GUANGDONGSHENGAODENGZHIYEYUANXIAOZHAOSHENGKAOSHI

广东省
高等职业院校招生考试
复习指导丛书

数学

（第一轮复习）

刘丹华 著

海南出版社

广东省高等职业院校招生考试复习指导丛书

数　　学

（第一轮复习）

刘丹华　著

海 南 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

广东省高等职业院校招生考试复习指导丛书. 第一轮
复习. 数学 / 刘丹华著. —海口：海南出版社，
2006.6
ISBN 7-5443-1730-7

Ⅰ. 广... Ⅱ. 刘... Ⅲ. 数学课—高等学校：技术
学校—入学考试—自学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 072045 号

责任编辑　华尔纲
封面设计　张幼农

书　名　广东省高等职业院校招生考试
　　　　复习指导丛书·数学（第一轮复习）

著　者　刘丹华

出　版　海南出版社（海口市金盘开发区建设三横路 2 号　邮编：570216）
发　行　海南出版社
印　刷　深圳市美雅奇印务有限公司
　　　　（深圳市福田区车公庙天安工业区天祥大厦 2A　邮编：51800）
开　本　787mm × 1092mm　1/16
印　张　22
字　数　430（千）
版　次　2006 年 9 月第 1 版　2006 年 9 月第 1 次印刷
书　号　ISBN 7-5443-1730-7/G · 724
定　价　28.00 元

编 者 说 明

本书是广东省高职类考试的第一轮复习用书，目的是帮助考生有针对性地进入第一轮复习，使他们在有限时间内进行高效、全面和系统的复习。

本书突出的特点为：第一，在认真研究了广东省“高职考试大纲”，侧重研究考试内容、能力要求和试卷结构的基础上编写的，以谋求复习的针对性、实效性，减轻学生的学习负担和老师的备课负担。第二，研究了近五年来广东省的高职考试试卷，探究解答试题所需的主要知识点及基本解题方法与技能。第三，研究分析了近年来考生的答题状况，并根据得失原因，有的放矢地进行辅导训练。第四，调查和分析了近年来中职学校的高考数学教学情况，了解教学主体与客体喜爱哪类型的教材，使本书不但方便老师教学，也方便学生的自学。第五，本书以讲练相匹配，有利于中职生快速地掌握每类题型的解题方法与技巧。第六，本书的人性化结构模式，不仅可节省任课教师的教学设计时间，加强对数学学习困难学生的辅导，而且极大地方便了学生课前预习、课后巩固复习和及时反馈检查。

本书的编写遵循了中职生学习的特点和规律，充分考虑考生的数学水平与能力，并根据中职学校高考第一轮复习的实际需要，由四个部分组成：代数、平面三角、平面解析几何、模拟试题。每章都由考试要求、单元知识、单元综合复习题及参考答案四部分组成；每节内容又由知识概要、典型例题、跟踪练习和巩固练习构成。典型例题不仅有解答，而且有分析、评注及配套练习。模拟试题由高考标准样题和参考答案两部分组成。无论是章节内容还是模拟试题均能紧扣高职考试内容，这样既有助于考生复习和掌握扎实的基础知识，而且有利于考生把握考试的重点、难点，提高应试能力。此外

还注重应试的实效性，收录了大量的应用性和能力型练习题，配有解题指导和参考答案，使教师和考生在整个复习过程中能够做到“讲练结合，学练结合”，并能及时检验复习效果，增强考生的应试信心。

本书的编写还遵循了因材施教的教学原理，兼顾了A、B、C三个不同层次学生的学习需求。教师在使用本书过程中，应根据所授班级学生的实际情况进行适当地删减，若学生的基础较好，则预备知识这部分不需要上。而每章节设计的一些难度较大、综合性较强的例题及习题，这部分内容放到第二课堂培优活动时间上，可减轻中等和中下层次学生的负担，以提高他们复习的效率。此外，教师在使用本书的过程中，应针对不同层次的学生给予复习指导建议，以提高学生使用本书复习的实效性。最后，希望广大教师与学生在使用本书的过程中，发现问题，总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善与提高。

刘丹华

二○○六年九月

目 录

预备知识

第一节　实数及其运算

一、知识概要

（一）实数系

1. 有理数

整数和分数统称为**有理数**．任何一个有理数都可以写成有限小数（整数看成小数点后是零的小数）或循环小数的形式．如：3.24，$\frac{1}{2}=0.5$，$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$，$8=8.0$ 均为有理数．

2. 无理数

无限不循环小数统称为**无理数**．如 $\sqrt{2}=1.4142153\cdots$；$\pi=3.1415925\cdots$；$e=2.71828\cdots$．

3. 实数

有理数和无理数统称为**实数**．实数可按以下方法分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\left.\begin{array}{c}\text{正整数}\\ \text{零}\end{array}\right\}\text{自然数}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\ \text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

（二）有关实数的基本概念

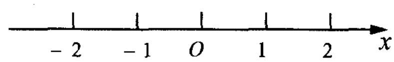

图 0－1

1. 数轴

规定了原点，正方向，单位长度的一条直线称为数轴．（如图 0－1 所示）

每个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反之，数轴上的每一个点又都可以表示一个实数．也就是说：实数和实数轴上的点是一、一对应的．

2. 相反数

只有符号不同的两个数称为相反数，数 a 的相反数是 $-a$．如：-2 和 2 是互为相反数．

3．倒数

1 除以一个数的商叫这个数的倒数．如：3 和 $\frac{1}{3}$，$-\sqrt{2}$ 和 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是互为倒数．

4．绝对值

在数轴上表示数 a 的点到原点的距离叫这个数 a 的绝对值．记为 $|a|$．即

$$|a|=\begin{cases}a & a\geqslant 0,\\ -a & a>0.\end{cases}\quad \text{如：}\ |-4|=4,\ \left|\frac{\sqrt{2}}{2}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

（三）**实数的运算**

1. **运算法则**

（1）加法：两数相加，同号取原来的符号，并把绝对值相加.

（2）减法：两数相减符号取绝对值较大的符号，并用绝对值较大的减去绝对值较小的. 也可利用 $a-b=a+(-b)$将减法转化为加法.

（3）乘法：两数相乘，同号取正，异号取负，并把绝对值相乘.

（4）除法：$a\div b=a\times \frac{1}{b}(b\neq 0)$这样除法转化为乘法.

（5）乘方：$a\times a\times \cdots \times a=a^n$同底相乘，底数不变，指数相加.

（6）开方：如果 $x^n=a$（n 是大于 1 的整数），那么 x 叫做 a 的 n 次方根. 求 a 的 n 次方根运算，叫做把 a 开 n 次方，简称开方. a 叫做被开方数，n 叫做根指数.

正数的奇次方根是一个正数，正数的偶次方根有两个，这两个方根互为相反数，零的 n 次方根都是零. 负数的奇次方根是一个负数，在实数范围内，负数没有偶次方根.

2. **运算律**

（1）加法交换律：$a+b=b+a$

（2）加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

（3）乘法交换律：$ab=ba$

（4）乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$

（5）分配律：$a(b+c)=ab+bc$

评析：有理数的混合运算：先乘方，再乘除，最后算加减，有括号的就先算括号里面的，运算时要灵活运用运算律.

二、典型例题

例 1 在数轴上记出下列数，并分别指出它们的绝对值.

$$-3,\ +2,\ \frac{1}{2},\ -0.5,\ 0,\ 4,\ -1.5.$$

解：

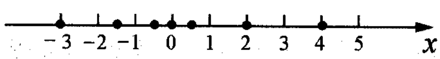

图 0－2

$|-3|=3$，$|+2|=2$，$\left|\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$，$|-0.5|=0.5$，$|0|=0$，$|4|=4$，$|-1.5|=1.5$.

练习 1

在数轴上记出下列数，并分别指出它们的绝对值

$$-\frac{3}{2},\ +1.5,\ \frac{5}{2},\ -2.5,\ 3,\ -0.5.$$

例 2 判断下列命题是否正确，正确的在括号内画“√”，错误的画“×”.

（1）自然数就是正整数（　　）

（2）带有根号的数即为无理数（　　）

（3）3 的平方根为 $\sqrt{3}$（　　）

（4）$|-m|>-m$（　　）

(5) 若两个数互为倒数，则这两个数的乘积等于 1（　　）
(6) 任何实数都有相反数与倒数（　　）
(7) 若 $|a|+|b|=0$，则 a，b 互为相反数（　　）
(8) 若 $x^2<y^2$，则 $x<y$（　　）

分析：(1) ×．0 是自然数但不是正整数．
(2) ×．数 $\sqrt{121}$ 带有根号，但它不是无理数，实际上是有理数 11．
(3) ×．3 的平方根有两个，为 $\pm\sqrt{3}$．
(4) ×．零和负数的绝对值等于 $-m$．
(5) ✓．由 $a=\frac{1}{b}$ 可导出 $ab=1$．
(6) ×．当实数为 0 时，它只有相反数，而没有倒数．
(7) ✓．因 $|a|\geqslant 0$，$|b|\geqslant 0$．所以要使 $|a|+|b|=0$，必需 $|a|=0$，$|b|=0$，即 $a=0$，$b=0$，而 0 的相反数是 0．
(8) ×．因为 $(-2)^2<(-3)^2$，而 $-2>-3$．

练习 2

判断下列命题是否正确，正确的在括号内画“✓”，错误的画“×”
(1) 数轴上每一个点对应着一个实数（　　）
(2) 所有的无限小数都是无理数（　　）
(3) 如果 x 是实数，那么 $-x$ 是负实数（　　）
(4) 对任意实数 a，都有 $a^2\geqslant 0$（　　）
(5) 两个无理数的和一定是无理数（　　）
(6) 所有的偶数都是正数（　　）

例 3　选择题
(1) $|k|<4$ 的自然数 k 有（　　）
A. 6 个　　B. 7 个　　C. 3 个　　D. 4 个
(2) 若 $a<0$，$b<0$，$a>b$，则 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小关系（　　）
A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　C. $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$　　D. 无法确定
(3) 若 $|x-2|=-x+2$，则 x 的取值范围是（　　）
A. $x>2$　　B. $x<2$　　C. $x\geqslant 2$　　D. $x\leqslant 2$
(4) 两个无理数之和（　　）
A. 一定是无理数　　B. 不会是零　　C. 可能是有理数　　D. 负数或零
(5) 如果 m 与 $\frac{1}{3}$ 互为负倒数，那么 m 的值是（　　）
A. 3　　B. -3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

分析：(1) 选 D．因为 $|k|<4$ 的自然数 k 有 0，1，2，3．
(2) 选 B．由 $a<0$，$b<0$ 知 a，b 均为负数，再由条件 $a>b$ 和两个负数中绝对值较大的反而

小得 $0<|a|<|b|$，所以 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$．又∵ $\frac{1}{|a|}=-\frac{1}{a}$，$\frac{1}{|b|}=-\frac{1}{b}$，∴ $-\frac{1}{a}>-\frac{1}{b}$，即 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$．

(3) 选 D．根据绝对值的意义可知 $|x-2|\geqslant 0$，又∵ $|x-2|=-x+2$，∴ $-x+2\geqslant 0$ 得出 $x\leqslant 2$．

(4) 选 C．两个无理数之和可能是无理数也可能是有理数，互为相反数的无理数和即为 0．

(5) 选 B．“互为负倒数”是指符号相反，绝对值互为倒数的两个数．故 $\frac{1}{3}$ 的互为负倒数就是 -3．

练习 3

选择题

(1) 当 s，t 互为相反数，且 $s\neq 0$ 时，则（　　）

A. $\frac{t}{s}>0$　　B. $\frac{t}{s}=0$　　C. $\frac{t}{s}=1$　　D. $\frac{t}{s}=-1$

(2) $\frac{\sqrt{(2-b)^2}}{2-b}$ 的化简结果是（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 1 或 -1　　D. 无法化简

(3) 若 $m=\frac{2}{\sqrt{3}-1}$，$n=\sqrt{3}+1$，则 m，n 的关系（　　）

A. m、n 互为倒数　　B. m、n 互为相反数

C. $m=n$　　D. m、n 互为负倒数

(4) 当 $-1<a<0$ 时，数 a，$-a$，$\frac{1}{a}$，$-\frac{1}{a}$ 中，最大的数是（　　）

A. a　　B. $-a$　　C. $-\frac{1}{a}$　　D. 无法确定

(5) 化简 $3-2x+|2x-3|$ 的结果是（　　）

A. $4x-6$　　B. $6-4x$　　C. 0　　D. 0 或 $6-4x$

例 4　填空题

(1) $\sqrt{2}-1$ 的相反数的倒数是________．

(2) 若 $|a-4|=2$，则 $a=$________．

(3) ________的相反数是它本身，________的倒数是它本身，________的绝对值是它本身．

(4) $\frac{7}{9}$ 的平方根是________，算术平方根是________．

(5) 若 $|x-1|+\sqrt{(y+3)^2}=0$，则 $x-y=$________．

(6) 若 n 是整数，则 $(-1)^{2n}=$________，$(-1)^{2n+1}=$________．

分析：(1) 因为 $\sqrt{2}-1$ 的相反数是 $1-\sqrt{2}$，$1-\sqrt{2}$ 的倒数是 $-(\sqrt{2}+1)$．

(2) 因 $|a-4|=2$，所以 $a-4=\pm 2$，故 $a=6$ 或 $a=2$．

(3) 0 的相反数是 0，1 和 -1 的倒数是本身，非负数的绝对值是它本身．

(4) $\frac{7}{9}$ 的平方根是 $\pm\sqrt{\frac{7}{9}}=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$，算术平方根是 $\frac{\sqrt{7}}{3}$．

(5) 因为$|x-1|\geqslant 0$，$\sqrt{(y+3)^2}=|y+3|\geqslant 0$，且$|x-1|+\sqrt{(y+3)^2}=0$，所以$|x-1|=0$，$\sqrt{(y+3)^2}=0$，故$x=1$或$y=-3$．即$x-y=4$．

(6) 因为n整数，$2n$为偶数，$(-1)^{2n}=1$，$2n+1$为奇数，则$(-1)^{2n+1}=-1$．

练习 4

填空题

(1) 若n的负倒数是$\sqrt{3}-\sqrt{2}$，则$n=$________．

(2) 若$|m|=|-5|$，则$m=$________．

(3) 最小的正整数是________，最大的负整数是________，最小的绝对值是________．

(4) 若c的平方根只有一个，则$c=$________．

(5) 若$|2a+1|+(3b-6)^2=0$，则$ab=$________．

(6) $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)^4=$________，$\left(-\dfrac{3}{2}\right)^3=$________，$\sqrt{\left(-\dfrac{5}{7}\right)^2}=$________．

例 5 计算

(1) $\left(-24\dfrac{6}{7}\right)\div(-6)$；

(2) $-3.5\div\dfrac{7}{8}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)$；

(3) $\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{16}\right)\times 12$；

(4) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^3\times\left(-\dfrac{5}{6}\right)^2$；

(5) $-3\times\dfrac{1}{3}+(-18)\div(-3)^2-1\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3$；

(6) $\left[7\dfrac{3}{4}\div\left(-2\dfrac{4}{7}\right)+\left(-\dfrac{7}{18}\right)\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)\right]\div\left(1\dfrac{1}{6}\right)^2$；

(7) $|-3^2|\times\left(\dfrac{6}{5}\right)^2\div(-0.3)^3+\left[-1+\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2\right]^3-\sqrt{(-251)^2}$．

解：(1) 原式$=24\dfrac{6}{7}\div 6=\dfrac{174}{7}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{29}{7}=4\dfrac{1}{7}$；

(2) 原式$=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{8}{7}\times\dfrac{3}{4}=3$；

(3) 原式$=\dfrac{1}{4}\times 12+\dfrac{1}{6}\times 12-\dfrac{1}{16}\times 12=3+2-\dfrac{3}{4}=4\dfrac{1}{4}$；

(4) 原式$=\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\left(-\dfrac{5}{6}\right)\times\left(-\dfrac{5}{6}\right)=-\dfrac{75}{32}=-2\dfrac{11}{32}$．

(5) 原式$=-1+(-18)\times\frac{1}{9}-1\times(-27)=-1-2+27=24$；

(6) 原式$=\left[\frac{31}{4}\div\left(-\frac{18}{7}\right)+\frac{7}{24}\right]\div\left(\frac{7}{6}\right)^2=\left[\frac{31}{4}\times\left(-\frac{7}{18}\right)+\frac{7}{24}\right]\times\frac{36}{49}=\left[-\frac{217}{72}+\frac{21}{72}\right]\times\frac{36}{49}$

$=-\frac{196}{72}\times\frac{36}{49}=-2$；

(7) 原式$=|-9|\times\frac{36}{25}\div\left(-\frac{3}{10}\right)^3+\left[-1+\frac{4}{9}\times\frac{9}{4}\right]^3-|-251|=9\times\frac{36}{25}\times\frac{1000}{27}+[-1+1]^3-251$

$=480-251=229$.

练习 5

计算下列各式

(1) $(-8)\times\frac{4}{9}\times(-3)\div\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$；

(2) $(-5)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^6\div\left(-\frac{5}{8}\right)^2+(-0.5)^2\times(-5)\times(+2)^6$；

(3) $\{0.32-[14+3\times(4-11)]\}\div(-3)$.

例 6 已知 $(x-1)^2+|y-2|=0$.

(1) 求 x、y 的值；

(2) 求 $\frac{x^2+xy+y^2}{x^3-y^3}$ 的值.

解：(1) $\because$ $(x-1)^2\geqslant0$，$|y-2|\geqslant0$，

又 $(x-1)^2+|y-2|=0$，

$\therefore x-1=0$ 且 $y-2=0$，

即 $x=1$，$y=2$.

(2) 由 (1) 可得：

$$\frac{x^2+xy+y^2}{x^3-y^3}=\frac{x^2+xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{1}{x-y}=\frac{1}{1-2}=-1.$$

练习 6

若 $\sqrt{(2a+5)^2}+|2-3b|=0$，求 $2a^2+6b^2$ 的值.

三、巩固练习

1. 选择题

(1) $a-b$ 的相反数为 (　　)

A. $a-b$　　B. $-a-b$　　C. $a+b$　　D. $-a+b$

(2) $\frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x+9}}$ 的化简结果是 (　　)

A. 1　　B. -1　　C. 1 或 -1　　D. 无法确定

(3) 若 $a=b$，则下列等式不成立的是（　　）

A. $a^2=b^2$　　B. $a^3=b^3$　　C. $|a|=|b|$　　D. $\sqrt{a}=\sqrt{b}$

(4) 若 $|x+y|=0$，则（　　）

A. x 与 y 相等　　B. x 与 y 互为倒数

C. x 与 y 互为相反数　　D. x 与 y 互为负倒数

(5) $x+1$ 与 -4 互为负倒数，则 $x=$（　　）

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $-\dfrac{3}{4}$　　C. $-\dfrac{5}{4}$　　D. 3

2. 填空题

(1) 若 $x^2=0$，则 $x=$______；若 $|2a+6|=1$，则 $a=$______.

(2) 绝对值小于 7 的负整数共有______个，它们的积等于______.

(3) 若 a，b 互为倒数，c，d 互为相反数，则 $ab+(c+d)^2=$______.

(4) 一个数的平方是 0.49，则这个数是______.

(5) 计算：$-\left(\dfrac{3}{2}\right)^3-\left(-\dfrac{7}{4}\right)^2=$______.

(6) 若 $(x-2)^2+|y+3|=0$，则 $3x\div y^2=$________.

3. 计算

(1) $3^4\times\dfrac{1}{27}+\left(-2^2\right)\times\dfrac{1}{2}\div(-2)$；

(2) $-0.25\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)^4\times(-1)^{1999}\times(-6)^3\div\sqrt[3]{\left(-\dfrac{9}{10}\right)^3}$；

(3) $\left\{1+\left[\dfrac{1}{16}-(0.75)^3\right]\times(-2)^4\right\}\div\left(-\dfrac{1}{16}-\dfrac{3}{4}-0.5\right)$；

(4) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3\times\sqrt{(-6)^2}+\sqrt[3]{(-9)^3}\div\left(-3^4\right)-\sqrt{64}$.

4. 已知 $(x-2)^2+(y-3)^2+|z+1|=0$，

(1) 求 x，y，z 的值；　　(2) 求 $x^2-2xy+y^2-z^{10}$ 的值.

第二节　代数式

一、知识概要

（一）代数式

1．定义

用加、减、乘、除、乘方、开方等运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式．用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值．

如：$11ab-3a^2$，$5x-\dfrac{3x^3y^2}{2}$，-3，k 都是代数式．

2. 分类

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

（二）整式

1. 整式的有关概念

只含数字和字母的积的代数式叫做单项式．如：$-2a^2b^3$，$\dfrac{7x^2y^5}{12}$，5，$-6k$．

几个单项式的和组成的代数式叫做多项式．如：$2+3x$，a^2+b^2-4．

单项式和多项式统称为整式.

2．整式的运算

（1）幂的运算法则

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n},\quad a^m\div a^n=a^{m-n},\ (a^m)^n=a^{mn},\ (ab)^n=a^nb^n,\ \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

其中 $a>0$，$b>0$，m，$n\in R$．

(2) 乘法公式

平方差公式　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

完全平方公式　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

立方和与立方差公式

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$，$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$.

完全立方公式

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$，$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2+b^3$.

(3) 合并同类项

在一个多项式中，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做同类项．如：$3a^2b$ 与 $\dfrac{a^2b}{2}$ 是同类项，而 $3a^2b$ 与 $3ab^2$ 不是同类项.

把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项．合并的方法是：把同类项的系数相加，所得结果为系数，字母和字母的指数不变．

(4) 整式的加法和减法

整式的加、减法运算其实就是合并同类项，若遇括号，先去括号，再合并同类项.

(5) 整式的乘法和乘方

整式的乘法和乘方主要运用幂的乘法和乘方的法则．整式的乘法有以下三类：

单项式乘以单项式的方法：把系数之积作为积的系数，并把同底数的幂相乘，对于只有一个单项式里有的字母，连同它们的指数作为积的一个因式．

单项式乘以多项式的方法：用单项式去乘多项式的每一项，再把所得积相加，即 $k(a+b+c)=ka+kb+kc$.

多项式乘以多项式的方法：先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式，再把所得的积相加，即 $(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)=ac+ad+bc+bd$

(6) 整式的除法

涉及幂的除法法则．整式的除法包括单项式除以单项式，多项式除以单项式，以及多项式除以多项式．其中单项式除以单项式是关键，其他两类均要转化为它来运算．

（三）分式

1. 定义

用 A，B 表示两个整式，$A\div B$ 可以表示 $\dfrac{A}{B}$ 的形式．如果 B 中含有字母，式子 $\dfrac{A}{B}$ 就叫分式．简言之，分母中含有字母的式子叫做分式．如：$\dfrac{x^2+2x}{x-1}$ 是分式，$\dfrac{3a-5}{2}$ 不是分式．

评析：区分整式和分式的关键是看分母中是否有字母，若分母中含有字母，就是分式，否则是整式．

2. 分式的基本性质

分式的分子和分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变，即

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M},\quad \frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}\quad (M\text{ 为不等于零的整式}).$$

3. 约分和通分

把一个分式的分子与分母的公因式约去，叫做分式的约分．

分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式．

根据分式的基本性质，把几个异分母的分式化成与原来分式相同的同分母的分式，叫做分式的通分．

4. 分式运算

(1) 加法

先通分，变成同分母的分式，分子相加，分母保持不变，即

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}.$$

(2) 减法

通分，变成同分母的分式，分子相减，分母保持不变，即

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}.$$

(3) 乘法

用分子的积作为积的分子，分母的积作为积的分母，即

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.$$

(4) 除法

将除式的分子、分母颠倒后，与被除数相乘，即

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$$

(5) 乘方

将分子、分母分别乘方，即

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad(n\text{ 为正整数}).$$

评析：分式运算结果必须是最简分式或整式.

（四）二次根式

1. 有关概念

形如 $\sqrt{a}$ $(a\geqslant0)$式子叫做二次根式．如：$\sqrt{2}$，$\sqrt{4xy}$.

符合下列条件的二次根式叫做最简二次根式：

(1) 被开方数的因数是整数，因式是整式；(2) 被开方数中不含能开尽方的因数或因式.

如：$\sqrt{3a}$，$\sqrt{mn}$ 是最简二次根式.

几个二次根式化成最简二次根式以后，如被开方数相同，那么这几个二次根式叫同类二次根式．如：$3\sqrt{5ab}$ 与 $-4\sqrt{5ab}$ 是同类二次根式.

2. 二次根式的性质

① $(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant0)$；

② $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant0),\\-a(a<0);\end{cases}$

③ $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geqslant0,\ b\geqslant0)$；

④ $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}\ (a\geqslant0,\ b>0)$.

3. 二次根式的运算

二次根式加减法实质上是合并同类二次根式，其结果应是最简形式.

二次根式的乘除是根据性质③和④来运算.

4. 分母有理化

(1) 利用性质化简；

(2) 分母有理化：化去分母中的根号，其方法一般是分子、分母同乘以分母的有理化因式，也可以通过约分的方法.

评析：$\sqrt{x}$ 与 $\sqrt{x}$，$\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 与 $\sqrt{x}-\sqrt{y}$，$x+\sqrt{y}$ 与 $x-\sqrt{y}$ 分别是有理化因式.

二、典型例题

例 1 填空题

(1) 当 $a=-\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{2}{3}$ 时，代数式 $\dfrac{a^2+3b}{5a-2b}$ 的值是________.