

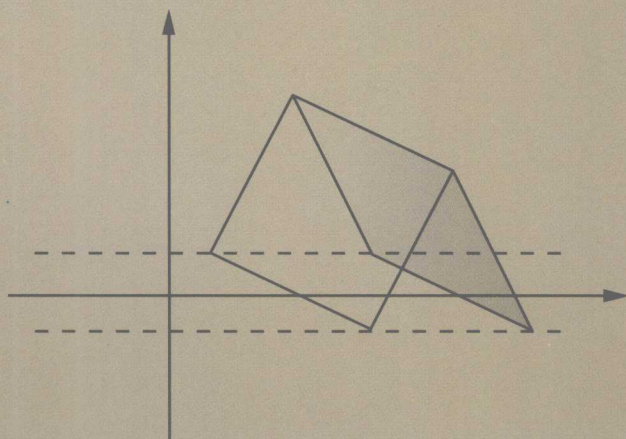
国家级职业教育创新规划教材 职业教育对外交流版基础教材

张学忠
编著

实用数学教程

Practical Mathematic Tutorial

中职中专·技工学校



国防工业出版社

National Defense Industry Press

国家级职业教育创新规划教材
职业教育对外交流版基础教材

实用数学教程

Practical Mathematic Tutorial

(中职中专·技工学校)

张学忠 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

图书在版编目(CIP)数据

实用数学教程(中职中专·技工学校)/张学忠编著.
北京:国防工业出版社,2008.2
ISBN 978-7-118-05425-5

I. 实... II. 张... III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 166885 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 15 字数 261 千字

2008 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 24.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422 发行邮购: (010)68414474
发行传真: (010)68411535 发行业务: (010)68472764

丛书序

本系列教材参考教育部颁发的《高职高专教育基础课程教学基本要求》、《高职高专教育专业人才培养目标及规格》、《中等职业学校数学教学大纲》以及劳动和社会保障部颁发的《数学教学大纲》，为落实**国防科工委关于加强国防科技工业职业教育工作的若干意见**，进一步完善国防科技工业职业教育标准，大力推进精品课程和教材建设，促进中高等职业技术教育课程体系的**相互衔接**；根据飞跃发展的国防工业对职员基本素质的要求，专门为职业技术学院的数学教学而编写，注重实用性。《实用数学教程（中职中专·技工学校）》，适用于中级阶段的教学。《实用数学教程（高职高专·技师学院）》，适用于高级（大专）阶段的教学。为满足中职中专中技学生和部队学员中途参加高校对口单招或成人高考的需要，增加了供选修的阅读材料，学有余力的学生可补充学习阅读材料中的有关内容。《数学总复习试题详解》供参加高考的学生训练研习用。全书内容充分考虑了起步阶段分别与普通初中和普通高中的数学课程相衔接，高职高专高技毕业终点与专科升本科教学相衔接，教学阶段中与各种类型班之间的数学课程相衔接，教学过程中的具体内容与电子、电气、计算机、数控、机械类专业基础课程相衔接。全书所配图形采用国产优秀 CAD 软件 CAXA 及其它软件联合进行精确制作，彻底解决了困扰数学教材的图形效果问题。

为了覆盖和满足绝大部分职业院校对基础数学的要求，适应多层次教学的需要，本系列教材实行模块式设计，可按专业任务驱动模式安排教学，也可按常规模式安排教学，任课教师可根据生源特点和学制长短具体选择一种模式及教材的相应教学内容。系列教材适用于初中起点 3+2 或 2+2 年制大专班、高级技工班，高中或中职起点 3 年制大专班、高级技工班、技师班，以及初中起点 3 年制中职中专班、中技班以及成教班。

本系列教材来自于数学基础与技术技能复合型教师的精心构思,来自于一线教师数十年的教学实践,来自于老一代知识分子的热心指教,来自于现代计算机科学与 CAD 绘图技术的帮助。献给高职高专、技师学院、高级技工学校、中职中专和技工学校的学生以及部队院校中的大专和中专学员,愿广大读者学得轻松、开心。

《数学基础与技术技能复合型教师精心构思,来自于一线教师数十年的教学实践,来自于老一代知识分子的热心指教,来自于现代计算机科学与 CAD 绘图技术的帮助。献给高职高专、技师学院、高级技工学校、中职中专和技工学校的学生以及部队院校中的大专和中专学员,愿广大读者学得轻松、开心。

本系列教材来自于数学基础与技术技能复合型教师的精心构思,来自于一线教师数十年的教学实践,来自于老一代知识分子的热心指教,来自于现代计算机科学与 CAD 绘图技术的帮助。献给高职高专、技师学院、高级技工学校、中职中专和技工学校的学生以及部队院校中的大专和中专学员,愿广大读者学得轻松、开心。

前言

人类进入 21 世纪,其生产、生活、思维方式发生了深刻的变化。职业技术教育已成为当代社会教育的重要组成部分,职业技术学院的数学基础教学也需要上一个新的台阶,以适应科学技术与社会经济发展的需要。由于职业技术学院的生源特点,在数学教材的编写与教学方法上,需要用通俗易懂的方法和语言说明复杂难懂的概念,降低多数读者的学习难度。在内容的选配上,需要考虑计算机的普及和电子技术的飞速发展,机电一体化的趋势与数控加工技术的广泛应用。根据上述指导思想,对数学基础课程进行了精心规划,并作全新编写,以适应职业技术学院不同技术专业 and 不同层次的生源要求。

笔者希望能编出一部既能适应时代要求,又能符合职业院校生源特点的教材,力求站在学生的角度,做到概念准确,层次清晰,语言简洁流畅,易学易懂且实用,经得起读者的检验。一部教材编写的成功与否,最终是由读者来评判的,由于笔者学识水平有限,书中不妥与错误之处敬请读者批评指正,以便再版修订时采纳。笔者承诺:对于同一问题第一位反映的读者给予奖励,请发往专用 E-mail 信箱 zhang096618@yahoo.com.cn 并留址。

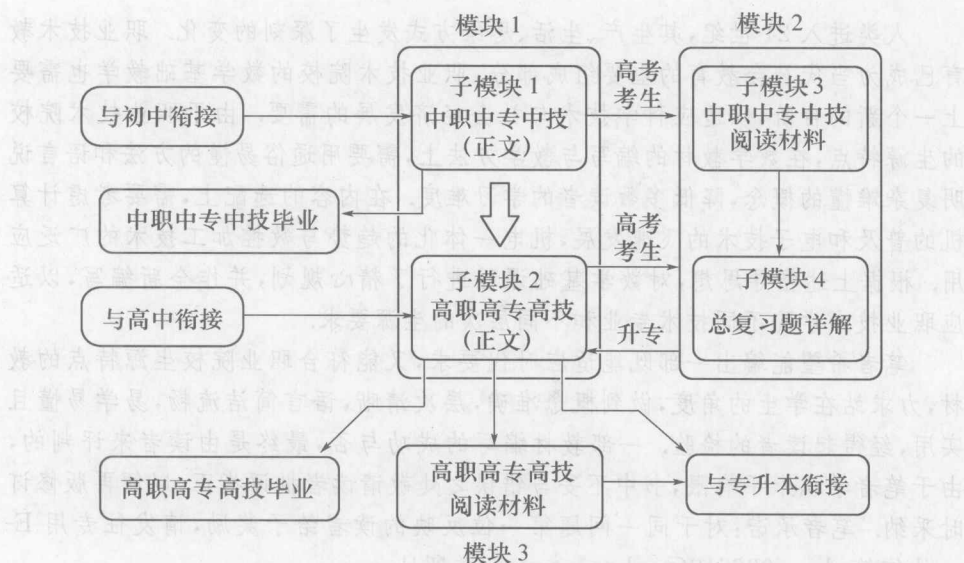
在编写过程中,曾得到下列同志的指导、协助和支援,特在此表示衷心的感谢。

姓名	毕业院校	工作单位	指导、协助、帮助或支援项目
张志能	同济大学城市规划系	江苏南通市规划局	教育规划
高俊杰	南京大学物理系	安徽省合肥市职教中心	职业教育与教学教材的编写
张学兰	上海交通大学计算机系	合肥市无线电三厂	计算机与电子数控技术
严 斌	清华大学水利工程系	江苏南通中远钢结构厂	计算机组装、维护与应用
曹启华	北京航空航天大学	国营 6214 厂	机械加工与空间几何

北航海尔软件公司、江苏科技大学、江西九江师范学院给予笔者友情帮助,在此表示诚挚的谢意。

作者

系列化模块式实用数学教程结构示意图



授课内容与课时大纲的详细参考资料见附录一教学大纲。

作者简介:

主 编 张学忠,“双师”型数学讲师,机械技师,1975年毕业于江苏科技大学(现名)舰船动力专业,1981年毕业于江西九江师范学院数学系。曾从事国防工业技术工作,后在原第六机械工业部某重点中学执教八年,1989年开始从教于南通职业大学技师部。兴趣:青少儿教育系统研究。

副主编 张滨海, 复旦大学. 王晓波, “双师”型讲师, 电气技师. 王晓冬, 数学讲师.

初 审 张利峰,复旦大学.

协 审 朱 斌, 北京大学.

目 录

[第一篇 基础内容]

第 1 章 平面解析几何

1.1	平面上两点间的距离	1
1.1.1	平面直角坐标系的建立	1
1.1.2	平面上两点间的距离	2
1.2	平面上线段的定比分点	3
1.3	圆的方程	5
1.3.1	把曲线看做动点的轨迹以建立方程	5
1.3.2	由方程画出曲线	6
1.4	三角函数的定义	7
1.4.1	直角坐标系中的角度	7
1.4.2	平面直角坐标系中三角函数的定义	9
1.5	三角函数的公式	12
1.5.1	三角函数的第二类诱导公式	12
1.5.2	两角和与差的三角函数	14
1.5.3	三角函数的其它公式	16
1.5.4	余弦定理	18
1.5.5	正弦定理	20
1.5.6	正弦定理与余弦定理的几何证明(参考材料)	22
1.6	平面上的直线方程	24
1.6.1	直线的倾斜角	24
1.6.2	直线的斜率	24
1.6.3	特殊位置的直线方程	25
1.6.4	点斜式直线方程	26
1.6.5	斜截式直线方程	27

1.6.6	一般式直线方程	28
1.6.7	截距式直线方程	30
1.6.8	两点式直线方程	30
1.6.9	两直线之间的关系	32
1.7	函数的定义域与值域	36
1.7.1	实数与数轴	36
1.7.2	函数的定义域与值域	37
1.7.3	函数的单调性	38
1.8	线性函数及其反函数的图形	40
	测试题	42
1.9	幂函数及其反函数的图形	43
1.9.1	根式	43
1.9.2	零指数和负指数	44
1.9.3	分数指数	45
1.9.4	幂函数及其反函数	46
1.9.5	奇函数与偶函数	50
1.10	指数函数和对数函数的图形	52
1.10.1	对数	52
1.10.2	指数函数和对数函数	54
1.11	弧度制	57
1.11.1	弧度制的定义	57
1.11.2	弧度制与角度制之间的换算	58
1.11.3	扇形面积公式	59
1.12	正弦函数与反正弦函数的图形	60
1.12.1	正弦函数	60
1.12.2	反正弦函数	62
1.13	正弦型函数的图形(选学内容,电类专业必学)	64
1.13.1	正弦型函数	64
1.13.2	正弦型函数的图形做法(草图)	65
1.14	正切函数与反正切函数的图形	67
1.14.1	正切函数的图形	67
1.14.2	反正切函数的图形	68
	测试题	69
1.15	椭圆	70

1.15.1	椭圆的定义	70
1.15.2	椭圆的几何画法	72
1.15.3	旋转椭球面的光学和声学性质	73
1.16	双曲线	74
1.16.1	双曲线的定义	74
1.16.2	旋转双曲面的光学和声学性质	76
1.17	抛物线	77
1.17.1	抛物线的定义	77
1.17.2	旋转抛物面的光学和声学性质	80
1.17.3	圆锥曲线的统一定义(参考材料)	80
1.18	参数方程与极坐标方程	82
1.18.1	参数方程的建立	82
1.18.2	化参数方程为普通方程	84
1.18.3	参数方程的画图方法	86
1.18.4	渐开线与压力角(选学内容,机械类专业必学)	87
1.18.5	极坐标系	88
1.18.6	由曲线建立极坐标方程	89
1.18.7	等速螺线(选学内容,机械类专业必学)	91
1.18.8	直角坐标与极坐标之间的关系	92
1.18.9	由极坐标方程画出曲线	94
	复习题	95

第2章 复数

2.1	复数的概念	97
2.2	复数与平面向量	99
2.3	复数代数形式的运算	102
2.3.1	复数代数形式的加减法	102
2.3.2	复数代数形式的乘除法	104
2.4	复数的其它形式	106
2.5	复数的开方运算	109

第3章 数的进位制

3.1	记数法	112
3.2	十进制与其它进制之间的相互转换	113
3.3	八进制与二进制之间的相互转换	115

第4章 集合与逻辑代数	117
4.1 集合的基本概念	117
4.2 命题	119
4.3 基本运算:并集以及逻辑加	122
4.3.1 关系符与运算符	122
4.3.2 并集运算以及逻辑加运算	123
4.4 基本运算:交集以及逻辑乘	125
4.4.1 交集运算以及逻辑乘运算	125
4.4.2 一元二次不等式的代数解法	128
4.5 基本运算:补集以及逻辑非	129
4.6 逻辑运算的定律(选学内容,电类专业必学)	131
4.6.1 逻辑变量、逻辑函数	131
4.6.2 逻辑代数恒等式的证明	133
4.6.3 逻辑代数的基本定律	135
4.6.4 逻辑代数三规则	135
4.6.5 逻辑代数式的化简	136

[第二篇 技能训练材料]

第5章 通用型计算器的操作(105型为例)	139
------------------------------	-----

[第三篇 阅读材料]

第6章 几何体的计算	
6.1 空间直角坐标系中的点、线、面	149
6.2 柱体	152
6.3 锥体	156
6.4 球体	159
6.5 多面体	162
第7章 排列与组合	
7.1 排列	170
7.2 组合	173

第8章 数学归纳法与二项式定理

8.1 数学归纳法	176
8.2 二项式定理	179

第9章 概率与统计

9.1 基本概念	182
9.2 概率	182
9.3 事件和的概念与互斥事件的概率	188
9.4 事件积的概念与相互独立事件的概率	190
9.5 概率的加法原理与概率的乘法原理	192
9.6 离散型随机变量的期望与方差	196

第10章 不等式

10.1 一次函数的图形与一元一次不等式	201
10.2 二次函数的图形与一元二次不等式	202
10.3 直线分割平面	203
10.4 二元一次不等式组	205
10.5 绝对值不等式	206
10.6 算术平均、几何平均与调和平均	208

附录一 教学大纲	211
----------------	-----

附录二 《实用数学教程(高职高专·技师学院)》目录	222
---------------------------------	-----

第一篇 基础内容

第 1 章 平面解析几何

1.1 平面上两点间的距离

1.1.1 平面直角坐标系的建立

用代数的方法来研究几何图形性质的学科叫做解析几何,它是几何学的一门分科.解析几何一般分为平面解析几何和空间解析几何.

在平面上,任意取定一点 O ,经过 O 点作两条互相垂直的直线 OX 、 OY ;在两条直线上分别选取它们的正方向;以 O 点为起点,在两条直线上以一个单位长分别标上长度单位,使它们成为坐标轴 OX 、 OY .这样,就建立了一个平面直角坐标系. O 点称为原点,原点、单位长、正方向是平面直角坐标系的三要素.如图 1-1 所示. OX 称为横坐标轴,简称横轴; OY 称为纵坐标轴,简称纵轴.平面直角坐标系也叫笛卡儿直角坐标系,简称笛卡儿坐标系.

如图 1-2 所示,建立了平面直角坐标系之后,对于平面上任意点 A ,可确定它的坐标如下:过 A 点作两条直线,分别和坐标轴 OX 、 OY 平行;它们和坐标轴

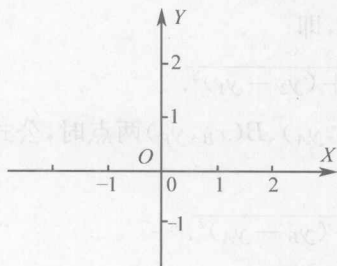


图 1-1

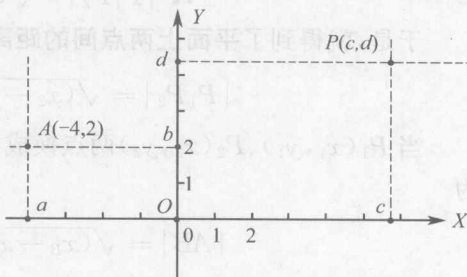


图 1-2

OX 、 OY 依次交于坐标点 a 、 b , A 点坐标就记为 (a, b) , 常常写成 $A(a, b)$. 图中的 A 点实际坐标值为 $A(-4, 2)$.

反过来, 任意给定一个有序实数组 (c, d) , 过坐标轴 OX 的坐标点 c 作坐标轴 OY 的平行线, 过坐标轴 OY 的坐标点 d 作坐标轴 OX 的平行线, 它们在平面上交于唯一的一点 P , 它的坐标就是 (c, d) , 如图 1-2 所示. 这样, 平面上的几何点与有序实数组 (c, d) 之间建立了一一对应关系.

1.1.2 平面上两点间的距离

我们常用 $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$ 、 $\dots$ 不同的字母来表示不同的点坐标, 也可以用相同的字母、不同的下标来表示不同的点坐标, 如 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 、 $\dots$.

如图 1-3 所示, 在平面上任取两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$, 分别过 P_1 、 P_2 作坐标轴 OX 、 OY 的平行线, 则交点 A 的坐标为 (x_2, y_1) .

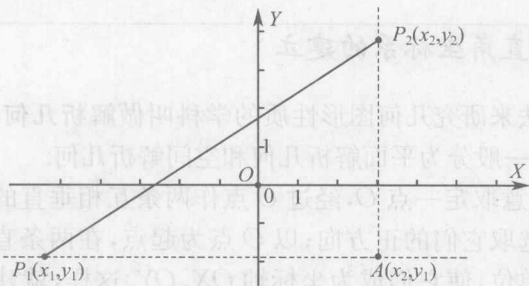


图 1-3

在 $\text{Rt}\triangle P_1AP_2$ 中, $\because |P_1A|^2 = (x_2 - x_1)^2$, $|AP_2|^2 = (y_2 - y_1)^2$,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1A|^2 + |AP_2|^2$$

$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2,$$

$$\therefore |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

于是, 就得到了平面上两点间的距离公式, 即

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

当 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 两点换成 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$ 两点时, 公式常写为

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

例题 求两点 $A(-3, -2)$ 、 $B(1, 4)$ 之间的距离.

解: 根据两点间的距离公式, 有

$$\begin{aligned}
 |AB| &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 &= \sqrt{[1 - (-3)]^2 + [4 - (-2)]^2} \\
 &= \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}.
 \end{aligned}$$

根据题意画出图 1-4.

检验:几何图形测量的结果(近似值)与代数计算的結果(准确值)相符.

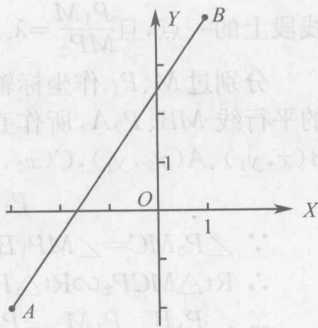


图 1-4

习 题

一、求下列两点之间的距离:

(1) $A(3, -2), B(1, -2)$;

(2) $P_1(-1, 3), P_2(2, -4)$;

(3) $A(x, y), B(0, 0)$;

(4) $P_1(-\frac{2}{3}, 2.5), P_2(\frac{3}{5}, -3)$.

(5) $A(x_1, y_1), B(a, b)$.

二、在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-3, 2), B(1, 3), C(-1, 2)$. 求 $\triangle ABC$ 的周长.

1.2 平面上线段的定比分点

平时,我们常使用英文字母 A, B, C, X, Y, Z , 希腊字母 π [pi]等,以后还要经常使用希腊字母 α [alpha]、 β [beta]、 γ [gamma]、 Δ [delta]、 δ [delta]、 λ [lambda]、 θ [theta]、 Σ [sigma]、 Φ [phi]、 φ [phi]、 ω [omega]和罗马数字 I、II、III、IV等. 上面中括号内的是英文读音;后面的罗马数字分别读做 1、2、3、4.

已知平面上两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$, 如图 1-5 所示, $M(x, y)$ 为 P_1P_2

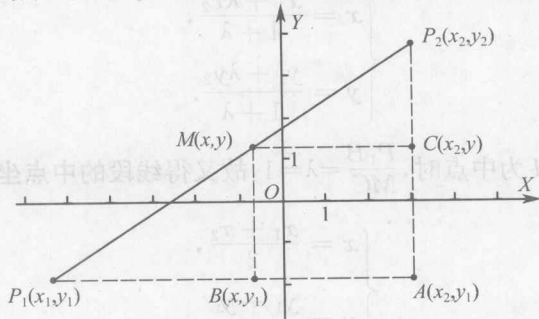


图 1-5

线段上的一点,且 $\frac{P_1M}{MP_2}=\lambda$. 称 M 为 P_1P_2 上的定比分点,定比为 λ .

分别过 M, P_1 作坐标轴 OX 的平行线 MC, P_1A ,分别过 M, P_2 作坐标轴 OY 的平行线 MB, P_2A ,所作直线交点分别记为 B, A, C ,则 B, A, C 坐标分别为 $B(x, y_1), A(x_2, y_1), C(x_2, y)$,且有

$$P_1B = x - x_1, MC = x_2 - x,$$

$$\because \angle P_2MC = \angle MP_1B,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MCP_2 \sim \text{Rt}\triangle P_1BM,$$

$$\text{又} \because \frac{P_1B}{MC} = \frac{P_1M}{MP_2}, \text{即} \frac{P_1B}{MC} = \lambda,$$

$$\text{由此可得} \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \lambda,$$

$$\Rightarrow x - x_1 = (x_2 - x)\lambda,$$

解得

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MCP_2 \sim \text{Rt}\triangle P_1BM,$$

$$\therefore \frac{BM}{PC_2} = \frac{P_1M}{MP_2}, \text{即} \frac{BM}{PC_2} = \lambda,$$

$$\text{由此可得} \frac{y - y_1}{y_2 - y} = \lambda,$$

$$\Rightarrow y - y_1 = (y_2 - y)\lambda,$$

同样的方法可求得

$$y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

$\therefore$ 线段的定比分点的坐标公式为

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}. \end{cases}$$

特殊地,当 M 为中点时, $\frac{P_1B}{MC} = \lambda = 1$,故又得线段的中点坐标公式为

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \end{cases}$$

例题 求把两点 $A(-3, -2)$ 、 $B(1, 4)$ 之间线段分为 $1:2$ 的定比分点 P 的坐标.

解: 设 P 点的坐标为 (x_P, y_P) , 据题意有

$$\frac{AP}{PB} = \lambda = \frac{1}{2},$$

据定比分点的坐标公式有

$$x_P = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda} = \frac{-3 + \frac{1}{2} \times 1}{1 + \frac{1}{2}} = -\frac{5}{3},$$

$$y_P = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda} = \frac{-2 + \frac{1}{2} \times 4}{1 + \frac{1}{2}} = 0.$$

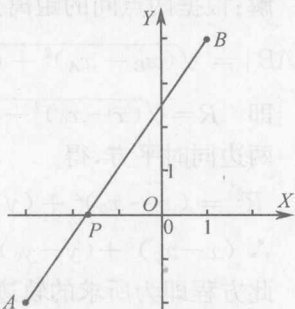


图 1-6

$\therefore$ 定比分点的坐标为 $P(-\frac{5}{3}, 0)$. 如图 1-6 所示.

检验: 几何图形测量的结果(近似值)与代数计算的结果(准确值)相符.

习 题

一、求把两点 $A(-3, 2)$ 、 $B(1, 4)$ 之间线段分为 $3:2$ 的定比分点 P 的坐标.

二、求把两点 $B(-3, -2)$ 、 $A(-1, 4)$ 之间线段分为 $1:3$ 的定比分点 P 的坐标.

三、在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-3, 2)$ 、 $B(1, 3)$ 、 $C(-1, 2)$. 求 AB 、 BC 线段的中点 D 、 E 的坐标以及 DE 的长度.

1.3 圆的方程

1.3.1 把曲线看做动点的轨迹以建立方程

平面曲线可以看做平面上的点因运动而描绘出来的几何图形, 只需点的运