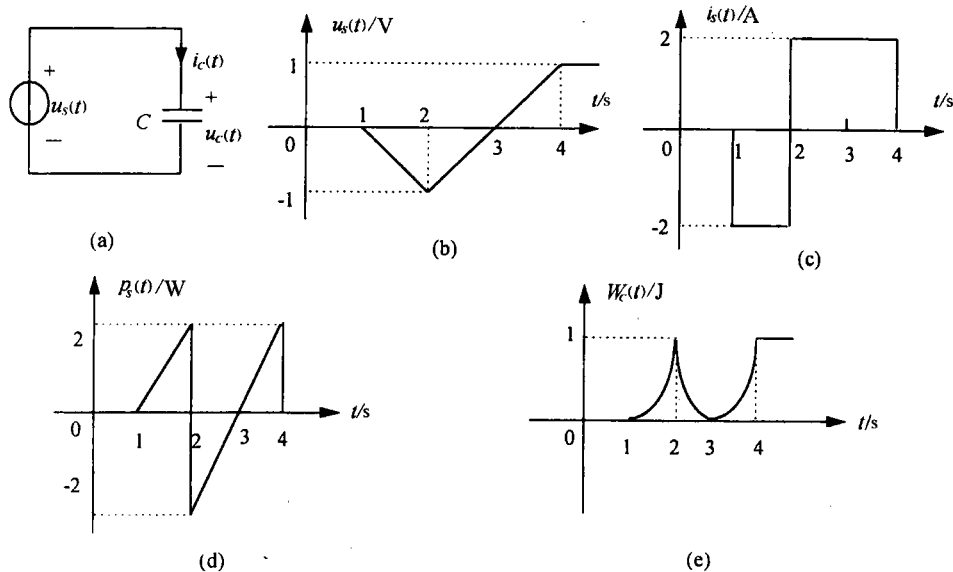


图 1-15

解 写出 u_s 的函数表达式

$$u_s(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ -t + 1 & 1 < t \leq 2 \\ t - 3 & 2 < t \leq 4 \\ 1 & t > 4 \end{cases}$$

根据式(1-14)电容伏安关系的微分形式,得

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ -2 & 1 < t \leq 2 \\ 2 & 2 < t \leq 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases}$$

其波形如图(c)所示. 根据式(1-16),得电容元件吸收的功率为

$$p(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ 2(t-1) & 1 < t \leq 2 \\ 2(t-3) & 2 < t \leq 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases}$$

其波形如图(d)所示. 根据式(1-17),得电容储能为

$$W_c(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ (t-1)^2 & 1 < t \leq 2 \\ (t-3)^2 & 2 < t \leq 4 \\ 1 & t > 4 \end{cases}$$

其波形如图(e)所示.

从本例的计算可以看出: