

21世纪

数学教育探索丛书

国际视角下的  
数学教育

# 数学教育： 动态与省思

郑毓信 著

上海教育出版社

21世纪 数学教育探索丛书

丛书主编 顾泠沅

副主编 郑毓信

戴再平

G633.602

6

国际视角下的  
数学教育

# 数学教育： 动态与省思

郑毓信 著

上海教育出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

数学教育:动态与省思/郑毓信著. —上海:上海教育出版社, 2005. 1

(21世纪数学教育探索丛书/顾冷沅主编)

ISBN 7-5320-9830-3

I. 数... II. 郑... III. 数学课—教学研究—中小学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 002084 号

21世纪数学教育探索丛书

## 数学教育:动态与省思

——国际视角下的数学教育

郑毓信 著

上海世纪出版集团 出版发行  
上海教育出版社

易文网:www.ewen.cc

(上海永福路 123 号 邮编:200031)

各地新华书店经销 上海书刊印刷有限公司印刷

开本 890 × 1240 1/32 印张 9.25 插页 4 字数 246,000

2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷

印数 1—5,000 本

ISBN 7-5320-9830-3/G·9574 定价:(软精)19.00 元

## 21 世纪数学教育探索丛书

### 主 编 的 话

长期以来,学校数学教育的实际研究几乎完全集中在固有数学知识的传授上.为了成为一名合格的数学教师,首先必须懂数学,如有可能的话,还必须知道用什么方法将这些知识介绍给学生,教师们由此积累数学教学实践经验.现在,人们已渐渐超越了这种简单化的方法,因为数学教育可以提出许多需要回答的理论问题.如果一个数学教师打算使学生更好地学习这门课程,并在教育总构架下发挥充分而适当的作用,那么他就必须回答诸如为什么教、教什么、教谁、怎样教以及效果如何等问题,这样,学科教育的一般理论研究便受到普遍关注.到了世纪之交,探讨数学教育理论问题的著作日见其丰,数学教学经验的总结也以惊人的速度在增加,但人们终于发现,在理论与实践结合的中介环节上却相对薄弱,囿于经验的描述与紧迫的时代需求不相吻合,追求理想的假设与常态的学校生活差距太大.于是如下的国际背景凸现在我们面前:各路人马纷纷走出误区,一线的教师开阔理性视野、提升教学能力与水平成为趋势,理论工作者走进学校课堂寻找解决教学问题的大策略成为时尚,学校数学教育在如此强劲的两极张力中作为重要角色被推上了历史舞台.在此转折时期,从国际、国内不同的角度和多元的表达方式来介绍、探讨 21 世纪数学教育的理论与实践问题,观察、思考我国的数学教育,便自然而然地成为编撰这套丛书的宗旨和要义.

事实上,在如上所述的观察、介绍、借鉴乃至思考中,我们必将发现我国今天所发生的许多数学教育的进展甚至问题,都已与国际社会在

数学教育方面所发生的变化有着无法分割的紧密联系:世界正在密切注视这个教育人口最多的国家,我国数学教育的变革和发展已与国际数学教育的发展息息相关.正是在这个意义上,我国数学教育探索已超出了地域时空的限制,其意义已经具有国际特征.正如全球的数学教育必然包括中国的数学教育,并作为其发展的组成部分,我们也应把我国数学教育的研究与发展置于世界数学教育的视野之中.简单化的优劣之辨的做法在这里已不能揭示我国数学教育所包含的全部内涵与价值,而构筑一个相互吸收、富有本民族特色的新地带,也许才是辩证法指引的必由之路.由此而论,我国数学教育的探索需要扩大其研究领域,突破以往的研究方式,不再是东方和西方、传统和现代、理论和实际的六方对峙,而是融入国际意识的跨文化、大系统、重现场(现实复杂性)的研究观念和方法.在此我们应不惜痛下功夫,扫除那种热衷于空谈、浮游于形式的不良习惯,树立实事求是、返璞归真的好风气,使探索的内涵与价值得以真正的升华和张扬.

顾冷沅

## 本书前言

本书是笔者于2001年出版的《数学教育：从理论到实践》的姐妹著作，主要收入了自那时以来新完成的一些论文。除去数学课程改革、建构主义、数学教育的国际比较研究等持续热点以外，本书还以较大篇幅对近年来国际数学教育界新出现的一些研究方向，如数学教育的社会转向、后现代主义与数学教育、语言视角下的数学教育等，进行了综合介绍；另外，如果说前一著作较为注重理论与实际教学活动的密切结合，那么，这一新的著作就更为明显地表现出了对于数学教育国际进展的关注——当然，后者又并非单纯的介绍，而是更加注重从理论高度对此作出独立的分析与思考。最后，这一著作并集中反映了笔者关于数学教育深入发展的若干建设性意见，包括数学教育研究之合理定位、专业化小学数学的创建等。

因而，从总体上说，这就是本书的一些主要特征：第一，理论性。致力于理论层面的分析与思考是笔者的一贯追求，特殊地，本书的主要内容就是从理论层面对数学教育的新近发展作出综合分析与审思。第二，针对性。本书的各个论题与数学教育的现状密切相关，笔者并就以促进我国的数学教育事业作为直接的工作目标。第三，前沿性。关于国际上最新研究的综合介绍与分析应当说具有填补空白的性质。

2002年笔者有幸获得香港大学中英信托基金资助，对香港大学再次进行了为期三个月的学术访问，从而不仅有机会接触到更多的文献和新的信息，也有可能静下心来较为系统地作一些研究和思考。尽管这只能说是为进一步的工作奠定了重要的基础，但如果没有这一机会，很多工作事实上就不可能得以完成。为此特向促成这一访问的梁贯成等

先生表示诚挚的谢意!

这一著作的写作过程也正是我国新一轮数学课程改革逐步开展与深入发展的时期.笔者以为,在面对诸多积极成果的同时我们又应注意保持清醒的头脑,而这事实上也就是我们在努力吸取国际数学教育界最新研究成果时所应采取的一个基本立场,即“放眼世界,立足本土;注重理念,聚焦改革.”十分希望这一著作对于我国数学课程改革的深入发展也能发挥一定的促进作用.

最后,笔者并愿借此机会向这些年来一直给予自己很大支持的各位朋友、特别是身处教学第一线的广大教师表示深切的谢意:虽然我们未必有过直接的交流,但笔者的任何一个进步都离不开各位的关注与鼓励,特别是,正是您们的支持与肯定使笔者真正感受到了工作的价值,从而也才可能在这一方向上不断作出新的努力.“不做空头文章,保持知识分子的独立人格!”愿与各位同仁共勉之!

郑毓信

2004年8月于南京大学

# 目 录

<b>第一部分 国际进展与研究工作的合理定位</b> .....	1
1.1 数学教育的国际进展及其启示 .....	2
1.2 比较与思考:关于深入开展数学教育理论研究的 几点想法 .....	16
1.3 数学教育国际比较研究的合理定位与方法论 .....	24
<b>第二部分 审思数学课程改革</b> .....	34
2.1 审思数学课程改革 .....	34
2.2 简论数学课程改革的基本取向 .....	46
2.3 数学课程改革与教材编写 .....	58
2.4 数学教学方法改革之实践与理论思考 .....	67
<b>第三部分 中国数学教育的界定与建设</b> .....	84
3.1 文化视角下的中国数学教育 .....	86
3.2 “双基”与“双基教学”:认知的观点 .....	98
3.3 中国数学教育的国际“定位” .....	109
<b>第四部分 数学教育的专业化发展</b> .....	116
4.1 专业化小学数学的创建 .....	116
4.2 努力提高我国数学教育专业研究生的培养水准 .....	165
4.3 中国数学教师培养工作的当务之急 .....	178



<b>第五部分 数学教育新视角</b> .....	183
5.1 数学教育研究的社会转向 .....	183
5.2 后现代主义与数学教育 .....	209
5.3 语言与数学教育 .....	245
5.4 建构主义之慎思 .....	264
<b>写在最后 课程改革 2005:发现问题,正视问题,解决问题,不断前进</b> .....	275

## 第一部分 国际进展与研究工作的合理定位

为什么应当从事数学教育的研究？我们又应如何去从事数学教育的研究？这是任何一个数学教育工作者、特别是理论工作者所应经常自问的两个问题。从更为深入的角度看，这直接关系到数学教育研究工作的自觉定位。“放眼世界，立足本土；注重理念，聚焦改革”<sup>〔1〕</sup>——这是笔者为自己在当前所设定的一个基本定位，可以说集中体现了这一著作的基本立场。

首先，所谓“放眼世界”即是指应当高度关注数学教育的国际进展。特别是相对于各项具体的研究工作或一般性的了解而言，我们应更加重视对国际数学教育总体发展趋势的综合分析；我们之所以要关注数学教育的国际进展，主要是为了促进我国的数学教育，在这样的意义上，“立足本土”就表明了“放眼世界”的主要目的，或者说，我们应将这两者看成一个有机的整体。其次，由于课程改革正是我国数学教育界在现今的最大现实，因此，作为“立足本土”这一立场的具体体现，我们在当前就应以数学课程改革为中心积极地去开展数学教育教学研究；然而，就现实而言，理论水平较为低下又不能不说是我国数学教育界的一个明显不足之处，因此，我们应当特别重视研究工作理论水准的提高，从而不仅能够从理论高度对课程改革的各个基本问题、特别是课程改革的基本理念作出更为深入的分析，而且能更好地发挥理论研究对于实际教学工作的指导和促进作用。显然，这也就清楚地说明了“注重理

---

〔1〕 这是笔者2002年10月在香港大学举行的一次数学教育的国际性会议（ICME Comparative Studies）上首次提出的。

念,聚焦改革”的基本涵义。

正是基于上述的立场,在 1.1 节中我们将首先对数学教育国际进展的若干特征与发展取向作出概述,并以此为背景具体指明在当前所应特别重视的一些问题;其次,1.2 节与 1.3 节中关于如何深入开展数学教育的理论研究以及数学教育国际比较研究合理定位的论述显然就可被看成“放眼世界,立足本土”这一基本立场的具体体现或实际应用。

### 1.1 数学教育的国际进展及其启示

个人要谈论数学教育的国际进展应当说不是是一件很容易的事,之所以选择这样一个题目则主要是为了突出强调“放眼世界、立足本土”的重要性,更希望通过抛砖引玉能引起更多同志的关注乃至直接参与这一方面的工作。

#### 一、从先前的相关文章谈起

1997 年自己曾有机会对欧洲各国和中国港台地区进行了较为长期的学术访问,回来后根据自己的了解,特别是参照中国台湾“国科会”科学教育发展处数学教育学门(科)资源整合规划小组的有关文件,写了“数学教育研究之关键性论题与发展趋势”这样一篇文章(《数学教育学报》,1998 年第五期),从以下几个方面对国际上数学教育的发展趋势和热点问题进行了分析:

(1) 数学教育的专业化与国际化;(2) 数学教育的全民化;(3) 建构主义与数学教育哲学;(4) 认知科学与数学教育;(5) 计算机与数学教育;(6) 问题解决;(7) 民俗数学;(8) 数学教育评价;(9) 数学师资培养;(10) 大学数学教育。

尽管自 1997 年以来已经有七个年头过去了,但是,笔者以为,我们仍可以此为基本框架对国际上数学教育的最新发展作出新的考察与概括;当然,由于情况的变化(和个人的局限性),在此已没有必要就以上各个方面逐一作出分析,而将主要集中于以下四点:

第一,数学教育与数学教师的专业化。

“所谓‘专业化’，在此是指数学教育已经成为一门专门的学问。”特别是，“数学教育既不应被认为完全附属于数学，也不应被认为完全附属于教育；毋宁说，数学教育具有自己的特殊问题，并又正是围绕着这些问题，正在形成系统的数学教育理论。”（“数学教育研究之关键性论题与发展趋势”，《数学教育学报》，1998年第五期）

就现今而言，数学教育的专业化可以说已为人们所普遍接受，我们并可在更多的方面看到这种专业化的取向。例如，人们现今所强调的已不只是学科本身的专业化，而且也包括了教师的专业化，而后者所强调的主要是这样一个事实：数学教师不应被看成一种普通的职业（*job*），而是像医生、律师一样代表了一个“知识性的专门职业”（*profession*）。这也就是说，为了成为一名合格的数学教师，必要条件之一就是应很好地掌握本专业的专门知识。进而，创造性和一定的自主权又应被看成教学工作的基本要求：“教师应当根据教学内容和学生的需要，并借助各种教学方法在学习过程中发挥主导的作用，创造出教学环境。”

再例如，专业性组织现已在数学教育领域中发挥了越来越重要的作用，而这事实上也可被看成专业化意识不断增强的一种表现。特别是，美国数学教师全国委员会（NCTM）更可被看成这方面的一个典型例子，因为正是其直接策动了美国自20世纪90年代开始的新一轮数学课程改革，从而与传统的“自上而下”的改革运动构成了鲜明的对照。另外，就世界范围而言，我们又应当特别提及国际数学教育委员会（ICMI）的工作，特别是，每四年一届的国际数学教育大会（ICME，第十届大会于2004年在丹麦召开，主要议题可见本节末的【附录一】），以及在世界范围内组织的若干专题研究（统称为“ICMI studies”，详见本节末的【附录二】），这些都对促进数学教育的发展发挥了十分重要的作用。

第二，数学教育的国际化与比较研究的兴起。

国际数学教育委员会的工作显然已在一定程度上表明了数学教育的国际化趋势，特别是其所直接组织的各项专题研究都具有国际合作的性质；另外，数学教育国际比较研究的兴起，例如像“第三届国际数学与科学研究（TIMSS）”那样的国际比较测试，以及由国际数学教育委员

会直接组织的专题研究“不同文化传统中的数学教育:东亚与西方的比较”等,也从又一角度表明了数学教育国际化的趋势:人们现已采取了更为广泛的国际视角,并力图从其他国家的实践获得对于自己工作的有益启示或教训.这也正如国际著名数学教育家毕晓普(A. Bishop)在其主编的《数学教育国际手册》一书的前言中指出的,“数学教育是一项国际性的事业……一个思想或一种实践并不能由一个国家直接移植到另一个国家,但人们无疑可以从具有不同哲学、进行着不同实践的其他同行的经验中学到很多东西.其他国家、其他同行的经验可以为他自己的经验提供有趣的对照。”(《International Handbook of Mathematics Education》,Kluwer,1996,第3页)

应当强调的是,就数学教育的国际比较研究而言,人们已逐步建立起了这样的共识:比较研究所提供的主要是一面镜子(*mirror*),而不是一个蓝本(*blueprint*).这也就是说,比较研究最为重要的作用是帮助各个国家对自己的工作作出更为自觉的总结与反思.(详见1.3节)更为一般地说,笔者以为,这事实上也就应当被看成数学教育国际化的“合理定位”:其追求的不应是完全放弃各个国家和民族所特有的文化和传统,如寻求全球性的标准课程等,而是应当帮助各个国家更好地建立适合自己国情的数学教育,即“数学的教与学如何能在各具特色的文化中得到很好的开展”.

### 第三,多视角的研究与必要的聚焦.

如果说认知心理学的研究与建构主义的兴起可以被看成20世纪八、九十年代数学教育研究最为明显的一个特征,那么,在下述的意义上,这一浪潮的高峰期可以说已经过去:人们现已较为清楚地认识到了相应研究的局限性,从而采取了更为广泛的视角.

正如国际数学教育委员会现任副主席安提卡(M. Artigue)所指出的,“越来越多的人认为,作为最早提出的一种理论,建构主义方法在用令人满意的手段模拟数学的学习过程方面是不充分的,因为它没有充分地考虑到学习的社会和文化方面.”(“大学水平数学的教与学”,《数学译林》,2001年第二期)

另外,在一些学者看来,这更应被看成数学教育现代发展的一个基本事实,即其主要的动力或促进因素并非源自数学教育内部,而是依靠从外部各个相关学科吸取了很多有用的观点和思想.在这样的意义上,研究领域的拓宽就可以被看成是数学教育现代发展的一个重要特点.(对此可见 1.2 节)

应当强调的是,相对于单纯的知识面拓宽而言,我们应当更加重视视野的扩展或视角的改变.特别是我们应由唯一强调(或者说,唯一肯定)某种观点转向更加重视对立(或诸多不同)观点的互补与整合.例如,尽管由行为主义向认知心理学的转变可以被说成研究工作的一种深化,但是,我们并不应当因此而行为主义采取绝对否定的态度;毋宁说,与认知心理学一样,这两者事实上都是为心理学的研究提供了一种可能的视角(或者说,理论框架).

再者,在不断拓宽研究领域的同时,我们又应十分注意必要的聚焦.这就是说,我们之所以要采取多种不同的视角和理论,其根本目的就是为了不断深化对于数学学习与教学活动的认识.应当指明的是,后者在一定程度上亦可被看成数学教育研究深入发展的关键所在.例如,在论及数学教育研究的未来发展时,国际数学教育委员会前秘书长尼斯(M. Niss)就曾指出,在过去三十年中,数学教育研究的发展主要表现为领域的扩张,即致力于不遗漏掉任何对于数学的教和学可能具有重要影响的因素;但在今天我们则应更加注意适当的聚焦,也即对于“复杂性的合理归约”(justified reduction of complexity). (详可见“Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education”,《Abstracts of Plenary Lectures and Regular Lectures of ICME - 9》,2000, Japan)

#### 第四,关于现代技术的再思考.

如果说在先前人们通常较为强调现代技术对于数学教育的革命性作用,也即认为现代技术的应用必然会造成数学教育、特别是教学工作的革命性变化,那么,在现今则可说采取了更为现实和理性的态度.对此由网络与远程教学等方面的发展即可清楚地看出.

具体地说,技术的发展不断为改进数学教学提供了各种新的可能

性,如网络显然为学生的学习与教师的教学活动提供了更为丰富的资源,而远程教学则具有超越地域局限的明显优越性.然而,与盲目的乐观情绪不同,人们现今已经能够更为深入地去考虑一些相关的问题,例如,我们应当如何很好地去利用网络中所提供的大量信息?远程教学能否真正成为日常的教学手段,还是只能被用于某些特殊的场合与时间?等等.更为一般地说,我们究竟应当如何去认识现代技术在数学教学中的应用,特别是,它究竟具有什么样的优点与缺点?

因此,就现代技术在数学教育中的应用而言,人们现今可以说已经表现出了更大的自觉性.特殊地,在笔者看来,我们也就从这样的角度去理解国际数学教育委员会所组织的以下一项最新的专题研究(专题17):技术的再思考(*Technology Revisit*).

## 二、若干新的特点

上面已经提到了数学教育现代发展的四个重要特点;除此以外,数学教育的国际进展还具有以下一些新的特点(应当指明,由于个人的局限性,这一分析并没有能够囊括数学教育国际进展的所有方面;另外,由于主要集中于新的发展,因此,也就没有具体地去论及“数学学习心理学”、“数学教育的评价”等持续的热点).

第五,对于教师主导作用与教学方法重要性的再认识.

具体地说,这或许可以被看成建构主义 20 世纪八、九十年代在数学教育界中盛行的一个消极后果:由于突出强调了学生在学习活动中的主体地位(特别是按照极端建构主义的观点,学习是一种纯粹的个人行为,任何的外部干涉都只能起到消极的干扰作用,对此可见 5.4 节),因此,在这些观念的影响下,教师在教学活动中的重要作用就一度被削弱甚至遭到了完全否定.值得指出的是,就一些西方国家而言,此一现象的出现还涉及到了对教学工作“创新性”的不同看法:与东方“熟练的演绎者”(skilled performer)这一形象不同,在一些西方国家好教师被认为应当是一个“创新者”(innovator).这就是说,仅仅演绎出一个标准的课程还不足以被看成一个好教师,甚至会被看成缺乏创造力的表

现——也正因为此,这些国家的教师通常不愿意向有经验的教师学习,甚至不愿意使用某些已经被证明较为有效的教学方法。(详见另文“三种不同的数学教学模式——《教学的差距》简介”,郑毓信,《数学教育:从理论到实践》,上海教育出版社,2001)

然而,后一种情况近年来已经发生了重要的变化.例如,在2002年10月于中国香港召开的国际比较研究会议上,美国著名比较教育研究专家斯丁格勒(J. Stigler)就曾提及,在先前美国数学教育界通常较为注意学生的方面,而现在则已认识到了教师是提高教学质量的关键因素;进而,就如何改进教师的工作而言,人们在先前往往往比较注意如何招募更为优秀的人材来充实教师队伍,以及如何提高教师的素质,现在则已开始认识到教学方法的重要性.

应当指明,对于教师与教学方法重要性的再认识事实上并不只限于上述的西方国家,而是代表了国际数学教育界的普遍取向,后者并就是与前面提到的“数学教师的专业化”直接相联系的.例如,在2001年召开的第十届国际数学教育大会(ICME-10)国际程序委员会的第一次会议上,与会者就明显地表现出了对于教师专业化发展的共同关注:哪些知识对于数学教师来说是必需掌握的?教师进修应达到什么样的标准?由谁来对教师进行培训?我们又应如何为教师提供更多的支持和发展的机会?等等.(详见另文“走向ICME-10”,载《中学数学教学参考》,2001年第十期)

第六,研究工作表现出了更大的自觉性.

这里所谓的“自觉性”,主要是指对于总结与反思性工作的普遍重视,包括对研究立场与方法论的深入探讨,从而在一定程度上体现了由不自觉状态向自觉状态的重要转变.

对于所说的变化,由以下一些著作或专题研究的名称就可清楚地看出:《关于数学课程的再思考》(《Rethinking the Mathematics Curriculum》,ed. by C. Hoyles & C. Morgan & G. Woodhouse, Falmar, 1999),《数学教育作为研究领域的界定》(《Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity》, ed. by A. Sierpinska 等,



Kluwer, 1998), “Technology Revisit” (ICMI Studies 17), “In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education” (K. Leung, 2002) 等。再如前面已提及的, 在论及数学教育研究的未来发展时, 国际数学教育委员会前秘书长尼斯曾指出, 相对于研究领域的拓宽而言我们现今应当更加注意适当的聚焦, 而且, 相对于特殊现象的研究而言我们又应更加重视普遍性理论的建设——显然, 这些论述同样表明了研究工作的高度自觉性。

值得指出的是, 由于数学教育是一个处于积极发展之中的新的研究领域, 因此, 就现实而言就明显地暴露出了“学科界限模糊”、“研究内容极度多样化”、“研究方法缺乏必要的规范”等弊病。显然, 对于这些问题我们不应简单地归结为“前进中的缺点”置之不理, 而应通过认真的总结与深刻的反思逐步予以解决。在这样的意义上, 上述的由不自觉状态向自觉状态的转变事实上应当被看成数学教育研究深入发展的必然要求, 并构成了数学教育专业化的必由途径。

例如, 作为由国际数学教育委员会直接倡导的专题研究“数学教育作为研究领域的界定”的实际出发点, 人们提出了以下五个问题: (1) 什么是数学教育研究的特殊对象? (2) 数学教育研究的目的是什么? (3) 什么是数学教育研究的特殊研究问题? (4) 什么是数学教育研究的成果? (5) 应当采用什么样的标准对数学教育研究的成果进行评价? 显然, 这些问题也是每一个数学教育研究者都应认真考虑的, 因为只有这样, 相应的研究工作才能真正成为自觉的行为, 从而也才有可能取得更多、更好的成果。

#### 第七, 课程改革一波三折。

数学课程改革也是各国数学教育界当前所面临的一个共同课题, 但是, 从各国的实践看, 一个重要的结论似乎是应当更为清楚地认识课程改革的艰巨性和曲折性。例如, 由美国数学教师全国委员会在 20 世纪 90 年代初所启动的美国新一轮数学课程改革尽管在开始时曾得到了普遍好评; 但是, 随着时间的推移, 这一改革运动也暴露出了众多弊病, 而支持者与反对者更因为意见尖锐对立而演绎出了一场轰轰烈烈