

湖南省教育科学“十一五”规划课题研究成果
学分制条件下中等职业学校教改教材（试用）

各 专 业 公 共 基 础 通 用 模 块

应用数学

（第一册）

《长沙市职业院校学分制的构建与实施研究》课题组 编

国防科技大学出版社

湖南省教育科学“十一五”规划课题研究成果
学分制条件下中等职业学校教改教材(试用)

应用数学

(各专业公共基础通用模块)

第一册

《长沙市职业院校学分制的构建与实施研究》课题组编

主 编 周和平
副主编 刘余良 彭建成 冯庆珍
李 雄 戴光旭 邱建成
编写者 周和平 刘余良 彭建成
李 雄 朱政文 彭胜芬
邱建成 李 鹏 陈春生

国防科技大学出版社

湖南·长沙

元08.13:价定

国防科技大学出版社
内容提要

本书是根据《国务院关于大力发展职业教育的决定》及教育部关于在职业学校逐步推行学分制等文件精神,并结合《中等职业学校数学教学大纲》而编写的。全套教材共分三册。第一、二册为各专业公共基础通用模块。主要内容包括预备知识,集合及其应用,不等式及其应用,函数及其应用,任意角的三角函数及其应用,数列及其应用,直线方程及其应用,二次曲线及其应用。第三册分为理工类专业选用模块和现代服务与财经商贸类专业选用模块。前者主要内容包括平面向量及其应用,两角和与差的三角函数及其应用,复数及其应用,直线与平面及其应用。后者主要内容包括排列与组合及其应用,概率初步及其应用,统计初步及其应用,极限与导数及其应用。

(国防科技大学出版社)

第一册

图书在版编目(CIP)数据

应用数学.第一册/周和平主编. —长沙:国防科技大学出版社,2007.7
ISBN 978-7-81099-431-6

I. 应… II. 周… III. 应用数学—专业学校—教材 IV. O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 097149 号

国防科技大学出版社出版发行
电话:(0731)4572640 邮政编码:410073
<http://www.gfkdcbs.com>

责任编辑:耿 筠 责任校对:唐卫戴
新华书店总店北京发行所经销
国防科技大学印刷厂印装

*

开本:787×1092 1/16 印张:11 字数:153 千
2007 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数:1—8500 册

ISBN 978-7-81099-431-6

定价:13.80 元

编 审 委 员 会

主 任	王建林	黎 奇		
副主任	欧阳玉德	封纪琴	言灿钧	陈珍坤
委 员	周和平	黄一鸣	刘余良	周文华
	肖建军	彭建成	冯庆珍	杨立东
	刘海文	张红专	许名勇	吴泽忠
	吴光国	桑子华	戴光旭	万畅红
	陈昆明	任志涛	罗和平	李松林
	赵小红	陈晓梅	彭文敏	邹 浩
	吴好学	高 泽	周 梁	周文迪
	李明亮	李国忠	贺建辉	沈 平
	何元庆	何广文	张学锋	陈 奎
	李滔滔	胡冬生	李 雄	王虎城

前 言

根据《国务院关于大力发展职业教育的决定》和《教育部办公厅关于在职业学校进行学分制试点工作的意见》以及《教育部关于在职业学校逐步推行学分制的若干意见》的精神,为加快职业教育教学管理制度的改革步伐,我市于2005年秋季在15所职业院校正式启动了学分制试点工作。同时,对学分制的理论与实践开展了全面的研究,《长沙市职业院校学分制的构建与实施研究》课题已于2006年正式列入湖南省教育科学“十一五”规划资助课题。该课题分为五个子课题,其中《学分制条件下教学计划与课程体系研究》属于重点子课题之一,本教材的编写便是该子课题研究的一项重要成果。

为推进职业学校文化基础课程改革,适应我市职业学校学分制教学改革的需要,实施有针对性的个性化教学,按照职业学校学生的实际文化程度和劳动就业的实际需要以及有利于学习者发展的原则,在满足专业教学基本要求的前提下,在广泛调查研究的基础上,我们对职业学校的数学课程目标以及教学内容进行了与时俱进的调整,并组织力量编写了这套适应学分制改革的数学教材。

本套教材的编写,力求突破传统,体现改革创新,突出职教特色。其主要特点如下:

1. 理念新。从职业学校实施学分制改革和教学实际出发,教材在编写过程中,力求遵循“具体→抽象→应用”的编写思路和学生的认知规律,充分展示数学概念的发生发展过程,引导学生积极参与,促进学生动手动脑,注重思想方法,淡化理论推导。

2. **内容精。**本教材在内容的选取上,坚持“宜少不宜多,宜浅不宜深”的原则,不求多而全,力求少而精。本着“从宽从简”和“必需、够用”的指导思想,对数学教学内容进行精选,实现了有效的重组和整合。同时,尽量压缩内容,降低难度,减少课时,增强针对性和实效性。

3. **重应用。**本教材着力突出数学的应用性和实用性。每章都特别安排一节专门介绍数学知识的应用,让学生如临其境,亲身感受数学有用,数学就在身边,激发学生对数学的学习欲望,引导学生运用所学的数学知识解决日常生产、生活中的实际问题。

4. **三贴近。**教材的编写力求做到三贴近。在素材的选取上,尽力贴近生活、贴近实际、贴近学生。概念的呈现力求以实际生活中的事例作为铺垫,使看似抽象的概念具体化,在教材的第一章安排了预备知识,以便学生温故知新,循序渐进,更好地与九年义务教育相衔接。

5. **趣味强。**教材在实例的选取上,力求使学生感到数学好玩、数学有趣。同时,在语言的表述上力求通俗易懂,直观形象,数形结合,便于自学,增强亲近感和可读性。

本套教材采用模块化编写。分为公共基础通用模块和大类专业选用模块。公共基础通用模块由第一册和第二册中的第1章到第8章的内容构成,供各专业学生通用和必修。大类专业选用模块又分为理工类专业模块和现代服务与财经商贸类专业模块。理工类专业模块由第三册中的第9章到第12章的内容构成(用☆号标明),供理工类专业学生选用和选修。现代服务与财经商贸类专业模块由第三册中的第13章到第16章的内容构成(用☆☆号标明),供相应或相近专业学生选用和选修。实施学分制的职业学校理工类专业和现代服务与财经商贸类专业学生在校期间学习第1册、第2册以及第3册的相关内容。经考试考核合格后可获得12个学分。各类专业教学时数约200个学时,建议分3个学期完成。各章教学时数大体安排如下:

教学内容	建议学时	教学内容	建议学时
第1章 预备知识	12	☆第9章 平面向量及其应用	15
第2章 集合及其应用	8	☆第10章 两角和与差的三角函数及其应用	10
第3章 不等式及其应用	15	☆第11章 复数及其应用	15
第4章 函数及其应用	25	☆第12章 直线与平面及其应用	20
第5章 任意角的三角函数及其应用	18	☆☆第13章 排列与组合及其应用	10
第6章 数列及其应用	12	☆☆第14章 概率初步及其应用	15
第7章 直线方程及其应用	14	☆☆第15章 统计初步及其应用	15
第8章 二次曲线及其应用	16	☆☆第16章 极限与导数及其应用	20

本书由周和平任主编,刘余良、彭建成、冯庆珍、李雄、戴光旭任副主编。

参加本册编写的有刘余良、彭胜芬(第1章),彭建成、陈春生(第2章),邱建成、李鹏(第3章),周和平、朱政文、李雄(第4章)。

本书是在参阅国内外大量资料,并集编者多年教学、教研经验的基础上,吸取同类教材的优点编写而成。在教材编写过程中得到了学分制试点学校领导的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,加之各职业学校的具体情况有别,不妥之处在所难免,敬请广大读者批评指正,以便今后修订时逐步完善。

编者

2007年5月

目 录

第 1 章 预备知识及其应用

1.1 二次根式与绝对值	(1)
1.1.1 二次根式	(1)
1.1.2 绝对值	(4)
1.2 多项式与因式分解	(7)
1.2.1 多项式	(7)
1.2.2 因式分解	(10)
1.3 方程与方程组	(14)
1.3.1 一元一次方程及其解法	(14)
1.3.2 一元二次方程及其解法	(15)
1.3.3 二元一次方程组及其解法	(17)
1.3.4 三元一次方程组及其解法	(19)
1.3.5 分式方程及其解法	(20)
1.4 方程与方程组的实际应用	(22)
复习题(一)	(26)

第 2 章 集合及其应用

2.1 集合	(30)
2.1.1 集合的概念	(30)
2.1.2 集合的表示方法	(32)
2.1.3 集合之间的关系	(36)
2.1.4 集合的运算	(38)
2.2 区间	(47)
2.2.1 有限区间	(47)
2.2.2 无限区间	(48)

2.3 集合的实际应用	(50)
复习题(二)	(53)

第 3 章 不等式及其应用

3.1 不等式的概念和性质	(56)
3.1.1 不等式的概念	(56)
3.1.2 不等式的性质	(58)
3.2 不等式的解法	(64)
3.2.1 一元一次不等式及其解法	(64)
3.2.2 一元一次不等式组及其解法	(66)
3.2.3 一元二次不等式及其解法	(69)
3.2.4 含绝对值的不等式及其解法	(71)
3.2.5 线性分式不等式及其解法	(74)
3.3 不等式的实际应用	(77)
3.3.1 均值不等式的应用	(78)
3.3.2 在求不定方程正整数解中的应用	(81)
3.3.3 不等式的其他应用	(86)
复习题(三)	(90)

第 4 章 函数及其应用

4.1 函数	(93)
4.1.1 函数的概念	(93)
4.1.2 函数的表示法	(96)
4.1.3 函数的图像	(99)
4.1.4 几种常用函数	(101)
4.2 函数的基本性质	(112)
4.2.1 函数的单调性	(112)
4.2.2 函数的奇偶性	(114)
4.3 分段函数与反函数	(118)
4.3.1 分段函数	(118)
4.3.2 反函数	(120)

4.4	指数与指数函数	(123)
4.4.1	指数	(123)
4.4.2	指数函数	(128)
4.5	对数与对数函数	(134)
4.5.1	对数	(134)
4.5.2	对数函数	(142)
4.6	函数的实际应用	(146)
4.6.1	在计算税款中的应用	(146)
4.6.2	在成本、收益、利润中的应用	(149)
4.6.3	在其他方面的应用	(155)
复习题(四)		(160)

第 1 章 预备知识及其应用

本章主要复习和回顾初中阶段所学过的二次根式与绝对值、多项式及其因式分解、方程与方程组，为学习后续内容做好铺垫。同时，突出介绍了方程与方程组在生产、生活中的广泛应用，让学习者亲身感受到数学有趣，数学有用，数学好玩，数学就在自己的身边。

1.1 二次根式与绝对值

1.1.1 二次根式

式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式。由于 $\sqrt{a} \geq 0$ ，因此， $\sqrt{a}$ 表示一个非负数，且有 $(\sqrt{a})^2 = a$ 。

例 1 a 为何实数时，下列各式在实数范围内有意义？

- (1) $\sqrt{a-5}$; (2) $\sqrt{a+3}$.

【解】 (1) 因为 $a-5 \geq 0$ ，所以当 $a \geq 5$ 时，式子 $\sqrt{a-5}$ 在实数范围内有意义。

(2) 因为 $a+3 \geq 0$ ，所以当 $a \geq -3$ 时，式子 $\sqrt{a+3}$ 在实数范围内有意义。

二次根式的乘法、除法运算遵循下列法则：

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

注意：在本节中，如果没有特别说明，所有字母都表示正数.

例2 计算：

$$(1) \sqrt{14} \times \sqrt{7}; \quad (2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10};$$

$$(3) \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}; \quad (4) \sqrt{1\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}}.$$

【解】 (1) $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = \sqrt{14 \times 7} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}.$

$$(2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = 3 \times 2 \times \sqrt{5 \times 10} = 6 \times \sqrt{5^2 \times 2} = 30\sqrt{2}.$$

$$(3) \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{72}{6}} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}.$$

$$(4) \sqrt{1\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{1}{6}} = \sqrt{9} = 3.$$

注意：二次根式运算的结果，应该尽量化简.

二次根式的除法运算，通常采用化去分母中的根号的方法来进行.

如计算 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ，可以分子、分母都乘以 $\sqrt{2}$ ，即可化去分母中的根号. 即：

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

像这样把分母中的根号化去，叫做分母有理化.

例3 把下列各式的分母有理化：

$$(1) \frac{3}{\sqrt{6}}; \quad (2) \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}.$$

【解】 (1) $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

$$(2) \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{14}}{21}.$$

我们把满足下列两个条件的二次根式，称为最简二次根式：

- (1) 被开方数的因数是整数，因式是整式；
- (2) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数2.

几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，这几个二次根式就叫做同类二次根式.

在二次根式的加减运算中，应先把各个二次根式化成最简二次根式，再把同类二次根式合并．合并同类二次根式与合并同类项类似．

例4 把下列各式化成最简二次根式：

(1) $\sqrt{12}$; (2) $\sqrt{45a^2b}$.

【解】 (1) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{45a^2b} = \sqrt{3^2 \cdot a^2 \cdot 5b} = 3a\sqrt{5b}$.

例5 计算 $2\sqrt{12} - 4\sqrt{\frac{1}{27}} + 3\sqrt{48}$.

【解】 原式 $= 4\sqrt{3} - \frac{4}{9}\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$$= (4 - \frac{4}{9} + 12)\sqrt{3}$$

$$= \frac{140}{9}\sqrt{3}.$$



练习 1.1.1

1. x 为何值时，下列各式在实数范围内有意义？

(1) $\sqrt{x-3}$;

(2) $\sqrt{3-x}$;

(3) $\sqrt{1+x^2}$;

(4) $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$.

2. 把下列各式化成最简二次根式：

(1) $\sqrt{500}$;

(2) $\sqrt{12x}$;

(3) $\sqrt{3a^2b^3}$;

(4) $\sqrt{4\frac{2}{3}}$.

3. 计算下列各题：

(1) $\sqrt{24} \times \sqrt{42}$;

(2) $\sqrt{6} \times \sqrt{15} \times \sqrt{10}$;

(3) $-\sqrt{17} \div \sqrt{85}$;

(4) $\frac{\sqrt{8.4}}{\sqrt{0.12}}$;

(5) $5\sqrt{2} + \sqrt{8} - 7\sqrt{18}$;

(6) $\sqrt{28} + 9\sqrt{112}$.

1.1.2 绝对值

先看下列问题：

两辆汽车从同一地点 O 出发，分别向东、西方向行驶 10 千米，到达 A 、 B 两点（图 1-1）. 问这两辆汽车行驶的路程（线段 OA 、 OB 的长度）相等吗？

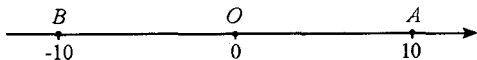


图 1-1

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$ 。

例如，在图 1-1 中， A 、 B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位，所以 10 和 -10 的绝对值都是 10。

即 $|10| = 10$ ， $|-10| = 10$ 。

显然， $|0| = 0$ 。

由绝对值的定义可知：一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0，即

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

易知， $|a| \geq 0$ ，即任何数的绝对值总是一个非负数。

两个负数比较大小，绝对值大的反而小。

例 6 写出下列各数的绝对值：

(1) -4, 0, 3; (2) $a+1$ 。

【解】 (1) $|-4| = 4$ ， $|0| = 0$ ， $|3| = 3$ 。

$$(2) |a+1| = \begin{cases} a+1, & a > -1 \\ 0, & a = -1 \\ -(a+1), & a < -1 \end{cases}$$

注意：求以字母表示的数的绝对值时，必须分不同情况予以讨论。

例7 求下列各式中 x 的值:

(1) $|x| = 2$; (2) $|x - 3| = 1$.

【解】 (1) 因为 $|2| = 2$, $|-2| = 2$, 所以 $x = \pm 2$.

(2) 因为 $|1| = 1$, $|-1| = 1$, 所以 $x - 3 = 1$ 或 $x - 3 = -1$.

即 $x = 4$ 或 $x = 2$.

由于 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$,

因此 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$.

例如, $\sqrt{(-3)^2} \neq -3$, 应为 $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = -(-3) = 3$.



练习 1.1.2

1. 写出下列各数的绝对值:

-125 ; 23 ; -3.5 ; 0 ; $-\frac{3}{2}$; -0.05 .

2. 比较下列各组数的大小:

(1) -3 和 -5 ; (2) -2.5 和 2 .

3. 判断下列说法是否正确:

- (1) 一个数的绝对值越大, 表示它的点在数轴上越靠右;
- (2) 一个数的绝对值越大, 表示它的点在数轴上离原点越远;
- (3) 如果 $|x| = 1$, 那么 $x = 1$;
- (4) 如果 $|x| = |y|$, 那么 $x = y$;
- (5) 如果 $|-x| = |-3|$, 那么 $x = 3$;
- (6) $|a|$ 有时可以是负数.

4. 化简 $\frac{|a-2|}{a-2}$.



习题 1.1

1. x 是怎样的实数时, 下列各式在实数范围内有意义?

(1) $\sqrt{2x}$;

(2) $\sqrt{2x-1}$;

(3) $\sqrt{7+x}$;

(4) $\sqrt{2-x}$.

2. 化简下列各式:

(1) $\sqrt{4 \times 49}$;

(2) $\sqrt{72}$;

(3) $\sqrt{9 \times 16 \times 5}$;

(4) $\frac{1}{4}\sqrt{12a} \times 3\sqrt{3a}$.

3. 计算下列各题:

(1) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}$;

(2) $\sqrt{3\frac{1}{5}} \div \sqrt{1\frac{3}{5}}$;

(3) $\sqrt{\frac{36 \times 9}{121}}$;

(4) $\sqrt{\frac{16b^2c}{a^2}}$.

4. 把下列各式化成最简二次根式:

(1) $6\sqrt{\frac{1}{8}}$;

(2) $10\sqrt{1\frac{4}{5}}$;

(3) $\sqrt{\frac{x}{y}}$.

5. 计算:

(1) $\frac{1}{3}\sqrt{32a} + \frac{\sqrt{8}}{2} - \frac{1}{5}\sqrt{50}$;

(2) $\sqrt{18} - (\sqrt{98} - \sqrt{75} + \sqrt{27})$.

6. 求下列各式中 x 的值:

(1) $|x| = 4$;

(2) $|3x+6| = 3$.

7. x 取什么值时, 下列等式才能成立?

(1) $\sqrt{(x-6)^2} = x-6$;

(2) $|x-2| = 2-x$;

(3) $\frac{x}{|x|} = 1$.

1.2 多项式与因式分解

1.2.1 多项式

观察 $4x$ 、 vt 、 $6a^2$ 、 $\frac{1}{2}ab$ 、 $-\frac{2}{3}xyz$ 这样的式子，它们都是数与字母的积组成的式子，我们把具有这种特点的式子叫做单项式。单独的一个数或一个字母也是单项式。

一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数，单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数。

几个单项式的和叫做多项式。在多项式中，每个单项式叫做多项式的项。其中，不含字母的项叫做常数项。多项式中次数最高的项的次数，就是这个多项式的次数。

如：单项式 xy^3 的系数是 1，次数是 3；多项式 $x^2 + 2x + 18$ 有三项，即： x^2 、 $2x$ 、 18 ，这个多项式的次数是 2 次，称为 2 次三项式，常数项为 18。

单项式和多项式统称为整式。

1.2.1.1 多项式的加减法则

几个多项式相加减的表现形式，通常是用括号把每一个多项式括起来，再用加减号连接。进行多项式加减运算时，首先是去括号，然后再合并同类项。

例 8 求 $\frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2)$ 的值，其中 $x = -2$ ， $y = \frac{2}{3}$ 。

$$\begin{aligned} \text{【解】} \quad & \frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2) \\ &= \frac{1}{2}x - 2x + \frac{2}{3}y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2 \\ &= -3x + y^2. \end{aligned}$$