

高等学校教材

# 高等数学

(第二版)

◎ 主 编 吴建成  
◎ 副主编 曹菊生 陆国平 蒋家尚



高等教育出版社

高等学校教材

# 高等数学

(第二版)

主 编 吴建成  
副主编 曹菊生 陆国平 蒋家尚

高等教育出版社

## 内容简介

本书第一版是教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”数学类子课题项目成果之一。

本书可作为高等数学学时数为120~190的一般本科院校高等数学教材,也适用于各类院校对一元微积分要求较高(参考了硕士研究生数学入学考试内容的要求)而对多元积分学要求略低的专业。主要内容有:一元微积分,微分方程,空间解析几何与向量代数,多元微积分,无穷级数,数学软件 Mathematica 简介等。各章节均配有习题,书末附有参考答案与提示。

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学/吴建成主编.—2版.—北京:高等教育出版社,2008.6

ISBN 978-7-04-023875-4

I. 高… II. 吴… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第067049号

策划编辑 于丽娜 责任编辑 崔梅萍 封面设计 张志 责任绘图 杜晓丹  
版式设计 王莹 责任校对 杨凤玲 责任印制 韩刚

---

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
总 机 010-58581000  
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 中原出版传媒投资控股集团  
北京汇林印务有限公司  
开 本 787×960 1/16  
印 张 34  
字 数 620 000

购书热线 010-58581118  
免费咨询 800-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>  
版 次 2005年6月第1版  
2008年6月第2版  
印 次 2008年6月第1次印刷  
定 价 38.50元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 23875-00

# 编写委员会

主 编

吴 建 成

副 主 编

曹 菊 生 陆 国 平 蒋 家 尚

编 委

(按姓氏笔画)

刘维龙 李志林 宋晓秋 周友明 赵志新

施庆生 郭跃华 郭淑娟 黄清龙

## 第二版前言

本书是教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”数学类子课题的研究成果,自2005年出版以来,被一些本科院校选作高等数学教材。本书的定位和特色得到使用学校的充分肯定,认为本书的出版适应了高等教育大众化背景下应用型人才培养的需要,弥补了同类教材的不足。

在全国高等学校教学研究中心和高等教育出版社的大力支持下,本书的修订工作已被列入“我国高校应用型人才培养模式研究”项目中。依据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制订的最新的工科类本科数学基础课程教学基本要求,同时参考近两年全国硕士研究生入学统一考试数学(二)的大纲,针对应用型人才培养的特点,编者广泛听取使用单位的意见,对教材进行了修订:强化了第一版的特色,即突出知识的应用背景和应用实例,注重数学的思想方法,淡化部分理论与计算技巧,以此激发学生的学习兴趣,提高学生应用数学知识解决实际问题的能力。本版保持了一元微积分部分原有的结构和体系,充实了多元微积分部分的内容,适当调整了一些例题与习题,对部分较难习题增加了解题提示。和其他同类教材相比,本书一元微积分部分适用面较宽,适宜不同层次的教学要求。多元积分学部分在满足教学基本要求的前提下,要求略低。经过此次修订,本书可作为一般本科院校的高等数学教材,也适用于各类院校对一元微积分要求较高,对多元积分学要求略低的专业。

参与此次修订的学校有江苏工业学院、江南大学、江苏科技大学、南通大学、南京工业大学、中国矿业大学、江苏技术师范学院等高校,三峡大学对本书的修订也提出了许多有建设性的意见和建议,在此一并表示感谢。

编者  
2008年2月

# 第一版总序

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要,满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对高校应用型人才培养的各类要求,探索和建立我国高等学校应用型人才培养体系,全国高等学校教学研究中心(以下简称“教研中心”)在承担全国教育科学“十五”国家规划课题——“21世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”研究工作的基础上,组织全国100余所培养应用型为主的高等院校,进行其子项目课题——“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究与探索,在高等院校应用型人才培养的教学内容、课程体系研究等方面取得了标志性成果,并在高等教育出版社的支持和配合下,推出了一批适应应用型人才培养需要的立体化教材,冠以“教育科学‘十五’国家规划课题研究成果”。

2002年11月,教研中心在南京工程学院组织召开了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题立项研讨会。会议确定由教研中心组织国家级课题立项,为参加立项研究的高等院校搭建高起点的研究平台,整体设计立项研究计划,明确目标。课题立项采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式,分期分批启动立项研究计划。为了确保课题立项目标的实现,组建了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题领导小组(亦为高校应用型人才立体化教材建设领导小组)。会后,教研中心组织了首批课题立项申报,有63所高校申报了近450项课题。2003年1月,在黑龙江工程学院进行了项目评审,经过课题领导小组严格的把关,确定了首批9项子课题的牵头学校、主持学校和参加学校。2003年3月至4月,各子课题相继召开了工作会议,交流了各校教学改革的情况和面临的具体问题,确定了项目分工,并全面开始研究工作。计划先集中力量,用两年时间形成一批有关人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系等理论研究成果报告和研究报告基础上同步组织建设的反映应用型人才特色的立体化系列教材。

与过去立项研究不同的是,“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题研究在审视、选择、消化与吸收多年来已有应用型人才探索与实践成果基础上,紧密结合经济全球化时代高校应用型人才培养工作的实际需要,努力实践,大胆创新,采取边研究、边探索、边实践的方式,推进高校应用

型人才培养工作,突出重点目标,并不断取得标志性的阶段成果。

教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱和基础,作为体现教学内容和教学方法的知识载体,在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索、建设适应新世纪我国高校应用型人才体系需要的教材体系已成为当前我国高校教学改革和教材建设工作面临的十分重要的任务。因此,在课题研究过程中,各课题组充分吸收已有的优秀教学改革成果,并和教学实际结合起来,认真讨论和研究教学内容和课程体系的改革,组织一批学术水平较高、教学经验较丰富、实践能力较强的教师,编写出一批以公共基础课和专业、技术基础课为主的有特色、适用性强的教材及相应的教学辅导书、电子教案,以满足高等学校应用型人才的需要。

我们相信,随着我国高等教育的发展和高校教学改革的不断深入,特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的启动和实施,具有示范性和适应应用型人才培养的精品课程教材必将进一步促进我国高校教学质量的提高。

全国高等学校教学研究中心

2003年4月

# 第一版前言

本书是教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”数学类子课题项目成果之一。

高等教育的飞跃发展,要求高等学校张扬个性,办出特色。由此,许多院校形成了具有各自特色的人才培养模式,对高等数学这门公共基础课也提出了不同层次、不同模块的教学要求。在这一背景下,根据一些院校部分专业多年的教学实践经验,在全国高等学校教学研究中心的大力支持下,由江苏工业学院牵头,江南大学,中国矿业大学,江苏科技大学等院校共同参与策划了本书的内容体系,对原江苏工业学院多年使用的讲义作了大幅度的调整、重写。

本书适用于高等数学学时数为120~180学时的本科院校高等数学教材。主要内容有:一元微积分,微分方程,向量代数与空间解析几何,多元微积分,无穷级数。各章节均配有一定数量的习题,其中横线分隔后的习题可在教师指导下选做。

毋庸置疑,深入学习一元微积分可以为学好多元微积分和其他数学课程铺设道路,为后续专业课程打下坚实的基础。因此,本书定位于一般本科院校,针对对一元微积分要求较高,而对多元积分学要求略低的专业编写。编写中一元微积分部分参考了教育部近期颁发的硕士生入学考试对高等数学(二)的基本要求,更注重基本概念、理论以及系统的完整性,有较高的要求;而多元积分学注重基本概念与方法,在例题取舍上要求略低。全书内容展开注重由浅入深,由特殊到一般,力求突出重点,详略得当,难点分散,概念、定理及理论叙述准确、精练,例题、习题经过精选,循序渐进,具有代表性和启发性。

本书还具有如下特点:

1. 一元微积分部分叙述比较详细,内容较多,有一定深度。但若部分内容不讲,也适用于对高等数学要求较低的专业。
2. 书中增加了许多应用性较强的例题供选学,这样可激发读者的学习兴趣。
3. 淡化了一些计算技巧(尤其积分学部分),突出了数学原理与思想(如划分求和、以直代曲,线性化方法),更注重导数部分的理论与应用。
4. 加进了数学软件 Mathematica 简介,并将部分很典型的调用命令作为例

题插入教材中,这样使得软件与教材有机结合为一体。同时由于这种例题很少,对数学软件不熟悉的教师来说,不讲这部分内容不会影响本教材的使用。

编委会全体成员均参与了本书的编写,全书由吴建成统稿。参与本书编写的单位有:江苏工业学院,江南大学,中国矿业大学,江苏科技大学,南京工业大学,苏州科技学院,南通大学,江苏技术师范学院,常州信息职业技术学院。另外,徐明华给出了 **Mathematica** 软件简介,江兴方绘制了全部图形,在此一并感谢。

由于时间匆促,书中肯定会出现疏漏之处,敬请广大读者指正。

编者

2005年3月

# 目 录

第一章 函数与极限	1
第一节 函数	1
一、集合	1
二、一元函数的定义	2
三、函数的几种特性	6
四、反函数	8
习题 1-1	9
第二节 初等函数	10
一、基本初等函数	10
二、复合函数	14
三、初等函数	15
四、双曲函数	15
习题 1-2	17
第三节 数列的极限	18
一、数列	18
二、数列极限的定义	19
三、收敛数列的性质	23
习题 1-3	24
第四节 函数的极限	25
一、自变量趋向无穷大时函数的极限	25
二、自变量趋向有限值时函数的极限	27
三、函数极限的性质	30
习题 1-4	32
第五节 无穷小与无穷大	32
一、无穷小	32
二、无穷大	34
习题 1-5	35
第六节 极限运算法则	36
习题 1-6	40
第七节 极限存在准则 两个重要极限	41

一、极限存在的两个准则 .....	41
二、几个重要不等式 .....	42
三、两个重要极限 .....	45
四、杂例及应用 .....	47
习题 1-7 .....	48
第八节 无穷小的比较 .....	49
习题 1-8 .....	51
第九节 函数的连续性 .....	51
一、函数连续的定义 .....	51
二、函数的间断点 .....	53
习题 1-9 .....	55
第十节 连续函数的运算与初等函数的连续性 .....	55
一、连续函数的和、积及商的连续性 .....	55
二、反函数与复合函数的连续性 .....	56
三、初等函数的连续性 .....	57
习题 1-10 .....	58
第十一节 闭区间上连续函数的性质 .....	58
一、最大值和最小值定理 .....	59
二、介值定理 .....	60
习题 1-11 .....	61
第二章 导数与微分 .....	62
第一节 导数的概念 .....	62
一、引例 .....	62
二、导数的定义 .....	64
三、求导数举例 .....	65
四、导数的几何意义 .....	67
五、函数的可导性与连续性之间的关系 .....	68
习题 2-1 .....	69
第二节 函数的求导法则 .....	70
一、函数的和、差、积、商的求导法则 .....	70
二、反函数的导数 .....	73
三、复合函数的导数 .....	75
习题 2-2 .....	77
第三节 高阶导数 .....	78
习题 2-3 .....	82

---

第四节 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的导数 .....	83
一、隐函数的导数 .....	83
二、对数求导法 .....	85
三、由参数方程所确定的函数的导数 .....	86
四、相关变化率 .....	88
习题 2-4 .....	89
第五节 函数的微分 .....	90
一、微分的概念 .....	90
二、微分的运算公式 .....	93
三、微分的应用 .....	95
习题 2-5 .....	97
第三章 中值定理与导数的应用 .....	99
第一节 中值定理 .....	99
一、罗尔定理 .....	99
二、拉格朗日中值定理 .....	100
三、柯西中值定理 .....	102
习题 3-1 .....	104
第二节 洛必达法则 .....	105
习题 3-2 .....	110
第三节 泰勒中值定理 .....	111
习题 3-3 .....	115
第四节 函数单调性判别法 .....	115
习题 3-4 .....	117
第五节 函数的极值与最值 .....	118
一、函数的极值及其求法 .....	118
二、函数的最值及其求法 .....	122
习题 3-5 .....	125
第六节 曲线的凹凸性与拐点 .....	126
习题 3-6 .....	129
第七节 函数作图 .....	129
一、斜渐近线 .....	129
二、函数作图 .....	130
习题 3-7 .....	133
第八节 曲线的曲率 .....	133
一、曲率的概念 .....	133

二、曲率的计算公式	135
三、曲率圆与曲率半径	136
习题 3-8	137
第九节 方程的近似解	137
一、两分法	138
二、牛顿法	139
习题 3-9	140
第四章 不定积分	141
第一节 不定积分的概念与性质	141
一、原函数与不定积分的概念	141
二、基本积分表	144
三、不定积分的性质	145
习题 4-1	147
第二节 换元积分法	147
一、第一类换元法	148
二、第二类换元法	152
习题 4-2	157
第三节 分部积分法	158
习题 4-3	162
第四节 几种特殊类型函数的积分	163
一、有理函数的积分	163
二、三角函数有理式的积分	166
三、简单无理函数的积分举例	168
习题 4-4	168
第五章 定积分	170
第一节 定积分的概念	170
一、引例	170
二、定积分的定义	173
习题 5-1	175
第二节 定积分的性质	176
习题 5-2	179
第三节 微积分基本公式	180
习题 5-3	185
第四节 定积分的换元法与分部积分法	186
一、定积分的换元法	186

二、定积分的分部积分法	191
习题 5-4	193
第五节 定积分的近似计算	195
一、梯形法	195
二、抛物线法	196
习题 5-5	198
第六节 反常积分初步	198
一、积分区间为无穷的反常积分	198
二、无界函数的反常积分	201
习题 5-6	203
第六章 定积分的应用	204
第一节 定积分的元素法	204
第二节 平面图形的面积	205
一、直角坐标情形	205
二、极坐标情形	207
习题 6-2	209
第三节 体积	210
一、旋转体的体积	210
二、平行截面面积为已知的立体的体积	213
习题 6-3	214
第四节 平面曲线的弧长	215
一、直角坐标情形	215
二、参数方程情形	216
三、极坐标方程情形	217
习题 6-4	218
第五节 定积分的其他应用	219
一、功	219
二、液体压力	220
三、引力	221
四、工程上的应用	222
习题 6-5	225
第七章 常微分方程	227
第一节 常微分方程的基本概念	227
习题 7-1	230
第二节 可分离变量的微分方程	231

习题 7-2 .....	233
第三节 齐次方程 .....	233
习题 7-3 .....	237
第四节 一阶线性微分方程 .....	237
一、一阶线性微分方程 .....	237
二、伯努利方程 .....	241
习题 7-4 .....	242
第五节 可降阶的高阶微分方程 .....	243
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程 .....	243
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程 .....	244
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程 .....	245
习题 7-5 .....	246
第六节 高阶线性微分方程及其解的结构 .....	247
习题 7-6 .....	252
第七节 二阶常系数齐次线性微分方程 .....	252
习题 7-7 .....	256
第八节 二阶常系数非齐次线性微分方程 .....	257
一、非齐次项 $f(x) = P_m(x)e^{\lambda x}$ .....	258
二、非齐次项 $f(x) = e^{\lambda x}[P_l(x)\cos \omega x + P_n(x)\sin \omega x]$ .....	260
习题 7-8 .....	262
第九节 欧拉方程 .....	263
习题 7-9 .....	264
第十节 常微分方程组解法举例 .....	264
习题 7-10 .....	266
第十一节 微分方程应用举例 .....	266
习题 7-11 .....	272
第八章 空间解析几何与向量代数 .....	274
第一节 空间直角坐标系 .....	274
一、空间直角坐标系及点的坐标 .....	274
二、两点间距离公式 .....	275
三、曲面与方程 .....	276
四、空间曲线的一般方程 .....	277
习题 8-1 .....	278
第二节 向量及其运算 .....	278
一、向量的概念 .....	278

二、向量的线性运算	279
三、向量的数量积	283
四、向量的向量积	285
习题 8-2	287
第三节 平面方程	288
习题 8-3	290
第四节 空间直线的方程	291
一、空间直线的一般方程	291
二、空间直线的对称式方程与参数方程	291
三、两直线的夹角	293
四、直线与平面的夹角	293
习题 8-4	294
第五节 几种常见的曲面	295
一、母线平行于坐标轴的柱面	295
二、旋转曲面	296
习题 8-5	300
第六节 空间曲线的参数方程 投影柱面	301
一、空间曲线的参数方程	301
二、空间曲线在坐标面上的投影	302
习题 8-6	304
第九章 多元函数微分法及其应用	305
第一节 多元函数的基本概念	305
一、引例	305
二、二元函数的定义	305
三、二元函数的图形	307
四、二元函数的极限	308
五、二元函数的连续性	309
六、 $n$ 维空间与 $n$ 元函数	310
习题 9-1	311
第二节 偏导数	311
一、偏导数的定义及计算	311
二、高阶偏导数	314
习题 9-2	316
第三节 全微分	317
习题 9-3	320

第四节 多元复合函数的求导法则 .....	321
习题 9-4 .....	326
第五节 隐函数的求导公式 .....	327
一、一个方程确定的隐函数 .....	327
二、由方程组确定的隐函数 .....	329
习题 9-5 .....	329
第六节 多元微分学在几何上的应用 .....	330
一、空间曲线的切线与法平面 .....	331
二、曲面的切平面与法线 .....	333
习题 9-6 .....	335
第七节 方向导数与梯度 .....	336
一、方向导数的概念及计算 .....	336
二、梯度 .....	338
习题 9-7 .....	340
第八节 多元函数的极值与最值 .....	340
一、多元函数的极值与最值 .....	340
二、条件极值 .....	343
习题 9-8 .....	347
第十章 重积分 .....	348
第一节 二重积分的概念与性质 .....	348
一、二重积分的概念 .....	348
二、二重积分的性质 .....	351
习题 10-1 .....	352
第二节 二重积分的计算法 .....	352
一、利用直角坐标计算二重积分 .....	353
二、利用极坐标计算二重积分 .....	358
习题 10-2 .....	361
第三节 二重积分的应用 .....	363
一、曲面的面积 .....	363
二、平面薄片的质心 .....	365
三、平面薄片的转动惯量 .....	366
习题 10-3 .....	367
第四节 三重积分 .....	368
一、三重积分的概念 .....	368
二、三重积分的计算 .....	369