新风尚 New Fashion

"十一五"中等职业教育实用创新教材

文化基础课教学用书

数学

【公用基础模块】

第一册

主编 张进军

主审 魏明颖

大象出版社

“十一五”中等职业教育实用创新教材

文化基础课教学用书

数学

【公用基础模块】

第一册

主　编　张进军

主　审　魏明颖

编　者　张进军　张爱香　徐荣霞　汪新锋

张　杰　姜舜怡　张　健　李　跃

New Fashion

大象出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学（第1册·公用基础模块）/张进军著. —郑州：大象出版社，2007.5
ISBN 978-7-5347-4562-1

Ⅰ. 数…　Ⅱ. 张…　Ⅲ. 数学课—专业学校—教材　Ⅳ. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 072724 号

“十一五”中等职业教育实用创新教材
数学（第一册·公用基础模块）

总 策 划　程爱学　张立东
主　　编　张进军
责任编辑　张立东
装帧设计　大象设计工作室
出　　版　大象出版社（郑州市经七路25号　邮政编码450002）
网　　址　www.daxiang.cn
运　　营　北京九恒世纪文化有限公司
（电话：010-88862862　010-88862872　010-88862891　010-88862883）
电子邮件　Whjd_zj@163.com
印　　刷　北京泰山兴业印务有限公司
版　　次　2007年6月第1版　2007年6月第1次印刷
开　　本　787×1092　1/16
印　　张　11.5
字　　数　260千字
定　　价　17.50元

若发现印、装质量问题，影响阅读，请与承印厂联系调换。

PREFACE

主编寄语

体验实用数学的轻松学习

哲学家培根曾这样说：“数学是科学大门的钥匙，忽视数学必将伤害所有的知识，因为忽视数学的人是无法了解任何其他科学乃至世界上任何其他事物的。更为重要的是，忽视数学的人不能理解自己这一疏忽，最终将导致无法寻求任何补救的措施。”

我们何尝不曾体会数学学习的重要，但多年的辛苦和努力却使我们当中许多人离数学越来越远，甚至厌恶它。为什么呢？诸多的因素中有两点尤为重要：其一，教材内充溢沧海般的数学学科知识，在现实中的应用却难觅一粟，每日云里雾里，久而远之；其二，绝大多数教材为我们提供的是要使我们成为数学家的数学，面面俱到，深不见底，本想让数学为己服务，却不料反沦为其奴隶，久而厌之。

“十一五”中等职业教育实用创新教材——《数学》，根据教育部与劳动和社会保障部最新颁布的数学教学大纲编写，精心设计，大胆创新，以全新的方式展示“必需的、够用的、学得会的、用得上的”数学。切实以学生为中心，以就业为导向，以服务为宗旨，以能力为本位；切实满足就业岗位的需要和学生可持续发展的需要。

本套教材突出如下特点：

(1) 紧贴学情，注重基础，浅显易懂，循序渐进；

(2) 摒难弃深，注重能力，面向生活，突出应用；

(3) 栏目丰富，运用考究，导手引脑，学用同步；

引入知识时有【动动手　动动脑】、【观察与思考】，思考时有【想一想】，猜测、拓展时有【试一试】，巩固时有【课堂练习】，从多方面、多角度引导你思考问题、解决问题。

(4) 注重培养数学人文素养，穿插数学史料、趣事、趣题，开拓视野，活跃思维。

亲爱的读者！数学来源于生活，更能服务于生活。本套教材会带你走近它，去领略实用数学的风采！本套教材会带你走进它，去感受轻松学习的畅快！

教材说明

本套教材的使用对象为全国中等职业学校、职业高中、技工学校、民办职业学校学生。

本套教材的框架结构分一本第一册和两本第二册，即一拖二的结构，每册配有练习册。

1. 数学【第一册·公用基础模块】

适合所有专业的学生学习，是公共必修部分，主要内容有：数、式与方程；集合与函数；三角函数；数列；平面向量；直线与圆的方程。

2. 数学【第二册·工科类专业模块】

适合工科类专业，特别是机械、建筑类、电工电子类的学生选用，主要内容有：三角变换与解三角形；空间图形的计算问题；二次曲线与坐标的计算；复数；逻辑代数简介。

3. 数学【第二册·非工科类专业模块】

适合工科类之外专业的学生选用，主要内容有：计数与概率；空间图形的计算问题；二次曲线；统计初步；矩阵；导数及其应用。

本套教材由全国中职数学研究会副主任、北京二轻工业学校高级讲师张进军任主编，参加编写的有张杰、张爱香、汪新锋、姜舜怡、张健、李跃。全书最后由张进军统稿、定稿。在此衷心感谢老师们不辞辛苦对本套书的精雕细琢，更感动于老师们致力于中等职业教育教材改革的责任感和使命感。

衷心感谢魏明颖老师对本书的认真审阅和宝贵意见。

本套教材虽经我们精心编撰，但难免一疏，恳请指正，谨致谢意！

编者

Contents

目录

第5章 平面向量

第6章 直线与圆的方程

第1章

数、式与方程

要目预览

科学家引路

纳皮尔与对数的创立

纳皮尔

在数学史上，一般认为对数的发明者是十六世纪末到十七世纪初的苏格兰数学家——纳皮尔（1550–1617）男爵.

在纳皮尔所处的年代，哥白尼的“太阳中心说”刚刚开始流行，这导致天文学成为当时的热门学科. 可是由于受当时常量数学的局限性，天文学家们不得不花费很大的精力去计算那些繁杂的“天文数字”，因此浪费了若干年甚至毕生的宝贵时间. 纳皮尔也是当时的一位天文爱好者，为了简化计算，他多年潜心研究大数字的计算技术，终于独立发明了对数. 当然，纳皮尔所发明的对数，在形式上与现代数学中的对数理论并不完全一样.在纳皮尔那个时代，“指数”这个概念还尚未形成，因此纳皮尔并不像现行代数课本那样，通过指数来引出对数，而是通过研究直线运动得出对数概念的.

伟大的导师恩格斯在他的著作《自然辩证法》中，曾经把笛卡尔的坐标、纳皮尔的对数、牛顿和莱布尼兹的微积分共同称为十七世纪的三大数学发明. 法国著名的数学家、天文学家拉普拉斯曾说：“对数，可以缩短计算时间，在实效上等于把天文学家的寿命延长了许多倍”.

Log是拉丁文logarithm（对数）的缩写.

1.1 数、式及其运算

人类对数的认识是在生活中不断加深和发展的，数系的每一次扩充都源于实际生活的需要．从最早的正整数开始，接下来是自然数、正分数，然后在非负有理数的基础上引进负整数、负分数，从而使数系发展到有理数，这是数系的第一次扩充；但随着人类对数的认识的不断发展，人们从现实世界抽象出一种不同于有理数的数——无理数，在引入无理数后，数系发展到实数，这便是数系的第二次扩充．

1.1.1 实数的基本知识

有理数：整数和分数统称有理数．

任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式．

例如 $0, 3, -7, -\frac{11}{4}, \frac{5}{6}\cdots$ 都是有理数．

有理数的分类如下：

$$
\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}
$$

无理数：无限不循环小数叫做无理数．

例如 $\sqrt{2}, -\sqrt{7}, \sqrt[3]{4}, 2\sqrt{3}, \pi\cdots$ 都是无理数．

想一想

下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

$0, -105, \sqrt{3}, \sqrt[3]{-8}, -\frac{1}{2}, \sqrt{1\,000}, \pi, -3.14, \frac{11}{6}, -\frac{\sqrt{7}}{5}.$

实数：有理数和无理数统称实数．

实数的分类如下：

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}
$$

要正确理解无理数：无理数是无限不循环小数，不能写成分数的形式．

想一想

> 下列说法是否正确？
> (1)带根号的数是无理数；
> (2)两个无理数的和、差、积、商一定还是无理数；
> (3)一个无理数乘以一个有理数，一定得无理数；
> (4)一个无理数的平方一定是有理数.

当数从有理数扩充到实数以后，有理数关于相反数、绝对值和倒数的意义同样适合于实数.

相反数：只有符号不同的两个数互为相反数.

若 a 代表任意一个实数，则数 a 的相反数是 $-a$. 例如：2 的相反数是 -2；-3.5 的相反数是 3.5.

零的相反数是零.

倒数：乘积是 1 的两个数互为倒数. 0 没有倒数.

若 a 代表任意一个不等于 0 的实数，则数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$. 例如：2 的倒数是 $\frac{1}{2}$，$\frac{5}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{5}$ ，等等.

绝对值：一个数 a 的绝对值就是数轴上表示 a 的点与原点的距离.

数 a 的绝对值用 $|a|$ 表示.

数 a 的绝对值有下面的性质：

(1)一个正数的绝对值等于它本身；

(2)一个负数的绝对值等于它的相反数；

(3)零的绝对值等于零.

即

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0);\\0 & (a=0);\\-a & (a<0).\end{cases}$$

试一试

> (1)$0,-105,\sqrt{3},-\frac{1}{2},\pi,-3x^2y,a+b,m-n$ 的相反数依次是____；
> (2) $-5,\frac{2}{3},-\frac{1}{9}$ 的倒数分别是____________________；
> (3)绝对值不大于 3 的所有整数为____________________；
> (4)若 $|a|=4$，则 $a=$________；若 $|x+3|=5$，则 $x=$________；若 $|2-x|=1$，则 $x=$________.

实数的运算

实数及其运算是学习代数的基础，数学式子的所有运算都是建立在数的运算基础上的. 实数的运算的每一步都要确定符号.

运算法则

(1)**加法**：同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

(2)**减法**：减去一个数，等于加上这个数的相反数.

(3)**乘法**：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；任何数同 0 相乘，都得 0.

(4)**除法**：除以一个数等于乘上这个数的倒数.

(5)**乘方**：n 个相同因数的乘积，结果叫幂. 正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，偶次幂是正数；0 的任何次幂都是 0.

想一想

1. 两个有理数相加，其和一定为正吗？两个有理数相加，其和一定大于任一加数吗？
2. 两个有理数相减，其差一定小于被减数吗？

知识点提示

有理数　无理数　实数　相反数　倒数　绝对值　实数的运算

课堂练习

1. 写出下列数的绝对值：

(1)4.8；　(2) $-\dfrac{7}{8}$；　(3)0.

2. 写出下列数的倒数：

(1)5；　(2) $-\dfrac{4}{7}$；　(3)1.

3. 求下列各式中 x 的值：

(1) $|x|=2$；　(2) $|x|=\sqrt{3}$；　(3) $|x|=0$.

4. 计算：

(1) $5-(-3)-2$；　(2) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2$.

1.1.2　整式及其运算

单项式：数与字母的积叫做单项式．单独的一个数或一个字母也是单项式．例如式子 $3m$，$-2x^2y$，$-b$ 等．单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数．

同类项：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项．例如 $3a^2b$ 与 $-\frac{1}{2}a^2b$，x^2 与 $-x^2$ 等都是同类项．

多项式：几个单项式的代数和叫做多项式．例如式子 $t-7$，x^2-3x+4 等．在多项式中，每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项．

整式：单项式和多项式统称整式．

想一想

$3x-5y+\frac{2}{7}z$，$\frac{1}{3}ab-\pi R^2$，y^2+y-4 的项分别是什么？并指出各项的系数．

整式的运算：整式运算建立在数的运算基础之上，数的运算是整式运算的特殊情况．

整式的加减：在运算时，把同类项的系数相加减作为新的系数，而字母和字母的指数不变，即合并同类项．在运算中，如果遇到括号，就根据去括号法则，先去括号，再合并同类项．

试一试

化简：

(1)$3xy-xy+(-2xy)$；

(2)$(-a+2b^2+5)-(3a-6+b^2)$；

(3)$2x^2-3+x-4\left(x-x^2+\frac{1}{2}\right)$．

整式的乘法：

(1)单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式；

(2)单项式与多项式相乘，用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加；

(3)多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加．

例1　计算下列各式：

(1)$(-3a)(-5a^2b)$；　(2)$(-4x^2)(3x+1)$；　(3)$(3x-1)(x+2)$．

解　(1)$(-3a)(-5a^2b)=(-3)\times(-5)aa^2b=15a^3b$．

(2)$(-4x^2)(3x+1)=(-4x^2)\times 3x+(-4x^2)=-12x^3-4x^2$．

(3) $(3x-1)(x+2)=3x\times x+3x\times 2-1\times x-1\times 2$

$=3x^2+6x-x-2$

$=3x^2+5x-2.$

(4)**幂的运算法则**:(m,n 都是正整数)

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n};\ \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}(a\neq 0);$$
$$(a^m)^n=a^{mn};\quad (ab)^n=a^nb^n.$$

试一试

计算:

(1) $x\cdot x^6$; (2) $2\times 2^4\times 2^{-3}$; (3) $(a^4)^4$;

(4) $(10^3)^5$; (5) $(2a)^3$; (6) $(-2x^3)^4$.

(5)**常用的乘法公式**:

平方差公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$

完全平方公式: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$

例2 计算下列各式.

(1) $(3x+2)(3x-2)$; (2) $(2m+n)^2$.

解 (1) $(3x+2)(3x-2)=(3x)^2-2^2=9x^2-4.$

(2) $(2m+n)^2=(2m)^2+2\times 2m\times n+n^2=4m^2+4mn+n^2.$

(6)**因式分解**:多项式的因式分解是把一个多项式化为几个整式的乘积的形式. 多项式的因式分解和整式的乘法是互为相反的变换.

$$x^2+(a+b)x+ab\ \underset{\text{整式乘法}}{\overset{\text{因式分解}}{\rightleftarrows}}\ (x+a)(x+b).$$

例3 把下列各式分解因式.

(1) x^2+3x+2; (2) x^2-y^2+2y-1.

解 (1) $x^2+3x+2=x^2+(2+1)x+2=(x+1)(x+2).$

(2) $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)=x^2-(y-1)^2=(x+y-1)(x-y+1).$

知识点提示

单项式 多项式 整式 幂的运算法则 乘法公式 因式分解

课堂练习

1. 计算:

(1) $y\cdot y^{-3}+y^2\cdot y^{-2}$; (2) $(-3a^2b)^3$.

2. 计算：

(1) $3x^2 \cdot 5x^3$；　　(2) $(3a^2b)^3 \cdot (-4a)$.

3. 计算：

(1) $(\frac{2}{3}xy^2 - 2xy) \cdot \frac{1}{2}xy$；　　(2) $2x^2(x - \frac{1}{2})$.

4. 计算：

(1) $(a-8b)(a+b)$；　　(2) $(x-2)(x+3)$；　　(3) $(2y-1)^2$.

5. 分解因式：

(1) $x^2+2x-15$；　　(2) $a^2+ac-ab-bc$.

1.1.3　分式及其运算

分式：若 A，B 表示两个整式，那么 $A \div B$ 可以用式子$\frac{A}{B}$表示，如果整式 B 中含有字母，式子$\frac{A}{B}(B \neq 0)$叫做分式. A 叫分式的分子，B 叫分式的分母.

分式的基本性质：分式的分子和分母同乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变.

即 $$\boxed{\frac{A}{B}=\frac{A \times M}{B \times M}, \frac{A}{B}=\frac{A \div M}{B \div M}\ (M \neq 0).}$$

分式的符号法则：分式的分子、分母和分式本身的三个符号中，任意改变其中的两个，分式的值不变.

整式和分式统称**有理式**.

想一想

下列六个等式是否成立？

(1) $\frac{a}{b}=\frac{-a}{-b}$；　　(2) $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$；　　(3) $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$；

(4) $\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}$；　　(5) $\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$；　　(6) $\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$.

试一试

1. 当 x 取何值时，下列分式有意义？

(1) $\frac{1}{x+2}$；　　(2) $\frac{x-5}{2x-1}$；　　(3) $x-\frac{2}{x}$.

2. 当 x 取何值时，下列分式的值为零？

(1) $\frac{x+3}{x-2}$；　　(2) $\frac{x^2}{x+7}$；　　(3) $\frac{2x+3}{x}$.

分式的运算：分式的加减法是通过通分进行的，分式的乘除运算是通过约分进行的. 即

加法：$\boxed{\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}=\dfrac{a+b}{c},\ \dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad}{bd}+\dfrac{bc}{bd}=\dfrac{ad+bc}{bd};}$

减法：$\boxed{\dfrac{a}{c}-\dfrac{b}{c}=\dfrac{a-b}{c},\ \dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad}{bd}-\dfrac{bc}{bd}=\dfrac{ad-bc}{bd};}$

乘法：$\boxed{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}=\dfrac{ac}{bd};}$

除法：$\boxed{\dfrac{a}{b}\div\dfrac{c}{d}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc};}$

乘方：$\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}\text{（}n\text{ 为正整数）.}}$

例 4 计算下列各式：

(1) $\dfrac{4a^2}{5b^3}\cdot\dfrac{25b^2}{12a}$；　　(2) $-8xy\div\dfrac{2y}{5x}$.

解 (1) $\dfrac{4a^2}{5b^3}\cdot\dfrac{25b^2}{12a}=\dfrac{4a^2\cdot 25b^2}{5b^3\cdot 12a}=\dfrac{5a}{3b}$；

(2) $-8xy\div\dfrac{2y}{5x}=-8xy\times\dfrac{5x}{2y}=-\dfrac{8x\cdot 5x}{2}=-20x^2$.

例 5 计算下列各式：

(1) $\dfrac{3a-b}{a-b}-\dfrac{2a-b}{a-b}$；　　(2) $\dfrac{x+2y}{y-x}-\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{5x}{y-x}$.

解 (1) $\dfrac{3a-b}{a-b}-\dfrac{2a-b}{a-b}=\dfrac{(3a-b)-(2a-b)}{a-b}=\dfrac{3a-b-2a+b}{a-b}=\dfrac{a}{a-b}$；

(2) $\dfrac{x+2y}{y-x}-\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{5x}{y-x}=\dfrac{x+2y}{y-x}-\dfrac{x+y}{-(y-x)}-\dfrac{5x}{y-x}$

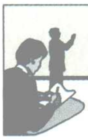
$=\dfrac{x+2y}{y-x}+\dfrac{x+y}{y-x}-\dfrac{5x}{y-x}$

$=\dfrac{x+2y+x+y-5x}{y-x}=\dfrac{3y-3x}{y-x}=\dfrac{3(y-x)}{y-x}=3$.

试一试

下列各式的结果是什么？

(1) $\dfrac{6ab}{5c^2}\cdot\dfrac{10c}{3b}$；　(2) $\dfrac{2m}{5n}\div\dfrac{4m^2}{10n^3}$；　(3) $\left(\dfrac{-3x^3y}{2z^2}\right)^2$.



知识点提示

分式　分式的性质　符号法则　通分　约分