配合《普通高中数学课程标准(实验)》

2009 高考数学复习指导

GAOKAO SHUXUE FUXI ZHIDAO

◎主编 杨俊瑜 况国平

文科

上册

廣東省出版集團
新世纪出版社

配合《普通高中数学课程标准(实验)》

2009
高考数学复习指导

文科·上册

主编　　杨俊瑜　况国平

·广州·
广东省出版集团
新世纪出版社

主　编　杨俊瑜　况国平

编　者　赵银仓　孟胜奇　王振肃　黄云秀
　　　　苏传忠　何作龙　龚建兵　王树玲
　　　　于　涛　张小勇　张智姬　宋鹏辉
　　　　温冬生　赵金国　解兴武　邹仁高
　　　　吕小华　岳永巍　况国平

说　明

本书依据《普通高中数学课程标准(实验)》和2008年高考《考试大纲》及说明，分课时编写，力求做到面向全体学生，注重不同层次学校的教学要求和不同层次学生的学习要求，分层次组织每课时的内容，使不同层次的学生都能通过本书的学习体会成功的喜悦.

本书分文科(上、下册)和理科(上、下册)，其中文科共17章、17份课标与考纲要求、95个课时、15份单元测试题；理科共19章、19份课标与考纲要求、113个课时、16份单元测试题. 本书覆盖了必修系列、必选修系列和任意选修系列高考要求的全部内容. 每章开头配有课标与考纲要求，把课程标准与考试大纲对该章的教学与考试要求进行了系统的归纳；每个课时含考纲要求、基础知识、基本训练、例题精讲、反馈训练、拓展提高、方法总结等七个部分，考纲要求是2008年高考中该节内容的最新要求；基础知识是该节重要知识点的系统归纳；例题和练习的内容则是针对不同层次学生的实际，分层次编写，期望让学生在掌握该节基本知识、基本技能的基础上，逐步掌握该节涉及的数学思想方法和解题方法，品味解题过程，进而形成自我完善和提高的能力；拓展提高部分是为学有余力的学生设计的，是这部分学生进一步提高、探究的平台；方法总结是对该节知识和内容的梳理，通过小结形成方法的归纳和思维的开发、拓展、发散、创新、提高. 本书强调基础，突出高考的重点、热点及能力要求，配有全部例题和练习题的答案及部分题的解答过程，供教师参考.

在使用本书时，首先要发挥教师的主导性，在教学过程中教师应站在学生的思维起点上展示其思维过程，在培养学生思维的过程中给学生留有足够的时间和空间，给学生的思维发展提供平台，同时还要结合学生的实际，决定教学内容的取舍，让不同层次的学生在每一节课都有可以学懂的内容，从而保持旺盛的学习兴趣和强烈的求知欲. 其次要充分发挥学生的学习主动性，本书的例题和练习题具有一定的基础性、综合性、覆盖性和创新性，充分考虑了高考的“热点”，并留有空白供学生书写解题过程，以帮助学生有效达到课标和考纲的要求.

本书的编写人员由对考试大纲和课程标准有着深入探讨和研究的经验丰富的教学一线的教师、高考研究人员组成，在编写过程中我们认真研讨、不断完善，力求通过我们的努力使本书成为复习迎考的精品. 但由于水平有限，或偶有疏忽，本书难免存在一些不足之处，恳切地期望读者的批评和建议，以便再版时修订.

编者

2008年5月

目 录

第一章　集合与常用逻辑用语

集合是现代数学的基本语言，可以简洁、准确地表达数学内容. 学习集合的一些基本知识，会用集合语言表示有关数学对象，并运用集合语言描述生活、社会中的简单问题.

在我们日常交往、学习和工作中，逻辑用语是必不可少的工具. 正确使用逻辑用语是现代社会公民应具备的基本素质.

数学是一门逻辑性很强的学科，表述数学概念和结论、进行推理和论证，都要使用逻辑用语. 需要我们通过学习和使用常用逻辑用语，掌握常用逻辑用语的用法，纠正出现的逻辑错误，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性.

课程标准与考试大纲对本章的要求

1. **集合**

(1)集合的含义与表示

①了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.

②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2)集合间的基本关系

①理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

②在具体情境中，了解全集与空集的含义.

(3)集合的基本运算

①理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.

②理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

③能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

2. **常用逻辑用语**

(1)命题及其关系

①了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.

②了解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系.

(2)简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

(3)全称量词与存在量词

①了解全称量词与存在量词的意义.

②能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

1.1　集合

考纲要求

1. **集合的含义与表示**

(1)了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.

(2)能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

2. **集合间的基本关系**

(1)理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

(2)在具体情境中，了解全集与空集的含义.

3. **集合的基本运算**

(1)理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.

(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

(3)能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

基础知识

1. 集合的含义：研究的对象统称为**元素**，把一些元素组成的总体叫做**集合**. 构成两个集合的元素是一样的，称这两个集合相等.

2. 集合的3个特征：确定性、互异性、无序性.

3. 元素与集合之间用“$\in$”或“$\notin$”符号.

4. 集合的表示：列举法、描述法、Venn图法.

5. 常用的集合：①空集$\varnothing$；②正整数集$\mathbf{N}_+$(或$\mathbf{N}^*$)；③自然数集$\mathbf{N}$；④整数集$\mathbf{Z}$；⑤有理数集$\mathbf{Q}$；⑥实数集$\mathbf{R}$.

6. 子集：对于两个集合A，B，若集合A中任意一个元素都是集合B中的元素，称集合A是集合B的子集. 记为$A\subseteq B$.

真子集：若$A\subseteq B$，且存在元素$x\in B$，$x\notin A$，称集合A是集合B的真子集，记为$A\subsetneqq B$.

子集个数：n个元素的集合有2^n个子集.

子集性质：①$A\subseteq A$；②$A\subseteq B$，$B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$.

7. 空集：不含任何元素的集合称为空集，记为$\varnothing$. 并规定：$\varnothing\subseteq A$.

8. 并集：由所有属于集合A或属于集合B的元素组成的集合称为集合A与集合B的并集，记为$A\cup B$. 即$A\cup B=\{x|x\in A$或$x\in B\}$.

并集性质：$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$，$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup(\complement_U A)=U$.

9. 交集：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的交集，记为 $A\cap B$. 即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$.

交集性质：$A\supseteq A\cap B$，$B\supseteq A\cap B$，$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

10. 补集：如果一个集合含有我们研究问题中涉及的所有元素，称这个集合为**全集**，通常记为 U. 对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，记为 $\complement_U A$. 即 $\complement_U A=\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

补集性质：$\complement_U(\complement_U A)=A$，$(\complement_U A)\cup A=U$，$(\complement_U A)\cap A=\varnothing$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

基本训练

1. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

0 ____ $\mathbf{N}$，π ____ $\mathbf{Q}$，e ____ $\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$.

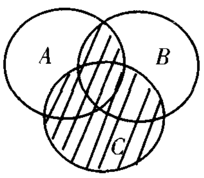
2. $A=\{y|y=x^2+1\}$，$B=\{y|y=2x-1\}$，则 $A\cap B=$ ______；$A\cup B=$ ______.

3. $A=\{(x,y)|y=2x-1\}$，$B=\{(x,y)|y=3x+1\}$，则 $A\cap B=$ ________.

4. 若集合 $A\subseteq B$，$A\subseteq C$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，$C=\{0,4,5\}$，则满足条件的集合 A 的个数为(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 7　　D. 8

5. 下列表示图形中的阴影部分的是(　　)



A. $(A\cup C)\cap(B\cup C)$　B. $(A\cup B)\cap(A\cup C)$

C. $(A\cup B)\cap(B\cup C)$　D. $(A\cup B)\cap C$

例题精讲

例1 已知 $P=\{0,1,2\}$，$Q=\{1,2,3\}$，N 为自然数集，则 $(P\cap(\complement_N Q))\cup(Q\cap(\complement_N P))$ 等于(　　)

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

例2 设全集 $U=\{x|0<x<7,x\in\mathbf{N}^*\}$，若 $A\cap B=\{3\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,5\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{6\}$，求集合 A、B.

例3 $M=\{x|x^2-4>0\}$，$N=\{x|x^2-ax\geqslant x-a\}$. 若 $M\cap N=M$，试确定实数 a 的取值范围.

例4 已知集合 $A=\{(x,y)|y=1+\sqrt{4-x^2}\}$，$B=\{(x,y)|y=k(x-2)+4\}$，求满足下列条件的实数 k 的范围.

(1)$A\cap B=\varnothing$；(2) $A\cap B$ 含有1个元素；(3)$A\cap B$ 含有2个元素.

反馈训练

1. 下列四个集合中，为空集的是(　　)

A. $\{x|x+3=3\}$

B. $\{(x,y)|y^2=-x^2,x,y\in\mathbf{R}\}$

C. $\{x|x^2\leqslant 0\}$

D. $\{x|x^2-x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$

2. 设 P，Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$，若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是(　　)

A. 9个　B. 8个　C. 7个　D. 6个

3. 若全集 $U=\{0,1,2,3\}$ 且 $\complement_U A=\{2\}$，则集合 A 的真子集共有(　　)

A. 3个　B. 5个　C. 7个　D. 8个

4. 若集合 $M=\{a,b,c\}$ 中的元素是 $\triangle ABC$ 的三边长，则 $\triangle ABC$ 一定不是(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

5. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，那么 $A\cup(\complement_U B)=$ ________.

6. (07北京)已知集合 $A=[a-1,a+1]$，$B=\{x|x^2-5x+4\geqslant 0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是________.

7. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}||x-a|<2\}$，$B=\left\{x\left|\frac{2x-1}{x+2}<1\right.\right\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

8. 已知$A=\{x|x\in\mathbf{R},\ x^2+(m+2)x+1=0\}$，$B=\{x|x$是正实数$\}$，若$A\cap B=\varnothing$，求实数$m$的取值范围.

拓展提高

9. 设全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x^2-x-6<0\}$，$B=\{x||x|=y+2,\ y\in A\}$，求$\complement_U B$、$A\cap B$、$A\cup B$、$A\cup(\complement_U B)$、$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

10. 求1到200这200个数中既不是2的倍数，又不是3的倍数，也不是5的倍数的自然数共有多少个？

11. (07北京)已知集合$A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_k\}$ $(k\geqslant 2)$，其中$a_i\in \mathbf{Z}(i=1,\ 2,\ \cdots,\ k)$，由$A$中的元素构成两个相应的集合$S=\{(a,\ b)|a\in A,\ b\in A,\ a+b\in A\}$，$T=\{(a,\ b)|a\in A,\ b\in A,\ a-b\in A\}$，其中$(a,b)$是有序实数对，集合$S$和$T$的元素个数分别为$m$，$n$. 若对于任意的$a\in A$，总有$-a\notin A$，则称集合$A$具有性质$P$.

(1)检验集合$\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$与$\{-1,\ 2,\ 3\}$是否具有性质P，并对其中具有性质P的集合写出相应的集合S和T；

(2)对任何具有性质P的集合A，证明：$n\leqslant\dfrac{k(k-1)}{2}$；

(3)判断m和n的大小关系，并证明你的结论.

方法总结

1. 对于集合，首先要知道集合的确定性，即集合是由哪些元素构成. 如$\{x|y=f(x)\}$表示函数$y=f(x)$的定义域，$\{y|y=f(x)\}$表示函数$y=f(x)$的值域.

2. 近几年出现较多的集合运算的类比性的定义，需要认清所给集合的属性. 如06年山东、07年湖北卷.

3. 集合是每年高考必考的知识，一般考察两个方面的内容：①集合本身的知识，如集合的表示、元素与集合关系、集合与集合关系、集合运算；②结合不等式、立体几何、解析几何、数列等考察集合语言与集合思想的运用.

4. 集合在高考中涉及的综合性解答题不多，因此不宜要求过高.

1.2 充分条件和必要条件

考纲要求

1. 了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.

2. 了解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系.

基础知识

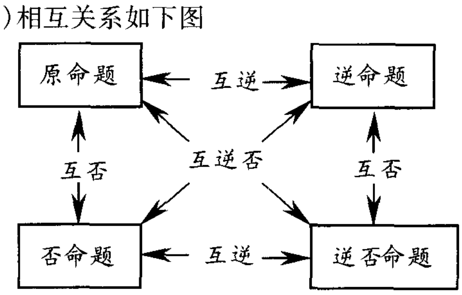
1. **命题**：可以判断真假的语句叫命题.

2. **四种命题**

原命题：若p则q；原命题的逆命题：若q则p；原命题的否命题：若$\neg p$则$\neg q$；原命题的逆否命题：若$\neg q$则$\neg p$.

3. **四种命题的相互关系及其等价性**

(1)相互关系如下图



(2)互为逆否关系的命题同真同假，即原命题与其逆否命题的真假性相同，原命题的逆命题与原命题的否命题的真假性相同，这种关系也叫这两个命题具有等价性.

4. **必要条件、充分条件与充要条件**

(1)必要条件、充分条件：若$A\Rightarrow B$，则称A是B的充分条件，称B是A的必要条件.

(2)充要条件：若$A\Rightarrow B$且$B\Rightarrow A$，即$A\Leftrightarrow B$，则称A是B的既充分又必要条件，简称A是B的充要条件；

若 $A \Rightarrow B$ 且 $B \not\Rightarrow A$，则称 A 是 B 的充分不必要条件，称 B 是 A 的必要不充分条件.

基本训练

1. “$0<x<4$”是“$x<8$”的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分也非必要条件

2. 命题“a、b 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数”的逆否命题是(　　)

A. $a+b$ 不是偶数，则 a、b 都不是偶数

B. $a+b$ 不是偶数，则 a、b 不都是偶数

C. $a+b$ 是偶数，则 a、b 都是偶数

D. $a+b$ 是偶数，则 a、b 不是偶数

3. $(x-y)y>0$ 的一个充分不必要条件是(　　)

A. $x>y$　　　B. $x<y$

C. $x>y>0$　　　D. $y<x<0$

4. (04 上海) 在下列关于直线 l、m 与平面 α、β 的命题中，真命题是(　　)

A. 若 $l \subset \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$，则 $l \perp \alpha$

B. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha /\!/ \beta$，则 $l \perp \alpha$

C. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$，则 $l /\!/ \alpha$

D. 若 $\alpha \cap \beta = m$ 且 $l /\!/ m$，则 $l /\!/ \alpha$

5. “若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$，则 $ab \neq 0$”的否命题为____________________________________.

例题精讲

例 1　分别写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假.

(1)若 $q<1$，则方程 $x^2+2x+q=0$ 有实根；

(2)若 $x^2+y^2=0$，则 x、y 全为零.

例 2　已知 p：$-2 \leqslant x \leqslant 10$，$q$：$x^2-2x+1-m^2 \leqslant 0$ $(m>0)$，若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要但不充分条件，求实数 m 的取值范围.

例 3　已知 $ab \neq 0$，求证：$a+b=1$ 的充要条件是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$.

例 4　设 α，β 是方程 $x^2-ax+b=0$ 的两个实根，试分析 $a>2$ 且 $b>1$ 是两根 α，β 均大于 1 的什么条件?

反馈训练

1. “$\theta=\frac{2\pi}{3}$”是“$\tan\theta=-\sqrt{3}$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 不充分不必要条件

2. (07 安徽)设 l，m，n 均为直线，其中 m，n 在平面 α 内，则“$l \perp m$ 且 $l \perp n$”是“$l \perp \alpha$”的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. (07 福建)对于向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 和实数 λ，下列命题中真命题是(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=\vec{0}$，则 $\boldsymbol{a}=\vec{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\vec{0}$

B. 若 $\lambda \boldsymbol{a}=\vec{0}$，则 $\lambda=0$ 或 $\boldsymbol{a}=\vec{0}$

C. 若 $\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$

D. 若 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$

4. (07 湖北)已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件，q 是 r 的充分条件，s 是 r 的必要条件，q 是 s 的必要条件. 现有下列命题：①s 是 q 的充要条件；②p 是 q 的充分条件而不是必要条件；③r 是 q 的必要条件而不是充分条件；④$\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件；⑤r 是 s 的充分条件而不是必要条件. 则正确命题序号是(　　)

A. ①④⑤　　B. ②④⑤

C. ②③⑤　　D. ①②④

5. 设命题 p：$-1 \leqslant 4x-3 \leqslant 1$，命题 q：$x^2-(2a+1)x+a(a+1) \leqslant 0$. 若 q 是 p 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是________.

6. 已知函数 $f(x)=x|x|+px+q$ $(x \in \mathbf{R})$，给出下列四个命题：

①$f(x)$为奇函数的充要条件是 $q=0$；

②$f(x)$的图象关于点$(0,\ q)$对称；

③当 $p=0$ 时，方程$f(x)=0$ 的解集一定非空；

④方程$f(x)=0$ 的解的个数一定不超过两个.

其中所有正确命题的序号是________.

7. 是否存在实数 p，使"$4x+p<0$"是"$x^2-x-2>0$"的充分条件？如果存在，求出 p 的范围.

8. 已知函数$f(x)$在$(-\infty,\ +\infty)$上是增函数，a，$b\in\mathbf{R}$，对于命题"若 $a+b\geqslant 0$，则$f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$".

(1)写出逆命题，判断其真假，并证明你的结论；

(2)写出逆否命题，判断其真假，并证明你的结论.

拓展提高

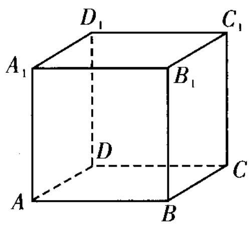
9. (06 山东)下列四个命题中，真命题的序号有____(写出所有真命题的序号).

①将函数 $y=|x+1|$的图象向左平移一个单位，得到的图象对应的函数表达式为 $y=|x|$；

②圆 $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x$ 相交，所得弦长为2；

③若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，则$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=5$；

④如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，P 为底面 $ABCD$ 内一动点，P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等，则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.



10. 已知条件p：$|5x-1|>a$ 和条件q：$\frac{1}{2x^2-3x+1}>0$，请选取适当的实数 a 的值，分别利用所给的两个条件作为 A、B 构造命题"若 A 则 B"，使得构造的原命题为真命题，其逆命题为假命题. 这样的一个原命题可以是什么？并说明为什么这一命题符合要求.

11. (06 江苏)设数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$满足：$b_n=a_n-a_{n+2}$，$c_n=a_n+2a_{n+1}+3a_{n+2}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$. 证明：$\{a_n\}$为等差数列的充要条件是$\{c_n\}$是等差数列且 $b_n\leqslant b_{n+1}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

方法总结

1. 对命题真假性的判定有时直接判断较难时，可以利用等价性转化判断其逆否命题的真假. 如判断"到角的两边距离不相等的点不在角的平分线上"的真假性可以用"在角的平分线上的点到角的两边距离相等"进行判定.

2. 注意充要性的几种等价说法：A 是 B 的充分条件$\Leftrightarrow B$ 的充分条件是 $A\Leftrightarrow B$ 是 A 的必要条件$\Leftrightarrow A$ 的必要条件是 B，都表示 $A\Rightarrow B$. A 是 B 的充分不必要条件$\Leftrightarrow B$ 的一个充分不必要条件是 $A\Leftrightarrow B$ 是 A 的必要不充分条件$\Leftrightarrow A$ 的一个必要不充分条件是 B，都表示 $A\Rightarrow B$ 且 $B\nRightarrow A$.

3. 正确区分"否命题"与"命题的否定".

1.3　常用逻辑用语

考纲要求

1. 简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义.

2. 全称量词与存在量词

(1)了解全称量词与存在量词的意义.

(2)能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

基础知识

1. 逻辑联结词

逻辑联结词："或""且""非"这些词就叫做**逻辑联结词**.

简单命题：不含逻辑联结词的命题.

复合命题：由简单命题与逻辑联结词构成的命题. 用联结词"且"把命题 p 和 q 联结起来得到的新命题记作 $p\wedge q$，读作 p 且 q；用联结词"或"把命题 p 和 q 联结

起来得到的新命题记作 $p\vee q$，读作 p 或 q；对一个命题的全盘否定得到的新命题记作 $\neg p$，读作非 p.

常用小写的拉丁字母 p、q、r、s…表示命题，故复合命题有三种形式：p 或 q；p 且 q；非 p.

2. 复合命题的真假

"$\neg p$"形式复合命题的真假可以用下表表示：

p	非 p
真	假
假	真

"$p\wedge q$"形式复合命题与"$p\vee q$"形式复合命题的真假可以用下表表示：

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

注：(1)像上面表示命题真假的表叫真值表；(2)真值表是根据简单命题的真假，判断由这些简单命题构成的复合命题的真假，而不涉及简单命题的具体内容.

3. 全称命题与特称命题

短语"所有"在陈述中表示所述事物的全体，逻辑中通常叫做**全称量词**，并用符号 $\forall$ 表示. 含有全称量词的命题，叫做**全称命题**. 全称命题"对 M 中的任意一个，使 $P(x)$ 成立"可用符号 $\forall x\in M$，$P(x)$ 表示，读作"对 M 中任意一个 x，有 $P(x)$ 成立".

短语"有一个"或"有些"或"至少有一个"在陈述中表示所述事物的个体或部分，逻辑中通常叫做**存在量词**，并用符号 $\exists$ 表示，含有存在量词的命题，叫做**特称命题**. 特称命题"存在 M 中的一个 x，使 $P(x)$ 成立"可用符号 $\exists x\in M$，$P(x)$ 表示，读作"M 中存在一个 x，有 $P(x)$ 成立".

4. 关于含有一个量词的命题的否定，有下面结论：

全称命题 P：$\forall x\in M$，$P(x)$，它的否定是：$\neg P$：$\exists x\in M$，$\neg P(x)$，全称命题的否定是特称命题；特称命题 P：$\exists x\in M$，$P(x)$，它的否定是：$\neg P$：$\forall x\in M$，$\neg P(x)$，特称命题的否定是全称命题.

基本训练

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A\subseteq U$，如果命题 p：$\sqrt{3}\in A\cup B$，则 $\neg p$ 是(　　)

A. $\sqrt{3}\notin A$　　B. $\sqrt{3}\in \complement_U B$

C. $\sqrt{3}\notin A\cap B$　　D. $\sqrt{3}\in (\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

2. 下列命题中的假命题是(　　)

A. 存在实数 α 和 β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

B. 不存在无穷多个 α 和 β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

C. 对任意 α 和 β，有 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

D. 不存在这样的 α 和 β，使 $\cos(\alpha+\beta)\neq\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

3. 命题"$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$"的否定是(　　)

A. 不存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$

B. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$

C. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$

4. 设有两个命题：①关于 x 的不等式 $mx^2+1>0$ 的解集是 R；②函数 $f(x)=\log_m x$ 是减函数. 如果这两个命题中有且只有一个真命题，则实数 m 的取值范围是________.

5. 下列语句：

①有一个实数 a，a 不能取对数；

②所有的不等式的解集 A，都有 $A\subseteq\mathbf{R}$；

③三角函数都是周期函数吗？

④有的向量方向不确定.

其中是特称命题的是________.

例题精讲

例1 判断下列语句是否是命题？若是，判断真假，并说明理由.

(1)已知 a，b，c，$d\in\mathbf{R}$，若 $a\neq c$，$b\neq d$，则 $a+b\neq c+d$.

(2) $\forall x\in\mathbf{N}$，$x^3>x^2$.

(3)若 $m>1$，则方程 $x^2-2x+m=0$ 无实数根.

(4)存在一个三角形没有外接圆.

(5) $60x+9>4$.

(6)若 $x\in\mathbf{R}$，则 $x^2+4x+7>0$.

例 2 写出下列命题的“$\neg p$”命题：

(1)正方形的四边相等.

(2)平方和为 0 的两个实数都为 0.

(3)若$\triangle ABC$是锐角三角形，则$\triangle ABC$的任何一个内角是锐角.

(4)若 $abc=0$，则 a，b，c 中至少有一个为 0.

(5)若$(x-1)(x-2)\neq 0$，则 $x\neq 1$ 且 $x\neq 2$.

(6) $\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2>0$.

(7) $\exists x\in \mathbf{R}$，x 是方程 $x^2-3x+2=0$ 的根.

例 3 写出由下述各命题构成的“p 或 q”，“p 且 q”，“非 p”形式的复合命题，并指出所构成的这些复合命题的真假.

(1)p：9 是 144 的约数，q：9 是 225 的约数；

(2)p：方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x=1$，q：方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x=-1$；

(3)p：实数的平方是正数，q：实数的平方是 0.

例 4 已知 p：方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不相等的负根；q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根. 若 $p\vee q$ 为真，$p\wedge q$ 为假，求 m 的取值范围.

反馈训练

1. 判断下列命题的真假，其中为真命题的是(　　)

A. $\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2+1=0$

B. $\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2+1=0$

C. $\forall x\in \mathbf{R}$，$\sin x<\tan x$

D. $\exists x\in \mathbf{R}$，$\sin x<\tan x$

2. 若命题 $p\wedge q$ 为假，且$\neg p$ 为假，则(　　)

A. p 或 q 为假　　B. q 假

C. q 真　　D. 不能判断 q 的真假

3. 下列各组命题中，满足 p 或 q 为真，且非 p 为真的是(　　)

A. p：$0=\varnothing$；q：$0\in\varnothing$

B. p：在$\triangle ABC$ 中，若 $\cos 2A=\cos 2B$，则 $A=B$；q：$y=\sin x$ 在第一象限是增函数

C. p：$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$(a，$b\in \mathbf{R}$)；q：不等式$|x|>x$ 的解集为$(-\infty,0)$

D. p：圆$(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分；q：椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$

4. 将“$x^2+y^2\geqslant 2xy$”改写成全称命题，下列说法正确的是(　　)

A. $\forall x$，$y\in \mathbf{R}$，都有 $x^2+y^2\geqslant 2xy$

B. $\exists x$，$y\in \mathbf{R}$，都有 $x^2+y^2\geqslant 2xy$

C. $\forall x>0$，$y>0$，都有 $x^2+y^2\geqslant 2xy$

D. $\exists x<0$，$y<0$，都有 $x^2+y^2\leqslant 2xy$

5. 写出下列全称命题的否定：

(1)p：所有人都晨练；$\neg p$：__________

(2)p：$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$；$\neg p$：__________

(3)p：平行四边形的对边相等；$\neg p$：__________

(4)p：$\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2-x+1=0$；$\neg p$：__________

6. “末位数字是 0 或 5 的整数能被 5 整除”的否定形式是__________.

7. 已知命题 p：不等式$|x-1|>m-1$ 的解集为 $\mathbf{R}$，命题 q：$f(x)=-(5-2m)^x$ 是减函数，若 $p\vee q$ 为真命题，$p\wedge q$ 为假命题，求实数 m 的取值范围.

8. 已知 $a>1$，命题 p：$a(x-2)+1>0$，命题 q：$(x-1)^2>a(x-2)+1$，若命题 p、q 同时成立，求 x 的取值范围.

拓展提高

9. 设有一组圆 C_k：$(x-k+1)^2+(y-3k)^2=2k^4$ $(k\in \mathbf{N}^*)$. 下列四个命题：

①存在一条直线与所有的圆均相切；

②存在一条直线与所有的圆均相交；

③存在一条直线与所有的圆均不相交；

④所有的圆均不过原点.

其中真命题的代号是__________（写出所有真命题的代号）.

10. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+x$. 对于 $\forall x\in[0,1]$，都有 $-1\leqslant f(x)\leqslant 1$ 成立，试求实数 a 的取值范围.

11. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，若存在常数 $m>0$，使 $|f(x)|\leqslant m|x|$ 对一切实数 x 均成立，则称 $f(x)$ 为 F 函数. 给出下列函数：

①$f(x)=0$；②$f(x)=2x$；③$f(x)=\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$；④$f(x)=\dfrac{x}{x^2+x+1}$. 你认为上述四个函数中，哪几个是 F 函数，请说明理由.

方法总结

1. 逻辑连结词“或”、“且”、“非”可以从集合的交集与并集的角度来把握“且”与“或”的复合命题，在没有明确联结词时可从命题的实质来辨析，对一个命题进行否定，就是要对其中的关键词进行否定，常见否定词句如下：

词语	是	一定是	都是	大于	小于	且
词语的否定	不是	一定不是	不都是	小于或等于	大于或等于	或
词语	必有一个	至少有 n 个	至多有一个	所有 x 成立	所有 x 不成立	
词语的否定	一个也没有	至多有 $n-1$ 个	至少有两个	存在一个 x 不成立	存在一个 x 成立	

2. “否命题”与“命题的否定”易出错，解题中一定要看清要求.

3. 判断复合命题真假的方法是：

(1)“$p\vee q$”形式的复合命题只要其支命题中有一个支命题为真，则该复合命题就为真；当且仅当各支命题都为假时，用“或”字联结的复合命题才为假.

(2)“$p\wedge q$”形式的复合命题当且仅当各支命题都为真时才为真，也就是说只要有一个支命题为假时，它就为假.

(3)“非 p”形式的复合命题的真假情况恰好与 p 相反.

4. 含有一个量词的全称命题的否定是特称命题，含有一个量词的特称命题的否定是全称命题.

单元测试一

一、选择题(每小题 5 分，满分 50 分)

1. (07 全国Ⅰ)设 a，$b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\{0,\dfrac{b}{a},b\}$，则 $b-a=$(　　)

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

2. (07 山东)命题“对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\leqslant 0$”的否定是(　　)

A. 不存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\leqslant 0$

B. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\geqslant 0$

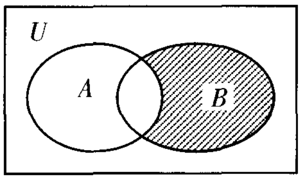
C. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1>0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1>0$

3. (06 山东)定义集合运算：$A\odot B=\{z\mid z=xy(x+y),\ x\in A,\ y\in B\}$. 设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为(　　)

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

4. 下图阴影部分所表示的集合是(　　)



A. $(\complement_U A)\cap B$　　B. $A\cap(\complement_U B)$

C. $(\complement_U A)\cup B$　　D. $A\cup(\complement_U B)$

5. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，a，$b\in\mathbf{R}$. 对于命题"若 $a+b>0$，则 $f(b)>f(-a)$"，有下列结论：①此命题的逆命题为真命题；②此命题的否命题为真命题；③此命题的逆否命题为真命题. 其中正确结论的个数为(　　)

A. 0 个　B. 1 个　　C. 2 个　D. 3 个

6. 方程 $mx^2+2x+1=0$ 至少有一个负根的充要条件是(　　)

A. $m<0$ 或 $0<m\leqslant 1$　B. $0<m\leqslant 1$

C. $m<1$　　D. $m\leqslant 1$

7. (06 江苏)若 A、B、C 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有(　　)

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$

C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

8. (07 湖北)设 P 和 Q 是两个集合，定义集合 $P-Q=\{x\mid x\in P$，且 $x\notin Q\}$，如果 $P=\{x\mid \log_2 x<1\}$，$Q=\{x\mid |x-2|<2\}$. 那么 $P-Q=$ (　　)

A. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$　　B. $\{x\mid 0<x<1\}$

C. $\{x\mid 1<x<2\}$　　D. $\{x\mid 2\leqslant x<3\}$

9. (06 湖北)有限集合 S 中元素个数记作 $\mathrm{card}(S)$，设 A、B 都为有限集合，给出下列命题：

① $A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)$；

② $A\subseteq B$ 的必要条件是 $\mathrm{card}(A)\leqslant\mathrm{card}(B)$；

③ $A\subsetneqq B$ 的充分条件是 $\mathrm{card}(A)\leqslant\mathrm{card}(B)$；

④ $A=B$ 的充要条件是 $\mathrm{card}(A)=\mathrm{card}(B)$.

其中真命题的序号是(　　)

A. ③④　B. ①②　　C. ①④　D. ②③

10. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\dfrac{a_{n+1}^2}{a_n^2}=p$（$p$ 为正常数，$n\in\mathbf{N}^*$），则称 $\{a_n\}$ 为"等方比数列".

甲：数列 $\{a_n\}$ 是等方比数列；乙：数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，则(　　)

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

二、填空题(每小题 5 分，满分 20 分)

11. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+x+2=0\}$ 至多含有一个元素，则 a 的取值范围是________.

12. 设集合 $A\subseteq\{2,3,5\}$，则集合 A 的个数为________；如果集合 A 中至多有一个奇数，则这样的集合 A 共有________个.

13. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+m\}$. 若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 m 的取值范围是________.

14. (06 四川)非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足：

(1)对任意 a，$b\in G$，都有 $a\oplus b\in G$；

(2)存在 $e\in G$，使得对一切 $a\in G$，都有 $a\oplus e=e\oplus a=a$，则称 G 关于运算 $\oplus$ 为"融洽集".

现给出下列集合和运算：①$G=\{$非负整数$\}$，$\oplus$为整数的加法；②$G=\{$偶数$\}$，$\oplus$为整数的乘法；③$G=\{$平面向量$\}$，$\oplus$为平面向量的加法；④$G=\{$二次三项式$\}$，$\oplus$为多项式的加法；⑤$G=\{$虚数$\}$，$\oplus$为复数的加法. 其中 G 关于运算 $\oplus$ 为"融洽集"的是________.（写出所有"融洽集"的序号）

三、解答题(共 80 分)

15. (12 分)已知 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,3a-1,a^2+1\}$，若 $A\cap B=\{-3\}$，求实数 a 的值.

16. (12 分)已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x\mid mx+1=0\}$，且 $A\cup B=A$，求实数 m 的值组成的集合.

17. （14 分）已知 p：方程 $x^2-mx+2=0$ 的两根都大于 1；q：方程 $x^2+(m-2)x-1=0$ 的两根分别位于 $(-1,\ 0)$ 和 $(1,\ 2)$ 内. 若 $p\vee q$ 为真，$p\wedge q$ 为假. 求实数 m 的取值范围.

18. （14 分）设 a，$b\in\mathbf{Z}$，$E=\{(x,\ y)\mid(x-a)^2+3b\leqslant 6y\}$，点 $(2,\ 1)\in E$，但 $(1,\ 0)\notin E$，$(3,\ 2)\notin E$. 求 a、b 的值.

19. （14 分）记函数 $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ 的定义域为 A，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)]\ (a<1)$ 的定义域为 B.

（1）求集合 A；

（2）若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

20. （14 分）已知 $A=\{(x,\ y)\mid x=n,\ y=an+b,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{(x,\ y)\mid x=m,\ y=3m^2+15,\ m\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{(x,\ y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$，问是否存在实数 a，b，使得①$A\cap B\neq\varnothing$；②$(a,\ b)\in C$ 同时成立？

第二章　函数的概念与幂函数、指数函数、对数函数

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型. 高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终. 学生将学习指数函数、对数函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题. 学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系.

课程标准与考试大纲对本章的要求

1. 函数

(1)了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.

(2)在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

(3)了解简单的分段函数，并能简单应用.

(4)理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义；结合具体函数，了解函数奇偶性的含义.

(5)会运用函数图象理解和研究函数的性质.

2. 指数函数

(1)了解指数函数模型的实际背景.

(2)理解有理指数幂的含义，了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算.

(3)理解指数函数的概念，并理解指数函数的单调性与函数图象通过的特殊点.

(4)知道指数函数是一类重要的函数模型.

3. 对数函数

(1)理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数；了解对数在简化运算中的作用.

(2)理解对数函数的概念；理解对数函数的单调性，掌握函数图象通过的特殊点.

(3)知道对数函数是一类重要的函数模型.

(4)了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数($a>0$，$a\neq1$).

4. 幂函数

(1)了解幂函数的概念.

(2)结合函数 $y=x$、$y=x^2$、$y=x^3$、$y=\frac{1}{x}$、$y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象，了解它们的变化情况.

5. 函数与方程

(1)结合二次函数的图象，了解函数的零点与方程根的联系，判断一元二次方程根的存在性及根的个数.

(2)根据具体函数的图象，能够用二分法求相应方程的近似解.

6. 函数模型及其应用

(1)了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征. 知道直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义.

(2)了解函数模型(如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.

2.1　函数及其表示(一)　函数的概念

考纲要求

1. 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.

2. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

3. 了解简单的分段函数，并能简单应用.

基础知识

通过对不同版本数学实验教材的归纳，本节有以下几个方面的内容：

1. 函数

(1) 函数的定义：设 A，B 是两个非空数集，如果按照某种确定的对应关系 f，使对于集合 A 中任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 f: $A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作：$y=f(x)$，$x\in A$. 其中 x 的取值范围叫做函数的定义域，函数值的集合 $\{f(x)\mid x\in A\}$ 叫做函数的值域.

(2)函数的三要素：定义域、对应关系和值域是函数的三要素，因定义域与对应关系决定了值域，所以，只要两个函数的定义域相同，对应关系完全一致，就称这两个函数相等.

2. 映射的概念

设 A，B 是两个非空集合，如果按照某一确定的对应关系 f，对于集合 A 中的任意一个元素 x，在集合 B 中都有唯一的元素 y 和它对应，那么就称对应 f: $A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个映射.

3. 区间

设 a，b 是两个实数，且 $a<b$，我们规定：

(1)满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间，表示为$[a, b]$；

(2)满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫做开区间，表示为(a, b)；

(3)满足不等式 $a \leqslant x < b$ 或 $a < x \leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间，分别表示为$[a, b)(a, b]$；

(4)实数 $\mathbf{R}$ 可以用区间表示为$(-\infty, +\infty)$，“∞”读作“无穷大”，“$-\infty$”读作“负无穷大”，“$+\infty$”读作“正无穷大”，我们可以把满足 $x \geqslant a$ 的实数 x 表示为$[a, +\infty)$.

基本训练

1. 函数$f(x)=x^2-2x$ 的定义域为$\{0, 1, 2, 3\}$，则其值域为(　　)

A. $\{-1, 0, 3\}$　　B. $\{0, 1, 2, 3\}$

C. $\{y \mid -1 \leqslant y \leqslant 3\}$　　D. $\{y \mid 0 \leqslant y \leqslant 3\}$

2. 下列函数中与函数 $y=x$ 相等的是(　　)

A. $y=(\sqrt{x})^2$　　B. $y=\sqrt[3]{x^3}$

C. $y=\sqrt{x^2}$　　D. $y=\dfrac{x^2}{x}$

3. 已知$A=\{0, 1, 2, 4\}$，$B=\{\frac{1}{2}, 0, 1, 2, 6, 8\}$，下列对应关系能构成从 A 到 B 的映射的是(　　)

A. f: $x \to x^3-1$　　B. f: $x \to (x-1)^2$

C. f: $x \to 2^{x-1}$　　D. f: $x \to 2x$

4. 已知函数$f(x)$的定义域为$[-1, 5]$，在同一坐标系下，函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $x=1$ 的交点个数为(　　)

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 0 个或 1 个均有可能

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x-1 & (x \geqslant 0)\\ \frac{1}{x} & (x<0)\end{cases}$，若$f(a)>a$，则实数 a 的取值范围是________.

例题精讲

例 1　设集合 $A=\mathbf{R}$，集合 $B=$“正实数集”，则从集合 A 到集合 B 的映射 f 只可能是(　　)

A. f: $x \to y=|x|$

B. f: $x \to y=\sqrt{x}$

C. f: $x \to y=3^{-x}$

D. f: $x \to y=\log_2(1+|x|)$

例 2　函数 $f(x)=\begin{cases}\sin(\pi x^2), & -1<x<0\\ e^{x-1}, & x \geqslant 0\end{cases}$，若$f(1)+f(a)=2$，则 a 的所有可能值为(　　)

A. 1　　B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1 或 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1 或$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

例 3　试判断以下各组函数是否是相等函数？

(1)$f(x)=\sqrt{x^2}$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$；

(2)$f(x)=\dfrac{|x|}{x}$，$g(x)=\begin{cases}1, & x \geqslant 0\\ -1, & x<0\end{cases}$；

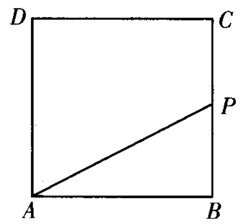
(3)$f(x)=\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+1}$，$g(x)=\sqrt{x^2+x}$；

(4)$f(x)=x^2-2x-1$，$g(t)=t^2-2t-1$.

例 4　如下图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 上有一点 P，沿着折线 $BCDA$ 由 B 点(起点)向 D 点(终点)移动，设 P 点移动的路程为 x，$\triangle ABP$ 的面积为 $y=f(x)$.

(1)求$\triangle ABP$ 的面积与 P 移动的路程间的函数关系式；

(2)作出函数的图象，并根据图象求 y 的最大值.



反馈训练

1. 设集合 $A=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 2\}$，$B=\{y \mid 1 \leqslant y \leqslant 4\}$，则下述对应法则 f 中，不能构成 A 到 B 的映射的是(　　)

A. f: $x \to y=x^2$　　B. f: $x \to y=3x-2$

C. f: $x \to y=-x+4$　　D. f: $x \to y=4-x^2$

2. 设函数$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & (x \geqslant 1)\\ 1 & (x<1)\end{cases}$，则$f(f(f(2)))=$(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

3. 下面各组函数中为相等函数的是(　　)

A. $f(x)=\sqrt{(x-1)^2}$，$g(x)=x-1$

B. $f(x)=\sqrt{x^2-1}$，$g(x)=\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$

C. $f(x)=(\sqrt{x-1})^2$，$g(x)=\sqrt{(x-1)^2}$

D. $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2+2}}$，$g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+2}}$