

波纹管非轴对称问题研究

作者：朱卫平

专业：固体力学

导师：黄 黔



上海大学出版社

2001 年上海大学博士学位论文

波纹管非轴对称问题研究

上海大学出版社

·上海·

上海大学

本论文经答辩委员会全体委员审查，确认符合上海大学博士学位论文质量要求。

答辩委员会名单：

主任：	王秀喜	教授，中国科学技术大学	230026
委员：	钱伟长	院士，上海大学	200072
	戴世强	教授，上海大学	200072
	陈山林	教授，重庆大学	400000
	周哲玮	教授，上海大学	200072
	冯 伟	教授，上海大学	200072
	贺鹏飞	教授，同济大学	200092
	郭 平	教授，上海大学	200072
导师：	黄 黔	教授，上海大学	200072

评阅人名单:

樊大钧	教授, 北京理工大学	100081
梁立孚	教授, 哈尔滨工程大学	150001
叶志明	教授, 上海大学	200072

评议人名单:

王秀喜	教授, 中国科学技术大学	230026
戴世强	教授, 上海大学	200072
潘立宙	研究员, 上海大学	200072
周哲玮	教授, 上海大学	200072
程五民	教授, 上海大学	200072

答辩委员会对论文的评语

波纹管是现代工业、国防及民用设备中应用广泛的重要元器件，论文选择其非轴对称变形、屈曲和振动进行了研究。这是近二十多年来工程中问题突出、理论上远未解决的前沿课题，立题具有重要的学术意义和应用价值。论文作者多年从事波纹管设计和研究，对其工程背景有深入的了解，同时查阅了大量的相关文献资料，把握了该领域国内外研究的动态。在此基础上，论文取得了以下几方面的成果：

1. 建立了一种以柔性旋转壳线性理论为基础的端面受弯矩和横向力联合作用的中细圆环壳复变量方程，首次给出方程的一般解，克服了已有相关方程的三角级数特解对收敛性的限制和处理边界问题的困难。

2. 将上述一般解用于分析 Ω 型、C型和U型波纹管在端面弯矩和横向力作用下的相应位移和应力分布，所得的结果经过与数值法、EJMA标准及前人的实验结果比较，证明这种方法是合理的。

3. 研究了C型和U型波纹管分别在端面弯矩和横向力作用下的非线性特征。创造性地提出一种小参数，给出了精巧的摄动解，改进了前人的试凑解，并合理地处理了多层波纹管的计算。

4. 细致分析了U型波纹管在内压、外压作用下平面失稳的机理、临界载荷和屈曲模态。分析了U型波纹在内压作用下的柱失稳，给出的临界载荷符合前人的实验结果。分析了C型和

U型波纹管轴向振动、横向振动的固有频率和振型。

5. 将论文的成果用以解决重大工程的波纹管设计，并发挥了重要作用。

本论文选题具有前沿性，工作具有创造性，理论上具有更一般的重要意义。论文内容丰富，论据充足，分析严谨，逻辑严密，结果可信。在答辩过程中，叙述简明扼要，能正确清楚地回答答辩委员们所提出的问题。表明作者在本领域掌握了坚实宽广的基础理论知识和系统深入的专门知识，具有较强的独立从事科研工作的能力。答辩委员会认为该论文是一篇优秀的博士学位论文。

答辩委员会表决结果

经答辩委员会表决，全票同意通过该论文答辩，建议授予朱卫平工学博士学位。

答辩委员会主席：王秀喜

2000年11月19日

摘 要

波纹管是一类子午线呈波纹状的旋转壳, 作为弹性敏感元件、密封元件和位移补偿器, 在现代工业、国防及民用设备中有广泛的应用. 波纹管长期以来都是板壳力学研究的重要课题之一.

自 1844 年应火车蒸汽机测压要求首次提出波纹管以来, 已有大量工作是针对其轴对称问题的, 例如, 1958 年美国 EJMA 依据实验和材料力学公式首先颁布了轴向式波纹管工程设计标准; 1979 年钱伟长首次给出了轴对称圆环壳一般解 (精确解), 开辟了波纹管理论分析的新途径; 1986 年黄黔为轴对称旋转壳非线性特性分析提供了一个有效的数值方法, 解决了波纹管轴对称弹性变形问题. 近 20 多年来, 波纹管的非轴对称问题也已受到关注, 但迄今为止, 有关的研究工作尚远未尽人意.

关于波纹管整体弯曲问题, 包括纯弯曲和横向弯曲. 1976 年 E. L. Axelrad 较完整地给出了线性的和非线性的柔性旋转壳理论 (在子午线方向按弯曲理论处理, 在环向按薄膜理论处理), 并用其线性理论讨论了波纹管. 这一理论符合弹性元件在变形时其弯曲主要发生在子午线方向的特点, 但所给的解是三角级数形式的特解, 限制较多且不能完全地满足边界条件; EJMA 标准 (1993, 1998 版) 将整体弯曲问题等效成轴对称问题处理; 其他工作则限于实验分析和基于一般旋转壳线性理论的数值分析.

关于波纹管在内压或外压作用下的非轴对称屈曲问题, 常称为柱失稳和平面失稳 (横截面翘曲). 现有的一些破坏试验、

经验公式及有限元分析还不能满意地解释其失稳机制。1974 年美国 Flixborough 因波纹管失稳破坏, 死亡 28 人。

关于波纹管的振动问题, 包括轴向振动和横向振动, EJMA 标准 (1993, 1998 版) 提供了估算波纹管轴向振动、横向振动固有频率的简化公式。目前, 与动力相连的管道系统, 由于波纹管的固有频率估算不准确, 导致系统剧烈振动以致不能正常运行的事故时有发生。

综上所述, 波纹管轴对称弹性变形问题已得到较为充分的分析。波纹管整体弯曲问题, 其线性问题缺少正确的理论解 (目前工程设计规范, 如 AMSE, 仍采用线性解), 其非线性特性分析尚未见有文献涉及; 波纹管振动问题未被仔细分析; 对于波纹管在内压或外压作用下的非轴对称屈曲问题, 现有的认识是粗浅的。此外, 基于壳体理论的分析都没有考虑多层波纹管问题。

针对上述问题, 本文先以柔性旋转壳的线性理论为基础, 给出了几种常用波纹管整体弯曲问题的一般解。然后根据一般旋转壳的几何非线性理论, 用数值法分析了几种常用的波纹管整体弯曲的非线性特性; 通过求解线性化特征值问题研究了波纹管横向振动及轴向振动的固有频率和振型; 在内压或外压作用下非轴对称屈曲的临界载荷和屈曲模态。本文的数值分析考虑了多层波纹管问题。主要工作如下:

1. 提出一种以柔性旋转壳线性理论为基础的端面受弯矩和横向力联合作用的中细圆环壳方程, 并首次给出方程的一般解 (即由齐次解加特解构成的通解, 历史上只有少数几个经典问题给出了成功的一般解, 例如, 小挠度圆薄板, 轴对称圆柱壳, 轴对称圆锥壳, 轴对称球形扁壳, 钱伟长轴对称圆环壳一般解)。这种解克服了以往在处理类似问题时所采用的三角级数形式的

特解对收敛性的限制和处理边界问题时的不足。

2. 将上述一般解用于计算 Ω 型波纹管、C型波纹管 and U型波纹管在纯弯矩作用下的弯曲刚度和应力分布；用于计算 Ω 型波纹管、C型波纹管在端面给定横向位移时的横向刚度和应力分布；并用本文提出的数值法验证了一般解的计算结果；将有关结果和已有实验的结果及按 EJMA 标准计算的结果作了比较分析，证明本文提出的解是有效的。

3. 本文讨论了 C 型波纹管 and U 型波纹管分别在端面弯矩和横向力作用下的非线性特征。采用了 Sanders 一般旋转壳中小转动非线性几何方程；提出一个以整个旋转壳的环向应变加权平均为小参数，将节点位移列式、节点载荷列式直接展开的摄动解，克服了常用的迭代法和载荷增量法需要反复试凑的困难，直到材料屈服前都是有效的；提出一种适合计算多层薄壁波纹管的单元。

4. 本文通过求解线性化特征值问题讨论了 U 型波纹管（单层、多层）在内压或外压作用下平面失稳的机理、临界载荷和屈曲模态，考虑了屈曲前结构的弯曲和转动、屈曲时载荷方向的转动，和已有的实验进行了对比，得出结论：波纹管平面失稳后的平衡是稳定的，可按强度条件确定其失效载荷。本文借助于等效模型讨论了波纹管在内压作用下的柱失稳，证明了等效性，引入了正确的整体抗弯刚度，得到的临界载荷和已有的实验一致。本文还讨论了 C 型波纹管 and U 型波纹管轴向振动、横向振动的固有频率和振型。

上述工作已经包含了波纹管的轴对称问题分析。对闭合环壳、柱壳、环板等同样有效。依据这些工作能准确地计算波纹管的工程问题：轴向刚度，角向刚度，横向刚度；轴向振动固

有频率, 横向振动固有频率; 柱失稳临界载荷, 平面失稳临界载荷; 由内(外)压作用引起的应力; 由轴向位移、角向位移、横向位移引起的应力, 为波纹管的强度分析、疲劳分析提供必要的数据.

利用本文的研究成果为长江三峡水利枢纽左岸电站 7#至 14#机引水压力管道设计了波纹膨胀节(直径 12.5 m, 水压 1.4 MPa), 用以解决水库大坝至水轮机之间的引水管由于热胀冷缩及地基不均匀沉降引起的位移补偿问题.

关键词 波纹管, 柔性壳, 旋转壳, 圆环壳, 弹性变形, 非轴对称变形, 振动, 横向自由振动, 屈曲, 非轴对称屈曲, 一般解, 初参数法, 摄动法, 有限元法

Abstract

Bellows is a flexible element, which first came into use as a pressure meter in steam locomotive in 1844 and is now widely applied as elastic-sensitive element, seal and expansion joint in modern equipment. Common bellows are shells of revolution with wrinkled meridian. Much analytical work has been done on its symmetric problems including the axial elastic spring rate, the stress distribution under pressure and axial forces, the nonlinear behavior between the axial load and the related displacement, etc. For the last two or three decades, the asymmetric problems such as the pure bending and the bending by lateral forces, the asymmetric buckling under internal or external pressure, the natural frequencies and modes of lateral or axial vibration have been under analytical and experimental studies. However, to the best of the author's knowledge, few solution of the asymmetric problem is commonly agreeable, and no paper is concerned with the nonlinear behavior of bellows under bending loads. Further more, all the studies are confined to shells with a single material ply leaving out shells with multipliers. This paper presents a systematic study on the following asymmetric problems:

Firstly, a linear governing equation expressed in complex variable for the toroidal shell with moderately slender ratio bending by lateral forces in a meridional plane is derived from E.L. Axelrad's theory of flexible shells. And a general solution for the

problem is presented, which is constituted of a particular solution and a homogeneous solution with the four integral constants to be solved by boundary conditions. The present equation is simplified but coincided with the fact that as the shell is subjected to bending loads the flexure and the effects of the transverse force mainly occur in the meridional plane. And the present general solution gets rid of the difficulties that all known particular solutions expressed in series of trigonometric functions have the limitation of convergence and the disagreement to boundary conditions. It is the key to successfully solving a bellows made of by torus.

Secondly, the general solution is applied to analysis of the asymmetric deformations of bellows. The stress distributions and the stiffness coefficients are calculated by the general solution for the pure bending of Ω -shaped bellows, C-shaped bellows and U-shaped bellows. The same calculations are made in the bending by lateral forces. In addition, an initial parameter formulation for toroidal shells without the limitation of the slender ratio is presented on Axelrad's flexible shell theory in order to test the general solution. The results of the general solution are compared with the initial parameter formulation, the standards of EJMA, and the available tests. It is shown that the present general solution is effective for solving the asymmetric deformations of bellows.

Thirdly, an improvement on the finite-element displacement method to analysis of the nonlinear behavior of shells of revolution under pure bending or the bending by lateral force is presented. A systematic procedure for the formulation is based upon the idea of perturbation that the vector of nodal displacement components and the vector of nodal force components for each element are directly

expanded by taking weighed root-mean-square value of circumferential strain of the shell as a perturbation parameter. For solution, the shell is discretized into a series of conical frusta for the convenience of practice, Sander's nonlinear geometric equations of moderate small rotation are used, and the shell with multipliers is considered. After that, the present formulation is applied to solve a number of U-shaped bellows, and the results of the linear part are compared with the former general solution, and the results including the nonlinear effects are compared with the available experimental results.

Lastly, both the free-vibration and the stability of bellows are discussed by use of solving a linear eigenvalue problem, in which the shell with multipliers is considered. The axial as well as the lateral free-vibration of shells of revolution are accounted for in the analysis of the natural frequencies and corresponding modes which are treated by finite element method based upon the third part of this paper. As examples, a number of C-shaped bellows and U-shaped bellows are calculated, and first 6 frequencies and corresponding modes are given for each model. The study of in-plane squirm of bellows under internal or external pressure is based upon the asymmetric buckling analysis of shells of revolution. In formulation, finite prebuckling rotations and the follower force effect of pressure are considered, and the rotationally symmetric, doubly-curved finite element is used for the idealization of the shell. By comparison with the available experimental results, the conclusion come to that the equilibrium of post-in-plane-squirm of bellows is stable, and the critical pressure of in-plane squirm of bellows can be evaluated by the criterion of strength of material.

As for column squirm of bellows under internal pressure, the bellows is treated as an equivalent column as it used to be, but the flexure stiffness of the equivalent column is exactly equal to that of the original bellows that is evaluated based upon first two parts of this paper. In a comparison between the results of the present theory and the available tests on bellows, it is shown that test and theory agree to within 7%.

Key words: bellows, flexible shells, shells of revolution, toroidal shells (ring shells), elastic deformation, asymmetric deformation, free-vibration, laterally-free-vibration, buckling, asymmetric buckling, general solution, initial-parameter method, perturbation method, FEM

目 录

第一章	序 言	1
1.1	波纹管实例和问题	1
1.2	波纹管研究概况	5
1.3	本文研究的内容	9
第二章	柔性圆环壳在子午面内整体弯曲的 复变量方程及中细环壳一般解	11
2.1	柔性旋转壳在子午面内整体弯曲的复变量方程	12
2.2	柔性圆环壳在子午面内整体弯曲的复变量方程	16
2.3	细环壳方程	18
2.4	细环壳一般解	19
2.5	中细环壳方程	23
2.6	中细环壳一般解	25
第三章	中细柔性圆环壳在子午面内整体弯曲的 一般解在波纹管计算中的应用	31
3.1	基本公式	31
3.2	Ω 型波纹管一般解 (在纯弯矩、横向力下)	34
3.3	C 型波纹管一般解 (在纯弯矩、横向力下)	45
3.4	U 型波纹管纯弯曲一般解	70
第四章	柔性圆环壳在子午面内整体弯曲初参数法 在 C 型波纹管计算中的应用	78
4.1	基本方程	78
4.2	求解方法	82
4.3	C 型波纹管在纯弯矩下的解	83
4.4	C 型波纹管纯弯曲算例及讨论	85
4.5	C 型波纹管在横向位移下的解及讨论	95

第五章 旋转壳在子午面内整体弯曲	
几何非线性摄动有限元法	102
5.1 基本方程	104
5.2 摄动方程	112
5.3 摄动方程的解	117
5.4 多层薄壁叠合旋转壳模型	120
5.5 截锥单元的协调性	122
第六章 波纹管在子午面内整体弯曲	
几何非线性摄动有限元分析	126
6.1 C 型波纹管在纯弯矩下的线性解	126
6.2 C 型波纹管在横向位移下的线性解	133
6.3 U 型波纹管在角位移、横向位移下的线性解	141
6.4 波纹管在角位移、横向位移下 几何非线性特征	145
第七章 波纹管的固有频率和振型	168
7.1 基本方程	168
7.2 特征值问题	169
7.3 波纹管轴向振动的固有频率和振型	170
7.4 波纹管横向振动的固有频率和振型	173
第八章 波纹管的稳定性	180
8.1 旋转壳稳定性方程	182
8.2 旋转壳稳定性问题的有限元法	186
8.3 圆环壳在静水外压下的屈曲	193
8.4 圆环板的屈曲	214
8.5 U 型波纹管在内 (外) 压下的平面失稳	219
8.6 U 型波纹管在内压下的柱失稳	228
第九章 结论与展望	233
参考文献	236
致 谢	244

第一章 序 言

1.1 波纹管实例和问题

波纹管(图 1-1a)是一类子午线呈波纹状的旋转壳,按其子午线(图 1-1b)一个周期或一个波的形状分别称为 C 型波纹管、U 型波纹管等等。

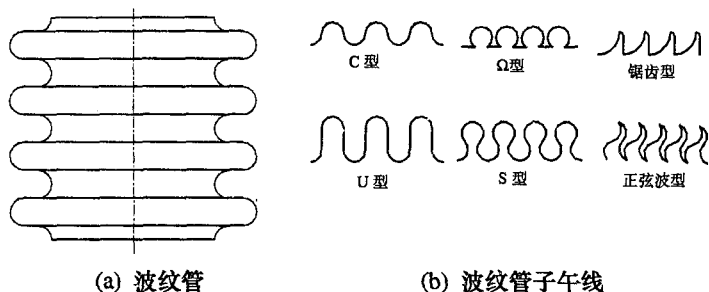


图 1-1 几种常见的波纹管

波纹管主要有三个用途: ①作为仪器仪表上的弹性敏感元件,如测压装置,调节阀门,炸弹触发器,降落伞自动开伞装置等; ②作为密封元件,如机仓密封元件,变压器密封元件等; ③作为位移补偿器,补偿管道(图 1-2~1-3)由于热胀冷缩、地基沉降或安装误差所造成的位移,同时起隔振的作用,常见于石