



高等学校规划教材

GAODENG XUOXIAO GUIHUA JIAOCAI

水力学 (续)

(港口航道与海岸工程及水利水电等专业适用)

高学平 张效先 主编



中国建筑工业出版社

高等学校规划教材

水 力 学 (续)

(港口航道与海岸工程及水利水电等专业适用)

高学平 张效先 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

水力学 (续) / 高学平等主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2008

高等学校规划教材. 港口航道与海岸工程及水利水电等专业适用

ISBN 978-7-112-09868-2

I. 水… II. 高… III. 水力学-高等学校-教材 IV. TV13

; 中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 004881 号

高等学校规划教材

水力学 (续)

(港口航道与海岸工程及水利水电等专业适用)

高学平 张效先 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

世界知识印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 11¼ 字数: 274 千字

2008 年 3 月第一版 2008 年 3 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 22.00 元

ISBN 978-7-112-09868-2

(16572)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本书是由中国建筑工业出版社出版的高等学校规划教材《水力学》的续书。

全书分为6章,内容包括:明渠非恒定流、船闸输水系统水力计算、泥沙运动的基本原理、波动水力学、泄水建筑物下游的水流衔接与消能、高速水流。

本书强调基本概念、基本原理和基本方法,注重培养学生解决实际问题的能力。各章深入浅出,循序渐进。各章均有一定量的例题,每章有小结,并有一定量的思考题和习题。

本书是为港口航道与海岸工程、水利水电工程等专业“水力学”课程编写的教材,亦可作为其他相近专业的教材或参考书,并可供有关专业工程技术人员参考。

* * *

责任编辑:王 跃 吉万旺

责任设计:董建平

责任校对:安 东 王雪竹

前 言

本书是中国建筑工业出版社出版的高等学校规划教材《水力学》的续书。已出版的《水力学》共10章：绪论、流体静力学、流体运动学、流体动力学、流动阻力和能量损失、量纲分析与相似原理、孔口管嘴和有压管流、明渠恒定流、堰流及闸孔出流、渗流。本书共6章，主要内容包括：明渠非恒定流、船闸输水系统水力计算、泥沙运动的基本原理、波动水力学、泄水建筑物下游水流衔接与消能、高速水流。

本教材在编写过程中，贯彻精选内容、理论联系实际、深入浅出、循序渐进的原则，努力做到让学生学以致用，培养分析问题和解决问题的能力。本书强调基本概念、基本原理和基本方法。各章均有一定量的例题，每章有小结，并有一定量的思考题和习题。

在本书编写过程中参考了有关书籍，汲取了其精华，并引用了部分插图，在此，编者向有关作者和出版社表示衷心的感谢。在编写过程中，得到了赵耀南教授等的鼓励和支持，吸收了他们许多的宝贵经验、意见和建议，在这里对他们表示衷心的感谢。

本书采取集体讨论、分工执笔、主编统稿审定的编写方式。参加编写的有：高学平（第11章）；张效先（第12章）；李绍武（第13章）；张庆河（第14章）；杨敏（第15章、第16章）。由高学平、张效先担任主编。

本书适用于港口航道与海岸工程、水利水电工程等专业，亦可作为其他相近专业的教材或参考书，并可供有关专业工程技术人员参考。

由于编者水平所限，书中不妥之处，恳切希望广大读者及专家批评、指正。

编 者

2006年9月15日

目 录

第 11 章 明渠非恒定流	1
11.1 明渠非恒定流动的特征和分类	1
11.2 明渠非恒定渐变流的基本方程	3
11.3 初始条件及边界条件	6
11.4 特征线法	7
11.5 直接差分解法	14
本章小结	24
思考题	25
习题	25
第 12 章 船闸输水系统水力计算	26
12.1 船闸输水系统	26
12.2 短廊道输水系统的水力计算	28
12.3 孔口输水系统灌泄水的水力计算	39
12.4 分散式输水系统灌泄水的水力计算	44
12.5 惯性力影响的计算	47
12.6 廊道阀门后动水压强随时间的变化	50
本章小结	51
思考题	52
习题	52
第 13 章 泥沙运动的基本原理	54
13.1 泥沙的特性	54
13.2 泥沙运动的形式	58
13.3 泥沙的起动	60
13.4 沙波运动	66
13.5 推移质运动	68
13.6 悬移质运动	70
本章小结	77
思考题	79
习题	79
第 14 章 波动水力学	81
14.1 势波的概念	82
14.2 微幅波理论	84
14.3 斯托克斯 (Stokes) 有限振幅波理论	93

14.4	作用在直立墙上的波浪力	96
14.5	作用在孤立结构物上的波压力	105
	本章小结	114
	思考题	114
	习题	115
第 15 章	泄水建筑物下游水流的衔接与消能	116
15.1	水流衔接与消能的主要方式	116
15.2	泄水建筑物下游收缩断面水深的计算	117
15.3	底流消能的水力计算	121
15.4	挑流消能的水力计算	132
15.5	面流消能及戽流消能	140
	本章小结	141
	思考题	142
	习题	142
第 16 章	高速水流	144
16.1	高速水流的脉动压强与水工建筑物的振动	144
16.2	高速水流的空化与水工建筑物的空蚀	151
16.3	高速水流的掺气	156
16.4	急流冲击波	160
	本章小结	170
	思考题	171
	习题	172
附录	矩形断面明槽收缩断面水深及水跃共轭水深求解图	173
	参考文献	174

第 11 章 明渠非恒定流

在明渠中，如各断面的水力要素如流量 Q 、流速 v 、水位 z 以及过水断面面积 A 等沿流程随时间 t 而变化，则称这种流动为明渠非恒定流动。明渠非恒定流动比明渠中的恒定流动概括了更多的自然界的水流现象，例如河道中的洪水涨落、潮汐水流等自然现象；大型船闸的灌泄水、电站日调节、溃坝等，都将在河道中引起非恒定流动。

本章主要阐述明渠非恒定流的特征和分类、明渠非恒定渐变流动的基本方程组以及求解方法。

11.1 明渠非恒定流动的特征和分类

明渠非恒定流动具有如下主要特征：

(1) 水流运动要素随时间与流程而变化是非恒定流的基本特征。如流速、流量、过水断面、水位或水深等都是时间 t 和流程 s 的函数。因此，明渠非恒定流必定是非均匀流。

(2) 明渠非恒定流也是一种波动现象。有压管道中的非恒定流现象，如水击波是弹性波，水体的弹性力和惯性力起着主要作用；而明渠非恒定流是重力波，它是惯性力和重力这两个主要因素所决定的，波传到之处就使该处断面的流量（流速）及水位（水深）发生变化。波传到之处，水面高出或低于原水面的空间称为波体，波体的前锋称为波锋（或波额），如图 11-1 所示。波锋推进的速度称为波速，用 v_w 表示。波锋顶点到原水面的高度称为波高，用 ξ 表示。 v 为过水断面上水流平均流速。

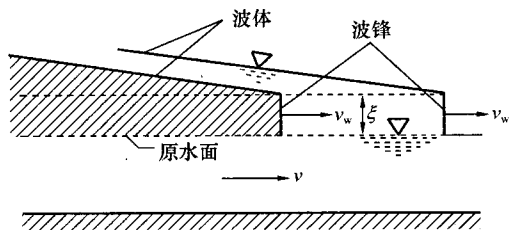


图 11-1 波锋与波速

明渠中的非恒定流的波动与海洋、湖泊以及河流表面因风吹起的波浪运动有本质的区别。波浪中，水质点基本上沿着一定的轨迹作往复循环运动，几乎没有流量的传递，各质点之间有一相位差，形成水面波形的推进，这种波动称为推进波（或振动波）。明渠非恒定流中，不但波形向前传播，同时水质点也向前移动，在波所及区域内，引起当地水位和流量的改变，这种波称为位移波（或传递波）。

(3) 明渠非恒定流中，在波所及之区域内，各过水断面水位流量关系一般不再是单一稳定的关系。在没有冲淤变化的明渠内，在恒定流时其水面坡度是恒定的，故水位与流量呈单值关系，如图 11-2 的虚线所示。在非恒定流时则不同，涨水过程中，同一水位下，非恒定流的水面坡度比恒定流大得多，因而流量也大得多；而落水过程中，同一水位下，非恒定流的水面坡度却比恒定流时小得多，则流量也小得多。由于同一水位下，明渠断面的水面坡度有不同的数值，因此，非恒定流的水位流量关系为一多值关系，如图 11-2 所

示的绳套形曲线。还应当指出，非恒定流情况下，过水断面上的水面坡度、流速、流量、水位最大值并不在同一时刻出现。例如涨水过程中，由于洪水的传递，水面坡度增加得很快而首先出现最大值，而后依次出现最大流速、最大流量、最高水位。落水过程中，首先出现最小流量，然后出现最低水位。

明渠非恒定流动（位移波）分类如下：

(1) 连续波与不连续波

按明渠非恒定流的水力要素随时间变化的剧烈程度，可分为连续波与不连续波，如图 11-3 (a)、(b) 所示。当波动发生过程比较缓慢，其瞬时水面坡度很缓，瞬时流线近于平行直线，这种非恒定流动具有渐变的特性（称为非恒定渐变流），可认为压强沿垂线按静水压强分布，其水力要素是位置和时间的连续函数，这样形成的波称为连续波，如河道中的洪水波、水电站调节所引起的非恒定流均属此类。当波动发生过程很迅速，在一定断面上，水深和流量急剧变化，瞬时水面坡度很陡，甚至有阶梯的形状，这种非恒定流动具有突变的特性，水力要素不再是位置和时间的连续函数，这样形成的波称为不连续波，如溃坝波、潮汐波等属于此类。

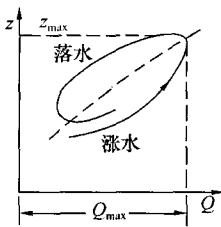


图 11-2 非恒定流水位流量的多值关系

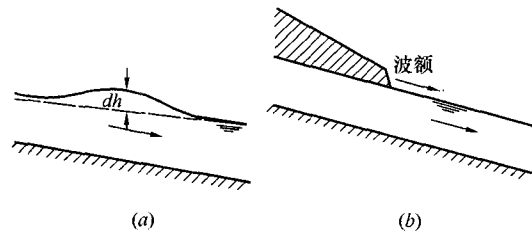


图 11-3 连续波与不连续波

(2) 涨水波和落水波

按波传到之处水面涨落情况，可分为涨水波和落水波。波到之处，水位升高的波称为涨水波（正波）；水位降低的波称为落水波（负波）。

(3) 顺波和逆波

按波的传播方向，可分为顺波和逆波。顺流传播的波称为顺波；逆流传播的波称为逆波。

例如，渠道上闸门迅速开启，如图 11-4 (a) 所示，在闸门的上下游将发生非恒定急变流——不连续波。下游因流量增加，水位迅速上涨，形成顺涨波向下游传播；上游则因

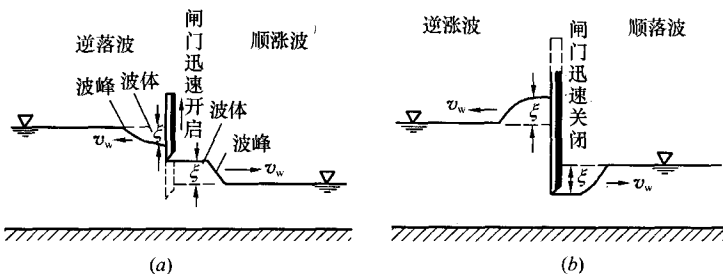


图 11-4 闸门上下游的不连续波

闸孔流量骤然增加水位急剧下降, 形成逆落波向上游传播。反之, 当闸门迅速关闭, 如图 11-4 (b) 所示, 闸门下游形成顺落波; 而闸门上游形成逆涨波。

研究明渠流动的方法很多, 总结起来基本上有四种: 1) 理论分析; 2) 模型试验; 3) 原型观测; 4) 数值解法。以上几种方法在实际应用中常结合起来使用。应当指出, 明渠非恒定流的波动属于浅水波或长波, 分析这种波动必须计入阻力影响, 运动方程常为非线性的。因此, 这类问题中, 数值解法占有十分重要的地位。

11.2 明渠非恒定渐变流的基本方程

明渠非恒定渐变流动的基本方程是表征水力要素与流程坐标 s 和时间 t 的函数关系式, 是由非恒定流的连续性方程和运动方程所组成的。

11.2.1 非恒定流的连续性方程

利用质量守恒定律, 可直接导出非恒定总流的连续性方程。

在图 11-5 (a) 所示的明渠水流中, 取任一河段 ds 来研究。在某一瞬时 t_1 , 其水面为 A_1B_1 , 经过 dt 时间以后, 即在 $t_2 = t_1 + dt$ 时, 水面变化到 A_2B_2 位置。若液体密度 $\rho =$ 常数, 则在 dt 时段内经 1-1 断面流入流段的质量为 $\rho Q dt$, 经 2-2 断面流出的质量为 $\rho \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial s} ds \right) dt$ 。 dt 时段内河段流出和流入质量之差为

$$\rho \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial s} ds \right) dt - \rho Q dt = \rho \frac{\partial Q}{\partial s} ds dt$$

由图 11-5 (b) 可知, 在瞬时 t_1 河段的过水断面面积为 A , dt 时段内变化为 $\frac{\partial A}{\partial t} dt$, 则 dt 时段内河段水体变化为 $\frac{\partial A}{\partial t} dt ds$,

质量变化为 $\rho \frac{\partial A}{\partial t} dt ds$ 。

按照质量守恒定律, 在 dt 时段内, 河段中流出和流入质量之差应等于流段内质

量的变化, 并考虑到 $\frac{\partial Q}{\partial s}$ 和 $\frac{\partial A}{\partial t}$ 符号相反, 可得

$$\rho \frac{\partial Q}{\partial s} ds dt = -\rho \frac{\partial A}{\partial t} dt ds$$

则有

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \quad (11-1a)$$

式 (11-1a) 即是明渠非恒定流的连续性方程。

因 $Q = Av$, $A = A(s, t)$, $\dot{v} = v(s, t)$, 所以

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial(Av)}{\partial s} = A \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial A}{\partial s}$$

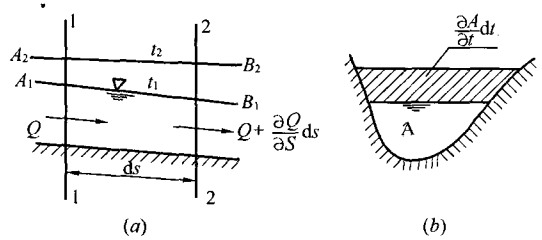


图 11-5 非恒定总流连续性方程的推导

将上式代入式 (11-1a) 得

$$\frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial A}{\partial s} = 0 \quad (11-1b)$$

式 (11-1b) 是明渠非恒定流连续性方程的另一种表达式。

因为

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = B \frac{\partial z}{\partial t}$$

将上式代入式 (11-1a) 得

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \quad (11-1c)$$

式 (11-1c) 是以 Q 、 z 为变量的明渠非恒定流连续性方程。

对于矩形断面明渠, $A=bh$, 式 (11-1b) 可以写为

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial h}{\partial s} = 0 \quad (11-2)$$

式 (11-2) 为矩形断面明渠非恒定流连续性方程。

对于恒定流, $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$, 由式 (11-1a), 则有

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \text{ 或 } Q = \text{const.}$$

即恒定流时流量 Q 沿程不变。

11.2.2 非恒定渐变流的运动方程

应用牛顿第二定律, 可以导出非恒定流的运动方程, 通常是先针对有压管流推导, 得出有压非恒定流的运动方程, 进而考虑明渠无压非恒定流的特点, 将其改写即得明渠无压非恒定流的运动方程。读者可参考相关文献进行推导, 以便加深理解和掌握。这里, 我们直接引用第 4 章的不可压缩实际流体非恒定流总流的基本微分方程式。

第 4 章的不可压缩实际流体非恒定流总流的基本微分方程式为:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} + h_w \right) ds + \frac{\beta}{g} \frac{\partial v}{\partial t} ds = 0$$

它是实际流体非恒定流总流的一般方程式, 当然适用于明渠非恒定流问题。在明渠渐变流中, 测压管水头 $\left(z + \frac{p}{\rho g} \right)$ 即水面高程, 用 z 表示, 并取微分方程式中的 $\alpha = \beta = 1.0$, 则明渠非恒定渐变流的运动方程为

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{v^2}{2g} \right)}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial h_w}{\partial s} = 0 \quad (11-3a)$$

或写为

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial h_w}{\partial s} = 0 \quad (11-3b)$$

式 (11-3a) 和式 (11-3b) 亦称为明渠非恒定渐变流的能量方程式。

对于恒定渐变流, 由于水力要素不随时间变化, 运动方程式 (11-3a) 可简化为

$$\frac{dz}{ds} + \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{dh_w}{ds} = 0 \quad (11-4)$$

对于恒定均匀流，即 $\frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = 0$ ，式 (11-4) 变为

$$-\frac{dz}{ds} = \frac{dh_w}{ds} = J_f = \frac{Q^2}{K^2} \text{ 或 } Q = K\sqrt{J}$$

上式即是熟知的恒定均匀流基本公式。由此可见，当水力要素不随时间变化时，明渠非恒定流运动方程即转化为明渠恒定流运动方程。

在明渠非恒定渐变流中，可以忽略局部损失而仅考虑沿程损失，则式 (11-3) 中的 $\frac{\partial h_w}{\partial s}$ 可写为 $\frac{\partial h_f}{\partial s}$ ，称为摩阻坡度，以 J_f 表示，可近似按恒定均匀流的摩阻坡度来计算，即

$$J_f = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{v^2}{C^2 R}$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{Q^2}{K^2} = 0 \quad (11-5a)$$

或

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{v^2}{C^2 R} = 0 \quad (11-5b)$$

式 (11-5a) 和 (11-5b) 中， $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s}$ 为单位质量液体所具有的惯性力，前项是由当地加速度引起，后项是由迁移加速度引起的； $\frac{\partial z}{\partial s}$ 为水面坡度，是作用于总流 ds 段上单位质量液体上的重力； $\frac{Q^2}{K^2} = \frac{v^2}{C^2 R} = J_f$ 为摩阻坡度，是作用于单位质量液体上的阻力。因此，式 (11-5a) 和 (11-5b) 表明作用于总流 ds 段上所有的力（惯性力、重力和阻力）的平衡关系。

考虑 $v = \frac{Q}{A}$ ，并代入式 (11-5a)，则

$$\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{A} \right) + \frac{1}{2g} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{A^2} \right) + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{Q^2}{K^2} = 0$$

经整理变为

$$\frac{1}{g} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{A^2} \frac{\partial A}{\partial t} \right) + \frac{1}{2g} \left(\frac{2Q}{A^2} \frac{\partial Q}{\partial s} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{\partial A}{\partial s} \right) + \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{Q^2}{K^2} = 0 \quad (a)$$

对于非棱柱体明渠，过水断面 A 是水位 z 和距离 s 的函数，即 $A=A(z, s)$ ，故

$$\frac{\partial A}{\partial s} = \left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z + \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} = \left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z + B \frac{\partial z}{\partial s}$$

其中， $\left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z$ 表示当水位一定时面积 A 沿流程 s 的变化。

将上述 $\frac{\partial A}{\partial s}$ 以及连续性方程 $\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$ 代入上面式 (a)，经整理得

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} - \left(\frac{Q^2 B - gA^3}{A^2} \right) \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{Q^2}{A^2} \left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z + gA \frac{Q^2}{K^2} = 0 \quad (11-5c)$$

或

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} - \left(\frac{Q^2 B - g A^3}{A^2} \right) \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{Q^2}{A^2} \left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z + g \frac{Q^2}{A C^2 R} = 0 \quad (11-5d)$$

由于水头损失总是和水流方向一致，考虑到水流方向的变化， Q 可能取正或负，故 $J_f = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{Q|Q|}{K^2}$ ，所以式(11-5c)可写为

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} - \left(\frac{Q^2 B - g A^3}{A^2} \right) \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{Q^2}{A^2} \left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)_z + g A \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (11-5e)$$

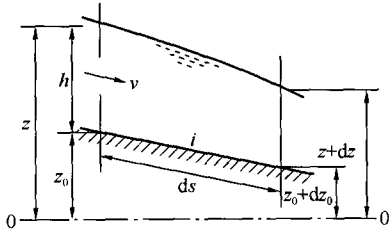


图 11-6 明渠非恒定渐变流

式(11-5a)~式(11-5e)是明渠非恒定渐变流运动方程的不同形式的表达式。

若明渠渠底高程为 z_0 ，水深为 h ，底坡为 i ，水位为 z ，则 $z = z_0 + h$ ， $\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z_0}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s}$ ；而 $\frac{\partial z_0}{\partial s} = -i$ ，故 $\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial h}{\partial s} - i$ ，

如图 11-6 所示。

因此，可以将明渠非恒定流的运动方程(11-3a)中的变量 z 改为变量 h 来表达，即

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s} - i + J_f = 0 \quad (11-6a)$$

或

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s} = i - J_f \quad (11-6b)$$

或

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s} = i - \frac{v^2}{C^2 R} \quad (11-6c)$$

式(11-3)、式(11-5)和式(11-6)是明渠非恒定渐变流运动方程的不同表达形式，应用时以计算方便选取其中之一。

明渠非恒定流的连续性方程式和运动方程式构成了求解明渠非恒定渐变流的基本方程组，该方程组称为圣维南(Saint-Venant)方程组。圣维南方程组属于一阶拟线性双曲偏微分方程组，在一般情况下寻求解析解是十分困难的，通常采用数值解法求其近似解。数值解法很多，除一些简化法外，主要有特征线法、差分法和微幅波理论法等。

11.3 初始条件及边界条件

11.3.1 初始条件

初始条件通常是指非恒定流的起始时刻的水流条件，故常为非恒定流开始前的恒定流的流量与水位，即

$$\left. \begin{aligned} z_{t=t_0} &= z(s) \\ Q_{t=t_0} &= Q(s) \end{aligned} \right\} \quad (11-7)$$

一般而言，初始条件也可以是非恒定流过程中，需要着手开始计算的任何指定时刻的水流条件。起始时，可以是尚未受到扰动的恒定流动，也可以是已经发生了的非恒定流动。

11.3.2 边界条件

发生非恒定流的明渠两端断面应满足的水力条件称为边界条件。

1. 第一边界条件

产生非恒定流的首端断面应满足的水力条件称为第一边界条件，最常见的上游边界条件是渠首断面的流量随时间的变化过程线（如日调节水电站或汛期洪水）或水位过程线，数学表达式为：

$$\left. \begin{aligned} Q_{s=0} &= Q(t) \\ z_{s=0} &= z(t) \end{aligned} \right\} \quad (11-8)$$

如图 11-7 (a) 为单一洪峰所形成的非恒定流流量过程线，11-7 (b) 为电站日调节流量过程线。

2. 第二边界条件

非恒定流可能波及的末端断面应满足的水力条件称为第二边界条件。一般以水位、流量关系来表示，即

$$z_{s=l} = z(Q) \quad (11-9)$$

或渠尾断面上水位保持固定不变，如明渠水流泄入较大水库或湖泊，则以水库或湖泊的水位来表示，即

$$z_{s=l} = \text{const.} \quad (11-10)$$

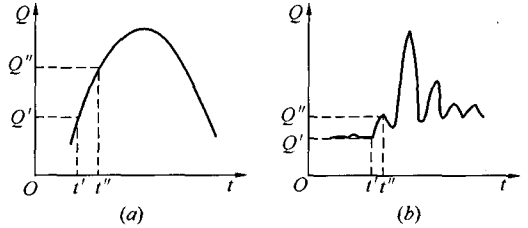


图 11-7 渠首断面边界条件

11.4 特征线法

特征线法是数学上对于拟线性双曲型偏微分方程的一种求解方法。前面已经指出，明渠非恒定渐变流动的基本微分方程组——圣维南方程组属于双曲型方程组。根据偏微分方程理论，这种类型的方程组具有两族特征线，在特征线上，偏微分方程中各物理量之间的关系可以用常微分方程来描述。或者说可以将求解偏微分方程的问题变成在特征线上求解常微分方程的问题。求解常微分方程一般也是用差分法来求其近似解。下面说明如何求解特征方程，并说明其物理意义。

11.4.1 特征方程及其物理意义

考虑最简单的矩形断面及无侧向汇流的情况，如前所述，明渠非恒定渐变流动的基本微分方程组为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} + g \frac{\partial h}{\partial s} &= g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial h}{\partial s} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11-11)$$

通常将方程组 (11-11) 中的两个偏微分方程进行组合，以便把它们化成常微分方程。但方程组 (11-11) 中第一式中各项具有加速度量纲，而第二式中各项具有速度量纲，在组合前将第二式乘以某一函数 λ (λ 具有 T^{-1} 的量纲)，然后与第一式相加，这样便得到：

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} + g \frac{\partial h}{\partial s} + \lambda \left(\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial s} + h \frac{\partial v}{\partial s} \right) = g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right)$$

或写成

$$\lambda \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial h}{\partial s} \right] + \frac{\partial v}{\partial t} + (v + \lambda h) \frac{\partial v}{\partial s} = g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right) \quad (11-12)$$

从式 (11-12) 可以看出, 若令式中 $\frac{\partial h}{\partial s}$ 及 $\frac{\partial v}{\partial s}$ 前面的系数等于 $\frac{ds}{dt}$, 即

$$v + \frac{g}{\lambda} = v + \lambda h = \frac{ds}{dt} \quad (11-13)$$

从而得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + (v + \lambda h) \frac{\partial v}{\partial s} &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{dt} \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial h}{\partial s} &= \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial s} \frac{ds}{dt} = \frac{dh}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (11-14)$$

将式 (11-14) 代入式 (11-12), 式 (11-12) 变为

$$\lambda \frac{dh}{dt} + \frac{dv}{dt} = g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right) \quad (11-15)$$

式 (11-15) 就是一个常微分方程。由此可以清楚地看出, 在式 (11-13) 成立的条件下, 方程组 (11-11) 化成常微分方程式 (11-15)。

解式 (11-13) 得

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{g}{h}}$$

将 λ 再代入式 (11-13) 得

$$\frac{ds}{dt} = v \pm \sqrt{gh} \quad (11-16)$$

式 (11-16) 表明, 在明渠非恒定流动自变量域 $s \sim t$ 平面上的任一点 (s, t) , 具有两个 $\frac{ds}{dt}$ 值或切线方向: $v + \sqrt{gh}$ 称为顺特征方向, 每一点都与顺特征方向相切的曲线称为顺特征线; $v - \sqrt{gh}$ 称为逆特征方向, 每一点都与逆特征方向相切的曲线称为逆特征线。在两条特征线上, 运动方程 (11-15) 相应化为两个特征关系:

$$\frac{dv}{dt} \pm \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{dh}{dt} = g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right)$$

即

$$d(v \pm 2\sqrt{gh}) = g \left(i - \frac{v^2}{C^2 R} \right) dt \quad (11-17)$$

方程式 (11-17) 表明沿这两条特征线上 v 与 h 的变化规律。这样, 就把原来偏微分方程组 (11-11) 化为两对常微分方程。

沿顺特征方向, 有顺特征线方程及其微分关系式:

$$\frac{ds}{dt} = v + \sqrt{gh} \quad (11-18)$$

$$d(v + 2\sqrt{gh}) = g\left(i - \frac{v^2}{C^2 R}\right)dt \quad (11-19)$$

沿逆特征方向，有逆特征线方程及其微分关系式：

$$\frac{ds}{dt} = v - \sqrt{gh} \quad (11-20)$$

$$d(v - 2\sqrt{gh}) = g\left(i - \frac{v^2}{C^2 R}\right)dt \quad (11-21)$$

明渠水流弗汝德数 $Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}}$ ，当水流为缓流时， $Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}} < 1$ ，则 $v < \sqrt{gh}$ ，方程(11-18)中 $\frac{ds}{dt} > 0$ ，而方程(11-20)中 $\frac{ds}{dt} < 0$ ，这说明在明渠非恒定渐变缓流中两族特征线的斜率各为正值、负值，它在 $s \sim t$ 平面上的方向如图 11-8 所示。当水流为急流时， $Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}} > 1$ ，则 $v > \sqrt{gh}$ ，两族特征线的斜率都是正值，它在 $s \sim t$ 平面上的方向如图 11-9 所示。

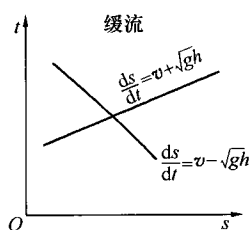


图 11-8 缓流中两族特征线的斜率

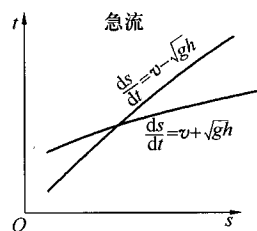


图 11-9 急流中两族特征线的斜率

下面说明方程式 (11-18) 和式 (11-20) 的物理意义。前面已经证明过， \sqrt{gh} 为明渠流动中微干扰波（也称元波）的相对波速 c ，那么 $v \pm \sqrt{gh}$ 即为元波向下游和向上游传播的绝对波速 c' ，所以 $s \sim t$ 平面上经过某一点 (s, t) 的两条特征线的切线方向表示明渠非恒定流动从该断面该时刻出发的元波向上游和向下游的传播速度。特征线方程在 $s \sim t$ 平面上所决定的曲线可看成是元波的轨迹线。在缓流中，元波可向上、下游传播，因而一族特征线指向下游，而另一族则指向上游。在急流中，流速大于元波波速，所以没有元波能逆流上溯，特征线都指向下游。明渠非恒定流动任一断面的水流特性的微小变化都会造成微小的扰动或波动，并通过元波的传播而影响其他断面的水流特性，元波从一个断面经过 dt 时段到达邻近断面时，这两个断面的水流特性（如 v 和 h ）间存在的关系则由特征关系式 (11-19) 和式 (11-21) 所确定。

11.4.2 特征方程组的近似解法

在一般情况下，对特征线的常微分方程进行积分是有很大的困难的，因此以有限差分代替导数，将上述微分方程改为有限差分方程，通过数值计算或图解法求解。

首先把特征方程组改为差分方程。顺特征差分方程及其微分关系式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta s}{\Delta t} &= v + \sqrt{gh} \\ \Delta(v + 2\sqrt{gh}) &= g\left(i - \frac{v^2}{C^2 R}\right)\Delta t \end{aligned} \right\} \quad (11-22)$$

逆特征差分方程及其关系式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta s}{\Delta t} &= v - \sqrt{gh} \\ \Delta(v - 2\sqrt{gh}) &= g\left(i - \frac{v^2}{C^2 R}\right)\Delta t \end{aligned} \right\} \quad (11-23)$$

下面讨论利用方程式 (11-22) 和式 (11-23) 对 $s \sim t$ 平面上指定的变量域内水力要素的求解方法。

1. 域内点的求解

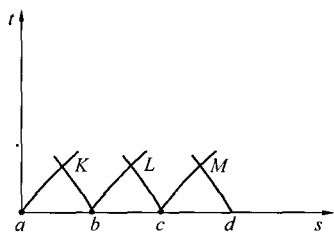


图 11-10 域内点的求解方法

如图 11-10 所示, 根据初始条件, 在 $s \sim t$ 平面上若已知初始时刻 a, b, c, d, \dots 各点的值, 欲求域内邻近的 K, L, M, \dots 诸点的值。现以已知 a, b 两点求 K 点为例加以说明。

在 $s \sim t$ 平面上, 已知 a, b 两点的位置 s, t 和 v, h 值, 由 a, b 出发所作的特征线的交点为 K , 求解 K 点的位置 s_K , t_K 及 v_K, h_K 值。在第一次近似中, 顺逆特征线的函数值都用已知点 a, b 的数值, 则 K 点的位置由下列特征线差分方程确定:

$$\left. \begin{aligned} \frac{s_K - s_a}{t_K - t_a} &= \frac{\Delta s_{Ka}}{\Delta t_{Ka}} = v_a + \sqrt{gh_a} \\ \frac{s_K - s_b}{t_K - t_b} &= \frac{\Delta s_{Kb}}{\Delta t_{Kb}} = v_b - \sqrt{gh_b} \end{aligned} \right\} \quad (11-24)$$

由式 (11-24) 即可求得 Δt_{Ka} 和 Δt_{Kb} 值 (或 s_K 和 t_K 值)。将 Δt_{Ka} 和 Δt_{Kb} 代入以下两个差分方程, 可解出 v_K 和 h_K 的第一次近似值, 即

$$\left. \begin{aligned} v_K + 2\sqrt{gh_K} &= v_a + 2\sqrt{gh_a} + g\left(i - \frac{v_a^2}{C_a^2 R_a}\right)\Delta t_{Ka} \\ v_K - 2\sqrt{gh_K} &= v_b - 2\sqrt{gh_b} + g\left(i - \frac{v_b^2}{C_b^2 R_b}\right)\Delta t_{Kb} \end{aligned} \right\} \quad (11-25)$$

第一次近似求出 $s_K(\Delta t_{Ka}), t_K(\Delta t_{Kb}), v_K, h_K$ 后, 再按下式进行修正:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta s_{Ka}}{\Delta t_{Ka}} &= \frac{v_K + v_a}{2} + \frac{\sqrt{gh_K} + \sqrt{gh_a}}{2} \\ \frac{\Delta s_{Kb}}{\Delta t_{Kb}} &= \frac{v_K + v_b}{2} - \frac{\sqrt{gh_K} + \sqrt{gh_b}}{2} \\ v_K + 2\sqrt{gh_K} &= v_a + 2\sqrt{gh_a} + g\left[i - \frac{1}{2}\left(\frac{v_a^2}{C_a^2 R_a} + \frac{v_K^2}{C_K^2 R_K}\right)\right]\Delta t_{Ka} \\ v_K - 2\sqrt{gh_K} &= v_b - 2\sqrt{gh_b} + g\left[i - \frac{1}{2}\left(\frac{v_b^2}{C_b^2 R_b} + \frac{v_K^2}{C_K^2 R_K}\right)\right]\Delta t_{Kb} \end{aligned} \right\} \quad (11-26)$$

可解出新的一组 $s_K(\Delta t_{Ka}), t_K(\Delta t_{Kb}), v_K, h_K$ 值, 即第二次近似值。